ENERGÍA DE CAMPO ELÉCTRICO

En esta parte vamos a determinar la energía contenida en un condensador de placas paralelas cargado, para esto recordemos que la diferencia de potencial, ΔV, entre dos puntos P_1 y P_2, se define como el trabajo (o la energía potencial), $W_{1\to 2}$, por unidad de carga, hecho contra un campo eléctrico $\vec{E}$, al llevar una carga $+q_o$ desde el punto P_1, hasta el punto P_2 (ver diferencia de potencial, unidad de interacción eléctrica). Por lo tanto,

$$V_2 - V_1 = \Delta V = \frac{(W_{1\to 2})}{q_o}$$

Si designamos por W el trabajo $W_{1\to 2}$, y por q la carga $+q_o$, la diferencia de potencial será:

$$\Delta V = \frac{W}{q},$$

y el trabajo se puede expresar como:

$$W = q(\Delta V) \qquad (1)$$

La energía almacenada en un condensador cargado se puede determinar al calcular la cantidad de trabajo necesario para llevar una carga dq de una placa a la otra. Cuando esto ocurre, una de las placas del condensador tiene una carga +dq y la otra –dq, y este trabajo lo realiza una batería.

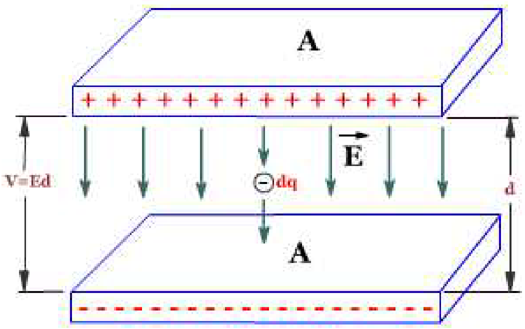

Fig. 11

Si suponemos que en cierto instante la carga del condensador es q, la diferencia de potencial es V, entonces,

$$V = {}^{q}\!/_{C}, \qquad (2)$$

con C igual a la capacidad del condensador.

El trabajo dW que se requiere para transportar un elemento de carga adicional dq de acuerdo con la ecuación (1) es :

$$dW = V\,dq = \frac{q}{C}dq\,, \qquad (3)$$

El trabajo total requerido para cargar el condensador desde una carga cero hasta un valor final Q es:

$$W = \int_0^w dW = \frac{1}{C}\int_0^Q q\,dq = \frac{Q^2}{2C}\,, \qquad (4)$$

Cuando el condensador se descarga, ocurre un proceso inverso y la carga disminuye desde un valor inicial Q hasta un valor cero. El trabajo efectuado al cargar el condensador se almacena como energía potencial eléctrica, E_p, la cual se recupera cuando se permite que el condensador se descargue. Podemos entonces escribir:

$$E_p = \frac{Q^2}{2C}\,,$$

Y de $Q = CV$, se obtiene

$$E_p = \frac{1}{2}CV^2\,, \qquad (5)$$

Resultado que se aplica a cualquier condensador independiente de su geometría.

Para un condensador de placas paralelas se vio que su capacidad es $C = \varepsilon_o \,{}^{A}\!/_{d}$, y al reemplazar en la ecuación (5), obtenemos,

$$E_p = \frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon_0 A}{d}\right)V^2\,, \qquad (6)$$

y con $V = Ed$,

$$E_p = \frac{1}{2}(\varepsilon_0 A)E^2 d$$

Como el trabajo se realiza en contra del campo, se dice que la energía está almacenada en el campo eléctrico, y debido a que el volumen entre las placas es Ad, la energía por unidad de volumen o densidad de energía es

$$\in = \frac{E_p}{Ad} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2\,.$$