

U.Valparaíso

1.- Un móvil se mueve a lo largo del eje x con acuerdo a la relación $x(t) = 4t + t^2$. Calcular la posición, la rapidez y la aceleración del móvil cuando $t=1s$, y cuando $t = 3[s]$.

$$x(t) = 4t + t^2 \rightarrow v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = 2t + 4 \rightarrow a = \frac{d^2x(t)}{dt^2} = 2$$

$$\text{posición: } \begin{pmatrix} x(1) \\ x(3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5[m] \\ 21[m] \end{pmatrix}$$

$$v(t) = 2t + 4, \text{ rapidez: } \begin{pmatrix} v(1) \\ v(3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6[\frac{m}{s}] \\ 10[\frac{m}{s}] \end{pmatrix}$$

$$a = 2[\frac{m}{s^2}]$$

2.- Un móvil se mueve en el plano x-y de modo que su sombra sobre el eje x lo hace con acuerdo a la relación $x(t) = 4t + 3$. Y su sombra sobre el eje y lo hace con acuerdo a la relación $y(t) = t^2 - 5$. Calcular la posición, la rapidez y la aceleración del móvil cuando $t = 1[s]$, y cuando $t = 3[s]$. Encontrar la ecuación de la trayectoria.

posición:

$$\begin{pmatrix} x(1) \\ y(1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7[m] \\ -4[m] \end{pmatrix} \rightarrow \text{se ubica en el punto: } (7[m], -4[m]) \rightarrow \text{vector posición:}$$

$$\vec{r}(1) = (7\hat{i} - 4\hat{j})[m]$$

$$\begin{pmatrix} x(3) \\ y(3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15[m] \\ 4[m] \end{pmatrix}$$

$$\text{rapidez: } \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2t \end{pmatrix} \rightarrow \begin{matrix} v_x(t) = 4 \\ v_y(t) = 2t \end{matrix}$$

3.- La trayectoria de un móvil que se mueve en el plano es $y = x^2 + 5x$. Sabiendo que su proyección sobre el eje x se mueve de acuerdo a $x(t) = 3t - 2$. Hallar la función $y(t)$ que describe el movimiento a lo largo del eje y, para este móvil. Calcular la posición, la rapidez y la aceleración del móvil cuando $t = 1[s]$, y cuando $t = 3[s]$.

resolución: sustituyendo $x(t) = 3t - 2$ en $y = x^2(t) + 5x(t)$ se obtiene: $y(t) = 9t^2 + 3t - 6$

Luego el vector posición para este móvil está dado por:

$\vec{r}(t) = \hat{i}x(t) + \hat{j}y(t) \rightarrow \vec{r}(t) = (3t - 2)\hat{i} + (9t^2 + 3t - 6)\hat{j}$, al reemplazar $t=1$ en el vector posición, se tiene:

$$\vec{r}(1) = \hat{i} + 6\hat{j}$$

$$\vec{r}(3) = 7\hat{i} + 84\hat{j}$$

y la velocidad: $\vec{v}(t) = \frac{d}{dt}\vec{r}(t) = 3\hat{i} + (3 + 18t)\hat{j}$, en cualquier tiempo

$$\vec{v}(t) = 3\hat{i} + (3 + 18t)\hat{j}$$

$$\frac{d}{dt}\vec{v}(t) = 18\hat{j}, \text{ es constante para cualquier tiempo}$$

4.- La trayectoria de un móvil que se mueve en el plano es $y = 4 + 5x$. Sabiendo que su proyección sobre el eje y se mueve de acuerdo a $y(t) = 3t - 2$. Hallar la función $x(t)$ que describe el movimiento a lo largo del eje x, para este móvil. Hallar la rapidez instantánea para cualquier tiempo, y para $t = 3[seg]$.

U.Valparaíso

sustituyendo $y(t) = 3t - 2$ en $y = 4 + 5x$ se tiene: $3t - 2 = 4 + 5x$, Solution is: $x(t) = \frac{3}{5}t - \frac{6}{5}$

el vector posición viene dado por: $\vec{r}(x, y) = (x\hat{i} + y\hat{j})[m]$ en términos de x e y

por consiguiente: $\vec{r}(x) = (x\hat{i} + (4 + 5x)\hat{j})[m]$ en términos de solamente la variable x

por consiguiente: $\vec{r}(t) = ((\frac{3}{5}t - \frac{6}{5})\hat{i} + (4 + 5(\frac{3}{5}t - \frac{6}{5}))\hat{j})[m]$ en términos de solamente la variable t

$\vec{r}(t) = ((\frac{3}{5}t - \frac{6}{5})\hat{i} + (3t - 2)\hat{j})[m]$

$\vec{v}(t) = \frac{d}{dt}\vec{r}(t) = \frac{3}{5}\hat{i} + 3\hat{j}$ la velocidad es constante para cualquier tiempo.

5.- Un móvil describe la trayectoria dada por $x^2 + y^2 = 9$, hallar la rapidez de la sombra en el eje y cuando $x = 2[cm]$, sabiendo que $\frac{dx}{dt} = 4[\frac{cm}{s}]$

$x^2 + y^2 = 9 \rightarrow 2x\frac{dx}{dt} + 2y\frac{dy}{dt} = 0 \rightarrow$ cuando $x = 2[cm]$ se tiene:

$2 \cdot 2 \cdot 4 + 2y\frac{dy}{dt} = 0 \rightarrow y\frac{dy}{dt} = -8$, y cuando: $x = 2 \rightarrow 2^2 + y^2 = 9$, Solution is: $-\sqrt{5}, \sqrt{5}$

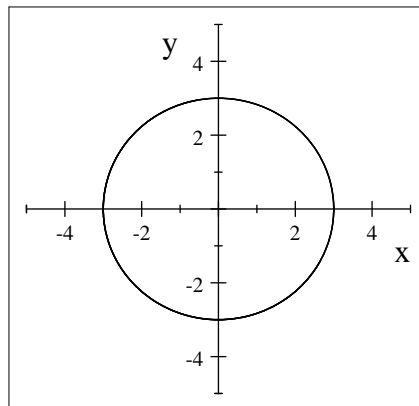
$\frac{dy}{dt} = \frac{-8}{y} \rightarrow \frac{dy}{dt} = \frac{-8}{\pm\sqrt{5}}[\frac{cm}{s}]$

interpretación:

cuando y es positivo $\frac{dy}{dt}$ es negativo y cuando y es negativo $\frac{dy}{dt}$ es positivo.

esto se observa al estudiar la gráfica de la trayectoria:(una circunferencia)

$x^2 + y^2 = 9$



6.- La velocidad de una partícula viene dada por: $\vec{v} = (2\hat{i} + 3\hat{j})[\frac{m}{s}]$, estando en el instante

$t=0$ (cuando echamos a andar el cronómetro), en el punto $(4m, 3m)$. ¿En qué posición se hallará al cabo de 5 seg si mantiene su velocidad constante? ¿En qué posición se encontraba hace 3 seg atrás?

el vector desplazamiento viene dado por: $\Delta\vec{d} = \vec{v} \cdot t$, por consiguiente: $\Delta\vec{d} = (2\hat{i} + 3\hat{j})5 =$

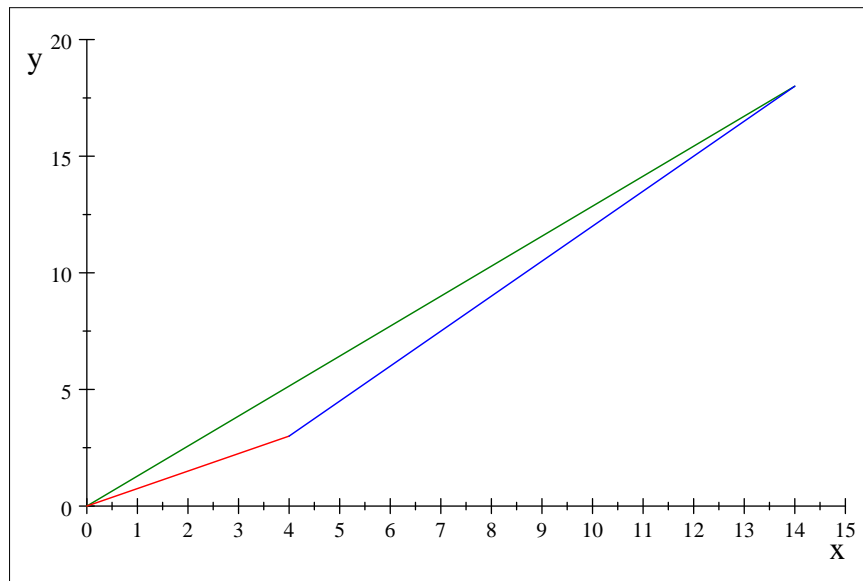
$10\hat{i} + 15\hat{j}$

$\Delta\vec{d} = (10\hat{i} + 15\hat{j})[m]$, al estar situado el móvil inicialmente en el punto: $(4m, 3m)$, es decir en la posición:

$\vec{r}(0) = (4\hat{i} + 3\hat{j})[m]$

su posición final será: $\vec{r}(5) = \vec{r}(0) + \Delta\vec{d} = (4\hat{i} + 3\hat{j}) + (10\hat{i} + 15\hat{j}) = 14\hat{i} + 18\hat{j}$

otra forma de considerarlo es atendiendo al dibujo adjunto:



7.- Un móvil A se mueve con velocidad constante e igual a $\vec{v}_A = (2\hat{i} + 3\hat{j})[\frac{m}{s}]$. Otro móvil B tiene una velocidad dada por $\vec{v}_B = (a\hat{i} + 4\hat{j})[\frac{m}{s}]$ ¿Cuál debe ser el valor de a, de modo que en cinco segundos, B alcance a A?

Suponiendo que A se encuentra en el punto (15m,16m) y B se encuentra en el punto (2m,2m) en el instante $t = 0[seg]$.

Para que ocurra tal cosa, los vectores posición del punto de encuentro deben ser iguales. Luego:

$$\vec{r}_A(t) = 15\hat{i} + 16\hat{j} + \vec{v}_A t \rightarrow \vec{r}_A(5) = 15\hat{i} + 16\hat{j} + 5\vec{v}_A$$

$$\vec{r}_B(t) = 2\hat{i} + 2\hat{j} + \vec{v}_B t \rightarrow \vec{r}_B(5) = 2\hat{i} + 2\hat{j} + 5\vec{v}_B$$

como se debe cumplir : $\vec{r}_A(5) = \vec{r}_B(5)$

$$15\hat{i} + 16\hat{j} + 5\vec{v}_A = a\hat{i} + 4\hat{j} + 5\vec{v}_B \rightarrow 15\hat{i} + 16\hat{j} + 5(\vec{v}_A) = 2\hat{i} + 2\hat{j} + 5(\vec{v}_B)$$

$$13\hat{i} + 14\hat{j} + 5((2\hat{i} + 3\hat{j})) = 5(a\hat{i} + 4\hat{j})$$

$$13\hat{i} + 14\hat{j} + (10\hat{i} + 15\hat{j}) = 5a\hat{i} + 20\hat{j}$$

$$13\hat{i} + 14\hat{j} + (10\hat{i} + 15\hat{j}) = 5a\hat{i} + 20\hat{j}$$

$23\hat{i} + 29\hat{j} = 5a\hat{i} + 20\hat{j}$, como las segundas componentes nunca pueden ser, la conclusión es que B y A no coinciden para ese tiempo. Si $a = \frac{23}{5}$, a lo sumo estarían a la misma distancia del eje y.

8.- Un móvil A, ubicado en el punto (3m,4m) y un móvil B, ubicado en el punto (12m,0m) en el tiempo $t=0$ seg, se encuentran animados de las siguientes velocidades constantes:

$$\vec{v}_A = (2\hat{i} + 3\hat{j})[\frac{m}{s}] \text{ y } \vec{v}_B = (-2\hat{i} + b\hat{j})[\frac{m}{s}]$$

Hallar b de modo que al cabo de cierto tiempo, se crucen, y hallar ese tiempo si es posible.

Nota bene "m" simboliza metros en el punto: (3m,4m)

resolución:

U.Valparaíso

Para que ocurra tal cosa, los vectores posición del punto de encuentro deben ser iguales. Luego:

$$\vec{r}_A(t) = 3\hat{i} + 4\hat{j} + \vec{v}_{At} \rightarrow \vec{r}_A(t) = 3\hat{i} + 4\hat{j} + t(2\hat{i} + 3\hat{j})$$

$$\vec{r}_B(t) = 12\hat{i} + 0\hat{j} + \vec{v}_{Bt} \rightarrow \vec{r}_B(t) = 12\hat{i} + t(-2\hat{i} + b\hat{j})$$

como se debe cumplir: $\vec{r}_A(t) = \vec{r}_B(t)$

$$3\hat{i} + 4\hat{j} + t(2\hat{i} + 3\hat{j}) = 12\hat{i} + t(-2\hat{i} + b\hat{j}) \rightarrow$$

$$3\hat{i} + 4\hat{j} + 2t\hat{i} + 3t\hat{j} = 12\hat{i} - 2t\hat{i} + bt\hat{j}$$

$$(3 + 2t)\hat{i} + (4 + 3t)\hat{j} = (12 - 2t)\hat{i} + bt\hat{j} \rightarrow$$

se debe cumplir el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} 3 + 2t = 12 - 2t \\ 4 + 3t = bt \end{pmatrix}, \text{ Solution is: } \left[b = \frac{43}{9}, t = \frac{9}{4} \right]$$

9.- Calcular el momento de la fuerza: $\vec{F} = (2\hat{i} + 3\hat{j})[N]$ ubicada sobre la línea recta $y = \frac{3}{2}x + 2$, con respecto al origen de coordenadas. Se sabe que la fuerza está actuando sobre el punto (4,8) Realice el cálculo por lo menos de dos maneras diferentes.

el vector posición del punto A(4,8) es $\vec{r} = 4\hat{i} + 8\hat{j}$

realizando el producto punto: $\vec{r}_A \times \vec{F} = \begin{pmatrix} 4 & 8 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -4 \end{pmatrix} = -4\hat{k}$
el punto B(0,2) pertenece a la línea, luego se puede calcular también como:

$$\vec{r}_B \times \vec{F} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -4 \end{pmatrix} = -4\hat{k}$$

observación, en la notación empleada $\begin{pmatrix} a & b & c \end{pmatrix} = a\hat{i} + b\hat{j} + c\hat{k}$

$$\begin{pmatrix} 4 & 8 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \end{pmatrix} = \det \begin{pmatrix} i & j & k \\ 4 & 8 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \end{pmatrix} = -4\hat{k}$$

10.- El vector posición de una partícula viene dado por $\vec{r}(t) = x(t)\hat{i} + y(t)\hat{j}$ en donde:(unidades S.I.)

$x(t) = 2t + 1$, $y(t) = t^2$. Hallar:

a) posición de la partícula cuando: $t = 0$ [s]; $t = 2$ [s]

b) velocidad de la partícula en cualquier tiempo. Evaluar $\vec{v}(3)$

c) aceleración. d) ecuación de la trayectoria.

$$x(0) = 1; y(0) = 0 \rightarrow \vec{r}(0) = \hat{i}$$

$$\begin{matrix} x(2) & = & 5 \\ y(2) & = & 4 \end{matrix} \rightarrow \vec{r}(2) = 5\hat{i} + 4\hat{j}$$

$$\vec{v}(t) = \frac{d}{dt} \vec{r}(t) = 2\hat{i} + 2t\hat{j}$$

$$\vec{v}(t) = 2\hat{i} + 2t\hat{j}$$

$$\vec{v}(3) = 2\hat{i} + 6\hat{j}$$

$$\vec{a}(t) = \frac{d^2}{dt^2} \vec{r}(t) = 2\hat{j} \text{ en cualquier tiempo.}$$

ecuación de la trayectoria... $x(t) = 2t + 1$, $y(t) = t^2$

U.Valparaíso

eliminando el parámetro "t"

$$t = \frac{x(t)-1}{2} \text{ y reemplazando en } y(t), \text{ tendremos: } y(t) = t^2 \rightarrow y(t) = \left(\frac{x(t)-1}{2}\right)^2$$

se trata de una curva de segundo grado (una parábola).

$$y(t) = \left(\frac{x(t)-1}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}x(t) - \frac{1}{2}\right)^2$$

$$y(t) = \frac{1}{4}(x(t))^2 - \frac{1}{2}x(t) + \frac{1}{4}$$

11.- Una partícula se mueve a lo largo de la curva definida por $y = 3x + 2$, con velocidad constante. Hallar su vector posición en cualquier tiempo, y su velocidad (vector) en cualquier tiempo. Sabiendo que $\frac{dx}{dt} = 2 \left[\frac{m}{s}\right]$

derivando la ecuación de la trayectoria con respecto al tiempo:

$$y = 3x + 2 \rightarrow \frac{dy}{dt} = 3 \frac{dx}{dt}, \text{ como } \frac{dx}{dt} = 2 \text{ se tendrá para la rapidez en el eje } y: \frac{dy}{dt} = 3 \cdot 2 = 6$$

$$\text{luego la velocidad es: } \vec{v}_B = (2\hat{i} + 6\hat{j}) \left[\frac{m}{s}\right]$$

$$\text{luego su vector posición es: } \vec{r}(t) = \int_0^t \vec{v}_B dt = \int_0^t (2\hat{i} + 6\hat{j}) dt = (2t)\hat{i} + (6t)\hat{j} + \vec{r}(0)$$

$$\vec{r}(t) = (2t)\hat{i} + (6t)\hat{j} + \vec{r}(0)$$

en donde $\vec{r}(0)$ es el vector posición en el instante $t=0$, y también la constante de integración. Para su determinación se requieren más datos.

12.- Las curvas paramétricas de la trayectoria de un móvil son: $x(t) = 2 \cos 3t$ e $y(t) = 2 \sin 3t$

a) Hallar la ecuación de la trayectoria. b) vector posición cuando $t=0$ seg. c) su velocidad cuando $t=2$ seg.

resolución: elevando al cuadrado ambas relaciones y sumando se obtiene:

$$x(t) = 2 \cos 3t \rightarrow x^2(t) = 4 \cos^2 3t$$

$$y(t) = 2 \sin 3t \rightarrow y^2(t) = 4 \sin^2 3t$$

$$x^2(t) + y^2(t) = 4 \cos^2 3t + 4 \sin^2 3t = 4(\cos^2 3t + \sin^2 3t) \rightarrow x^2(t) + y^2(t) = 4(\cos^2 3t + \sin^2 3t)$$

obtenemos la ecuación de la trayectoria: $x^2(t) + y^2(t) = 4$ (una circunferencia de radio 2)

El vector posición viene dado por: $\vec{r}(t) = x(t)\hat{i} + y(t)\hat{j}$, en cualquier tiempo.

$$\text{para } t=0, \text{ se tiene: } \begin{matrix} x(0) & = & 2 \\ y(0) & = & 0 \end{matrix} \text{ es decir } \vec{r}(0) = 2\hat{i}$$

$$\text{su rapidez en cualquier tiempo: } \vec{v}(t) = \frac{d}{dt} \vec{r}(t) = -(6 \sin 3t)\hat{i} + (6 \cos 3t)\hat{j}$$

$$\vec{v}(t) = -(6 \sin 3t)\hat{i} + (6 \cos 3t)\hat{j}$$

$$\vec{v}(2) = -(6 \sin 6)\hat{i} + (6 \cos 6)\hat{j} = -1.67649\hat{i} + 5.76102\hat{j}$$

13.- La sombra sobre el eje X, de un objeto que se mueve en el plano, está dada por $v_x = 2 \frac{m}{s}$, y la sombra sobre el eje Y, está dada por $v_y = 3 \frac{m}{s}$, ¿Cuál es el módulo de su velocidad? ¿Qué ángulo hace su trayectoria con el eje X? Si su posición cuando $t=0$ seg es el punto (4,6) ¿Cuál será su posición al cabo de 5[s]?

calculando módulo de la velocidad:

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 \rightarrow v = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13} \rightarrow v = \sqrt{13} \left[\frac{m}{s}\right]$$

calculando ángulo con el eje x:

$$\tan \theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{3}{2} \rightarrow \tan \theta = \frac{3}{2}, \text{ Solution is: } \theta = 0.982794 \text{ rad} \rightarrow \theta = 0.982794 \cdot \frac{180}{\pi} \approx 56.31^\circ$$

Al cabo de 5s, las sombras habrán recorrido las siguientes distancias...

U.Valparaíso

$$d_x = 2 \cdot 5 = 10m$$

$$d_y = 3 \cdot 5 = 15m$$

su posición será entonces... $(4 + 10, 6 + 15) = (14, 21)$

otra manera de trabajar la situación:

Siendo su vector posición inicial: $\vec{r}_0 = 4i + 6j$

y el vector velocidad: $\vec{v} = 2i + 3j$, al cabo de los cinco segundos se tendrá el vector posición

siguiente: $\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v} \cdot t \rightarrow \vec{r} = (4i + 6j) + (2i + 3j) \cdot 5 = 14i + 21j \rightarrow \vec{r} = 14i + 21j$

también se podría haber trabajado con el módulo de la velocidad, vale decir:

$$d = vt \rightarrow d = \sqrt{13} \cdot 5 = 5\sqrt{13}$$

y ya que el ángulo que forma la velocidad con el eje x es 56.31° , se tendrá:

$$(4 + 5\sqrt{13} \cos 56.31^\circ, 6 + 5\sqrt{13} \sin 56.31^\circ) = (14, 21)$$

.....
14.- Un objeto se mueve con la velocidad dada por $\vec{v} = (4i + 3j)$. Si cuando $t=0$ s se hallaba en el origen de coordenadas. ¿En qué punto se hallará al cabo de 3 seg?

Al cabo de tres segundos, se obtiene un desplazamiento igual a:

$$\vec{d} = \vec{v} \cdot t \rightarrow \vec{d} = (4i + 3j) \cdot 3 = 12i + 9j$$

como parte del origen: su posición nueva será $(12, 9)$

ya que $\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v} \cdot t$, y en este caso $\vec{r}_0 = 0$

.....
15.- El vector posición de un móvil viene dado por $\vec{r}(t) = (3t)i + (4t^2)j$. Hallar su velocidad y aceleración al cabo de 4 segundos.

derivando con respecto al tiempo, se tiene:

$$\vec{v}(t) = 3i + (8t)j$$

$$\vec{a}(t) = 8j$$

.....
16.- Un móvil describe la trayectoria dada por $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$, hallar la rapidez de la sombra en el eje y cuando $x = 2$, sabiendo que $\frac{dx}{dt} = 4 \left[\frac{cm}{s} \right]$

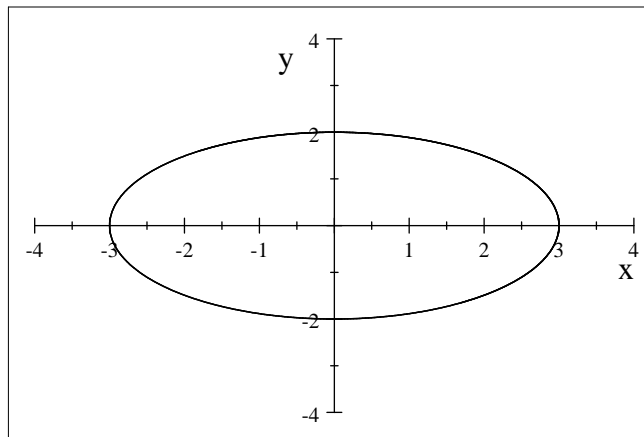
derivando $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ implícitamente con respecto al tiempo, se tiene:

$$\frac{2}{9}x \frac{dx}{dt} + \frac{2}{4}y \frac{dy}{dt} = 0, \text{ ya que } \frac{dx}{dt} = 4, \text{ sustituyendo... } \frac{2}{9} \cdot x \cdot 4 + \frac{2}{4}y \frac{dy}{dt} = 0 \rightarrow$$

$$\frac{2}{4}y \frac{dy}{dt} = -\frac{8}{9} \cdot x \rightarrow \frac{dy}{dt} = -\frac{16}{9} \cdot \frac{x}{y}$$

en particular, si $x=2$, entonces $\frac{2^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$, Solution is: $y = \frac{2}{3}\sqrt{5}$; $y = -\frac{2}{3}\sqrt{5}$

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$$



luego $\frac{dy}{dt} = -\frac{16}{9} \cdot \frac{2}{-\frac{2}{3}\sqrt{5}} = \frac{16}{15}\sqrt{5} = 2.38514$; pregunta: ¿Por qué se eligió este valor $y = -\frac{2}{3}\sqrt{5}$?

17.- Un móvil describe la trayectoria dada por $y = x^2 + 3x + 2$, hallar la rapidez de la sombra en el eje y cuando $x=3$, sabiendo que $\frac{dx}{dt} = 4[\frac{cm}{s}]$

resolución: tomando la primera derivada con respecto al tiempo...

$y = x^2 + 3x + 2 \rightarrow \frac{dy}{dt} = 2x\frac{dx}{dt} + 3\frac{dx}{dt} \rightarrow$ con los datos dados, se tendrá:

$$\frac{dy}{dt} = 2 \cdot 3 \cdot 4 + 3 \cdot 4 = 36 \rightarrow \frac{dy}{dt} = 36[\frac{cm}{s}]$$

18.- Un móvil describe la trayectoria dada por $y = 3x + 2$, hallar la rapidez de la sombra en el eje y cuando $x=3$, sabiendo que $\frac{dx}{dt} = 4[\frac{cm}{s}]$. Escribir la velocidad vectorialmente. ¿Cuál es el ángulo que hace con el eje x?

Resolución:

De la ecuación de la trayectoria $y = 3x + 2$ (una línea recta..), al derivar con respecto al tiempo...

$$\frac{dy}{dt} = 3\frac{dx}{dt}, \text{ como } \frac{dx}{dt} = 4\frac{cm}{s} \rightarrow \text{se tiene: } \frac{dy}{dt} = 3 \cdot 4 = 12 \rightarrow \frac{dy}{dt} = 12\frac{cm}{s},$$

para cualquier valor de x, ya que en la expresión para $\frac{dy}{dt}$ no depende de x.

la velocidad, viene dada por $\vec{v} = \left(\frac{dx}{dt}\right)\hat{i} + \left(\frac{dy}{dt}\right)\hat{j}$, es decir: $\vec{v} = (4\hat{i} + 12\hat{j})[\frac{cm}{s}]$

el ángulo que forma con el eje x, viene dado por: $\tan\theta = \frac{12}{4} = 3 \rightarrow$

$$\tan\theta = 3, \text{ Solution is: } \theta = 1.24905[\text{rad}]$$

$$1.24905 \cdot \frac{180}{\pi} = \frac{224.829}{\pi} = 71.5653^\circ$$

este ángulo es el mismo que forma la trayectoria, dado el hecho que se trata de una línea recta, la línea recta tangente a ella coincide con ella.