PROBLEMAS DE M.A.S.

1º Una partícula que realiza un M.A.S. recorre una distancia total de 20 cm en cada vibración completa y su máxima aceleración es de 50 cm\s^2 .

a) ¿ Cuáles son los valores de su amplitud , período y velocidad máxima ?.
b) ¿ En qué posiciones de la trayectoria se consiguen los valores máximos de la velocidad y de la aceleración?.

<u>**DATOS**</u>

20 cm (vibración completa)
a_{max}= 50 cm\s^2

a)

$A = \frac{20}{4} = 5cm$

A = 5 cm

$a = -\omega^2 x$ La aceleración es máxima cuando x =A

$a_{max} = -\omega^2 A \Rightarrow -50 = -5\omega^2 \Rightarrow \omega^2 = 10 \Rightarrow \omega = \sqrt{10}$ rad \s$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{10}} = 1{,}98s$

T = 1,98 s

$v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$ La velocidad es máxima cuando x = 0

$v_{max} = \omega A = \sqrt{10} .5 = 15{,}8$ cm\s^2

v_{max} = 15,8 cm\s^2

b)

v_{max} para x = 0

a_{max} para x = A = 5 cm

2º Una masa **m** oscila en el extremo de un resorte vertical con una frecuencia de 1 Hz y una amplitud de 5 cm. Cuando se añade otra masa de 300 g ,la frecuencia de oscilación es de 0,5 Hz. Determine:

a) El valor de la masa **m** y de la constante recuperadora del resorte.
b) El valor de la amplitud de oscilación en el segundo caso si la energía mecánica del sistema es la misma en ambos casos.

DATOS

m ? $f_1 = 1$ Hz $A_1 = 5$ cm
$m_2 = m + 0{,}3$Kg $f_2 = 0{,}5$ Hz

a)

$$f_1 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$
$$f_1^2 = \frac{k}{4\pi^2 m} \Rightarrow k = 4\pi^2 m f_1^2$$
$$f_2^2 = \frac{k}{4\pi^2 (m+0{,}3)} \Rightarrow k = 4\pi^2 (m+0{,}3) f_2^2$$
$$4\pi^2 m f_1^2 = 4\pi^2 (m+0{,}3) f_2^2$$
$$m1^2 = (m+0{,}3)0{,}5^2 \Rightarrow m = 0{,}25m + 0{,}075 \Rightarrow m - 0{,}25m = 0{,}075 \Rightarrow 0{,}75m = 0{,}075 \Rightarrow m = 0{,}1kg = 100g$$
$$\mathbf{m = 100g}$$
$$k = 4\pi^2 m f_1^2 = 4\pi^2 0{,}1.1^2 = 3{,}95\frac{N}{m}$$
$$\mathbf{k = 3{,}95\frac{N}{m}}$$

b)

$$E_{m1} = \frac{1}{2}kA_1^2 \qquad E_{m2} = \frac{1}{2}kA_2^2$$
Si $E_{m1} = E_{m2} \Rightarrow A_1 = A_2 = 5$ cm

$A_1 = A_2 = 5$ cm

3º Una partícula realiza un M.A.S. con una amplitud de 8 cm y un período de 4 s. Sabiendo que en el instante inicial la partícula se encuentra en la posición de elongación máxima

a) Determine la posición de la partícula en función del tiempo
b) ¿ Cuáles son los valores de la velocidad y de la aceleración 5 s después de que la partícula pase por el extremo de la trayectoria ?.

DATOS

A = 8 cm

$T = 4$ s $\Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$ rad\s

Para t = 0 el valor de x = A = 8 cm

a) En función del coseno $x = A\cos(\omega t + \varphi_0) = 8.\cos\frac{\pi}{2}t$

En función del seno $x = A\,\text{sen}(\omega t + \varphi_0) = 8.\text{sen}\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{2}\right)$

Escogemos en función del coseno **$x = 8\cos\frac{\pi}{2}t$ (en unidades c.g.s.)**

b) Para t = 5s

$x = 8.\cos\frac{\pi}{2}5 = 0$

$v = \omega A = \frac{\pi}{2}8 = 4\pi cm \backslash s$

v = -4® cm\s En sentido hacia la posición de equilibrio

$a = -\omega^2 x = 0$ **a = 0**

4º Un oscilador armónico constituido por un muelle de masa despreciable, y una masa en el extremo de valor 40 g, tiene un período de oscilación de 2 s.

a) ¿Cuál debe ser la masa de un segundo oscilador, construido con un muelle idéntico al primero, para que la frecuencia de oscilación se duplique ?.
b) Si la amplitud de las oscilaciones en ambos osciladores es 10 cm, ¿cuánto vale, en cada caso, la máxima energía potencial del oscilador y la máxima velocidad alcanzada por su masa?

DATOS

$m_1 = 4.10^{-2}$Kg | m_2 ?

$T_1 = 2s \Rightarrow f_1 = 0{,}5\ s \Rightarrow \omega_1 = 2\pi f_1 = 3{,}14$ rad\s | $f_2 = 2f_1 \Rightarrow \omega_2 = 2\pi f_2 = 6{,}28$rad\s

$A_1 = A_2 = A = 10$ cm

a)

$$f_1 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m_1}} \rightarrow f_1^2 = \frac{k}{4\pi^2 m_1}$$

$$f_2 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m_2}} \rightarrow f_2^2 = \frac{k}{4\pi^2 m_2}$$

Si dividimos las dos ecuaciones

$$\frac{f_1^2}{f_2^2} = \frac{m_2}{m_1} \Rightarrow m_2 = \frac{m_1 f_1^2}{f_2^2} = \frac{4.10^{-2} f_1^2}{4f_1^2} = 10^{-2}\,Kg = 10g$$

m_2= 10 g

b)

Como $A_1 = A_2 = A \Rightarrow E_{P1max} = E_{P2max}$

$E_{P1max} = E_{P2\,max} = \frac{1}{2} KA^2$

$k = 4\pi^2 m_1 f_1^2 = 4\pi^2 4.10^{-2}.0{,}5^2 = 0{,}39 \frac{N}{m}$

$E_{PMax} = \frac{1}{2} 0{,}39.0.1^2 = 1{,}95.10^{-3} J$

$\mathbf{E_{PMax} = 1{,}95.10^{-3}\,J}$

$v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$

La velocidad es máxima para x =0

$v_{1max} = \omega_1$ A = 3,14.0,1 = 0,314 cm\s **v_{1max} = 0,314 cm\s**

$v_{2max} = \omega_2$ A = 6,28.0,1= 0,628 cm\s **v_{2max} =0,628 cm\s**

PROBLEMAS PROPUESTOS

1º Un M. A.S. tiene una A = 2 cm y un T = 1\3 s. Calcula al cabo de 8,25 s, su elongación, velocidad y aceleración.

SOLUCIÓN – 2 cm ; 0 ; $0{,}72\pi^2$ cm\s^2

2º Halla la ecuación de un M.A.S. obtenido al proyectar el M.C.U. de un punto que gira a 20 r.p.m. sobre una circunferencia cuyo diámetro es de 2 m . Halla también la elongación, velocidad y aceleración en 3 s.

SOLUCIÓN sen 2π t\3 ; 0 ; 2,09 m\s ; 0

3º Calcula la elongación de un M.A.S. de 3 cm , de amplitud y 0,8 s de período, en el instante 0,1 s.

SOLUCIÓN 2,12 cm

4º Una cuerda de una guitarra vibra con una A= 2 mm y una frecuencia de 50 Hz. Calcula el valor de su velocidad máxima

SOLUCIÓN 0,63 m\s.

5º Un M.A.S. tiene esta ecuación general x = 7 sen (3πt + π\2). ¿ Cuáles son sus características?
¿ Cuánto valdrá x , v y a para t = 0 y para t = 0,5 s ?. ¿ Y su velocidad y aceleración máximas?

SOLUCIÓN : A = 7 ; ω = 3π ; φ_0 = π /2
Para t = 0 s → x = 7 ; v = 0 ; a =$-63\pi^2$
Pata t = 0.5 s → x = 0 ; v = 21π ; a = 0
$V_m = 21\pi$; $a_m = -63\pi^2$

6º ¿ Cuál es la ecuación de un M.A.S. sabiendo que posee una amplitud de 15 cm, una frecuencia de 4 Hz y que para t= 0 el móvil se encuentra en el punto medio de la amplitud.

SOLUCIÓN $x= 0,15 \text{ sen } (8\pi t + \pi\backslash 6)$

7º La aceleración del movimiento de una partícula viene expresada por la relación a = -k y, siendo "y" el desplazamiento respecto a la posición de equilibrio y "k" una constante. ¿ De que movimiento se trata ?¿ Qué representa k ? ¿ Cuál es la ecuación del citado movimiento ?.

SOLUCIÓN :

- De un M.A.S. Porque la aceleración es proporcional al desplazamiento y de sentido hacia el centro de la trayectoria y por tanto la fuerza también.
- " k " representa la ω^2 (El cuadrado de la pulsación)
- La ecuación será $y = A \text{ sen } (\omega t + \varphi_0)$

8º A un resorte cuando se le cuelga un cuerpo de 10 Kg de masa alarga 2 cm . A continuación se le añade una masa de otros 10 Kg , y se la da al conjunto un tirón hacia abajo , de forma que el sistema se pone a oscilar con una amplitud de 3 cm. Determina :

a) T y f del movimiento
b) Posición, velocidad, aceleración y fuerza recuperadora a los 0,5 s de iniciado el mismo.
c) La diferencia de fase entre ese instante y el inicial.

SOLUCIÓN : a) 0,4 s ; 2,5 Hz
b) $-8,7.10^{-4}$ m ; 0,47 m / s ; 0,21 m/s^2; 4,26 N
c) 7,825 rad . Están desfasados los dos instantes en 1,54 rad

9ºUn cuerpo de 500 g de masa pende de un muelle . Cuando se tira de él 10 cm por debajo de su posición de equilibrio y se abandona a sí mismo oscila con un período de 2 s.

a) ¿ Cuál es su velocidad al pasar por la posición de equilibrio ?
b) ¿ Cuál es su aceleración cuando se encuentra a 10 cm por encima de su posición de equilibrio ?
c) ¿ Cuánto de acortará el muelle si se quita el cuerpo ?

SOLUCIÓN a) $0,1\ \pi$ m\s
b) $-0,1\pi^2$ m\s^2
c) 1 m

10º Una masa oscila con una frecuencia de 8 Hz y una amplitud de 4 cm. Si m = 2 g , calcular la energía cinética y la energía potencial del oscilador cuando la elongación vale 1 cm

SOLUCIÓN $3,78.\ 10^{-3}$ J $0,25\ .\ 10^{-3}$ J

11º Explica como varía la energía mecánica de un oscilador lineal sí :

a) Se duplica la amplitud
b) Se duplica la frecuencia.

c) Se duplica la amplitud y se reduce la frecuencia a la mitad

SOLUCIÓN a) Si se duplica la amplitud la energía mecánica se hace 4 veces mayor.
b) Si se duplica la frecuencia la energía mecánica se hace 4 veces mayor.
c) Si se duplica la amplitud y la frecuencia se reduce a la mitad la energía mecánica no varía

12º Si se duplica la energía mecánica de un oscilador armónico, explique que efecto tiene :

a) En la amplitud y la frecuencia de las oscilaciones.
b) En la velocidad y el período de oscilación

SOLUCIÓN a) $A_2 = \sqrt{2}A_1$; la frecuencia no varía
b) $v_2 = \sqrt{2}v_1$; el período de oscilación no varía

13º ¿ En qué instantes y posiciones se igualan las energías cinética y potencial para un móvil que describe un M. A. S. ?.

SOLUCIÓN $\frac{A}{\sqrt{2}}$

14º a) ¿ En qué posición del movimiento armónico la velocidad es igual a la mitad de su valor máximo ?.
b) Si se duplica la masa que soporta un muelle ¿ como varía su frecuencia de oscilación?.

SOLUCIÓN a) para $x = \frac{\sqrt{3}}{2}A$
b) $f_2 = \frac{f_1}{\sqrt{2}}$

15º Al caer una pelota de 30 g de masa en una red, ésta se pone a vibrar con una frecuencia de 0,5 Hz. Calcula la frecuencia de oscilación cuando caiga una pelota de 10 g.

SOLUCIÓN 0,75 Hz

16º Un punto material está animado de un M.A.S. a lo largo del eje X. ,alrededor de su posición de equilibrio en x =0 . En el instante t = 0 , el punto material está situado en x = 0 y se desplaza en el sentido negativo del eje X con una velocidad de 40 cm.s^{-1} . La frecuencia del movimiento es de 5 Hz.

a) Determine la posición en función del tiempo.
b) Calcule la posición y la velocidad en el instante t = 5 s

SOLUCIÓN a) $x = \frac{4}{\pi}\cos(10\pi t + \frac{\pi}{2})$(c.g.s.)

b) x_{5s}= 0 v_{5s}= -40 cm/s

17º Una partícula de 6 g de masa se mueve a lo largo del eje X, atraída hacia el origen con una fuerza que es, en Newton, diez veces su distancia " x " respecto al origen. Si la partícula parte del reposo en la posición x = 5 cm. Se pide:

a) Ecuación del movimiento de la partícula.
b) Período, frecuencia y energía total del mismo.

SOLUCIÓN a) $x = 5.10^{-2} \cos 40{,}8\ t$
b) T= 0,15 s ; f = 6,5 Hz ; E_T = 0,0125 J

18ºA un resorte, cuya longitud natural, cuando está colgado de un punto fijo es de 40 cm, se le pone una masa de 50 g, unida a su extremo libre. Cuando esta masa está en posición de equilibrio, la longitud del resorte es de 45 cm. La masa se impulsa 6 cm hacia abajo y se suelta. Calcula:

a) La constante recuperadora del muelle.
b) Las expresiones de la elongación , de la velocidad, de la aceleración y de la fuerza.
c) Los valores máximos de las magnitudes anteriores.

SOLUCIÓN a) K = 9,8 N/m
b) $y = 6.10^{-2}\text{sen}\ (14\ t + 3\pi/2)$; $y_{max} = 6.10^{-2}$ m
$v = 84.10^{-2}\cos (14\ t + 3\pi/2)$; $v_{max} = 84.10^{-2}$ m/s
$a = -11{,}76.\text{sen}\ (14\ t + 3\pi/2)$; $a_{max} = -11{,}76$ m/s^2
$F = -0{,}588\ \text{sen}\ (14\ t + 3\pi/2)$; $F_{max} = 0{,}588$ N

19º Un bloque de 1,2 kg de masa oscila libremente unido a un resorte de masa despreciable y constante recuperadora k = 300 N/m, en un plano horizontal sin rozamiento, con una velocidad máxima de 30 cm/s. Determine :

a) El período del movimiento
b) El desplazamiento máximo del bloque con respecto a la posición de equilibrio.
c) Las energías cinética , potencial y total del bloque cuando se encuentra en la posición de desplazamiento máximo.

SOLUCIÓN a) T = 0,397 s
b) A = 0,0189 m
c) E_c = 0 ; E_p = 0,053 J ; E_m = 0,053 J

20º Un cuerpo de 1,4 Kg de masa se une a un muelle de constante elástica 15 N\m . El sistema se pone a oscilar horizontalmente con una a A = 2 cm . Determinar:

a) Energía total del sistema
b) E_c y E_p cuando el desplazamiento es de 1,3 cm.
c) Velocidad máxima

SOLUCIÓN a) $E_T = 3.10^{-3}$ J
b) $E_c = 1,27 .10^{-3}$ J ; $E_p = 1,73 .10^{-3}$ J
c) $v_{max} = 6,5.10^{-2}$ $m.s^{-1}$

21º Una partícula cuya masa es 50 g, se mueve con M. A.. S. de período 0,3 s y amplitud 20 cm . Determinar :

a) Los valores de la fuerza y de la energía cinética cuando la partícula está situada a 10 cm de la posición de equilibrio.
b) La variación de la energía potencial cuando la partícula pasa de estar situada a 10 cm a estar situada a 20 cm de la posición de equilibrio.

SOLUCIÓN a) F = -2,19 N ; E_c= 0,328 J
b) ΔE_p = 0,328 J

22º Una pequeña esfera homogénea de masa 1,2 Kg que cuelga de un resorte vertical , de masa despreciable y constante recuperadora k = 300 N/m, oscila libremente con una velocidad máxima de 30 cm/s . Determinar:

a) El período del movimiento.
b) El desplazamiento máximo de la esfera respecto de la posición de equilibrio.
c) Las energías cinética, potencial y total de la esfera cuando se encuentra en la posición de desplazamiento máximo

SOLUCIÓN a) T = 0,4 s
b) A = 0,0019 J
c) E_c =0 ; $E_p = E_T$ = 0,054 J

23º En un movimiento pendular , la longitud del hilo es de 1m, la masa 2 Kg y la amplitud de las oscilaciones de 30^{0}.. Calcula la energía cinética del péndulo al pasar por la posición de equilibrio.
SOLUCIÓN 2,62 J

24º La masa de la Luna es aproximadamente $6,5 .10^{22}$ Kg y su radio $16 .10^{5}$ m. ¿ Cuál será el período de oscilación en la superficie lunar de un péndulo cuyo período en la Tierra es de un segundo ?.
($6,67. 10^{-11}$ en el S. I.) **SOLUCIÓN** T_L = 2,4 s

25º Sabiendo que la aceleración de la gravedad en la superficie terrestre es aproximadamente 6 veces la aceleración de la gravedad en la superficie lunar.. ¿ cuál será el período de oscilación en la superficie lunar de un péndulo cuyo período en la Tierra es de un segundo ?.

SOLUCIÓN T_L= 2,45 s

26º Un péndulo simple oscila en la superficie de la Tierra con un período de 2 segundos. Sabiendo que la masa de la Luna es 0,012 veces la masa de la Tierra y que el radio lunar es 0,27 veces el radio terrestre, ¿cuál sería el período de oscilación del mismo péndulo e n la superficie de la Luna? . Razona la respuesta.
SOLUCIÓN T_L= 2,46 s