1.- Un balón de fútbol americano se patea con una rapidez inicial de 64[pie/s] y con un ángulo de elevación de 45º . Un jugador que está en línea de meta a 60 yardas de distancia y en la dirección del vuelo del balón, empieza a correr en ese instante para recogerlo. ¿Cuál deberá ser su rapidez mínima para que alcance al balón antes que éste llegue al suelo?

Hint: $1[pié] = 0{,}3048[m]$ $\qquad 1[yarda] = 3[pie]$

64[pie/s]$= 64 \cdot 0.3048 = 19.5072m$

60 yardas$= 60 \cdot 3 \cdot 0.3048 = 54.864m$

Escribimos las ecuaciones de movimiento:

$x(t) = (19.5072\cos 45^\circ)t = 13.7937t \to x(t) = 13.7937t$

$y(t) = (19.5072\sin 45^\circ)t - 5t^2 = 13.7937t - 5.0t^2 \to y(t) = 13.7937t - 5.0t^2$

resumimos:

	con ellas podemos hacer todo	
	$x(t) = 13.7937t$	
	$y(t) = 13.7937t - 5.0t^2$	

condición del problema: $y(t) = 13.7937t - 5.0t^2 = 0$; la pelota llega al suelo...

$13.7937t - 5.0t^2 = 0$, Solution is: $\{[t = 2.75874], [t = 0.0]\}$

utilizando el resultado: $t = 2.75874[s]$

$x(2.75874) = 38.0532[m]$ es la distancia que debe recorrer

luego la rapidez mínima ha de ser: $v = \frac{38.0532[m]}{2.75874[s]} = \frac{38.0532}{2.75874} \approx 13.8[\frac{m}{s}]$

....

2.- Un bateador golpea a una pelota que viaja a 4,0 pié de altura sobre el suelo, de tal manera que la lanza con un ángulo de elevación de 45º y con una rapidez inicial de 110$[pie/s]$. En su trayectoria la pelota tiene que sobrepasar una barda de $24[pie]$ de altura, situada a una distancia de 320 pies del bateador. ¿Podrá sobrepasar a la barda?.

$1[pié] = 0{,}3048[m]$ $\qquad 1[yarda] = 3[pie]$

conversión de unidades:

$$0.3048 \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 110 \\ 24 \\ 320 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.2192 \\ 33.528 \\ 7.3152 \\ 97.536 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} & 1.22 \\ & 33.52 \\ \text{altura} & 7.32 \\ \text{distancia} & 97.54 \end{pmatrix}$$

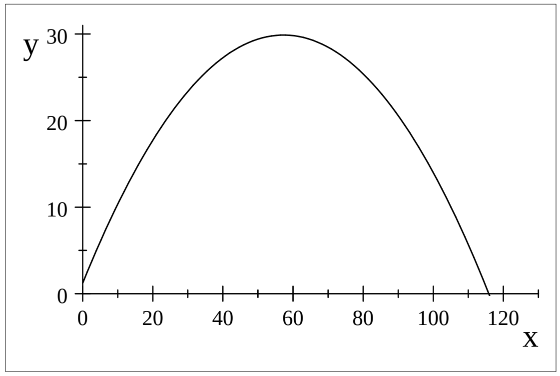
La condición del problema es que la trayectoria pase por el punto (97.54,7.32)

Las ecuaciones de movimiento son:

$$\begin{matrix} x = (33.52\cos 45^\circ)t \\ y = 1.22 + (33.52\sin 45^\circ)t - 4.9t^2 \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} x = 16.76\sqrt{2}\,t \\ y = -4.9t^2 + 16.76\sqrt{2}\,t + 1.22 \end{matrix}$$

$y = -4.9t^2 + 16.76\sqrt{2}\,t + 1.22$

$x = 16.76\sqrt{2}\,t$, Solution is: $t = 4.21901 \times 10^{-2}x$
$y = -4.9(4.21901 \times 10^{-2}x)^2 + 16.76\sqrt{2}\,(4.21901 \times 10^{-2}x) + 1.22$
$y = -8.72202 \times 10^{-3}x^2 + 0.707106\sqrt{2}\,x + 1.22$



como no conocemos el comportamiento de la trayectoria...se obtiene su ecuación a partir del sistema de ecuaciones anterior. $y = -8.72202 \times 10^{-3}x^2 + 0.707106\sqrt{2}\,x + 1.22$

según la gráfica, la pelota ni siquiera alcanza a llegar a la barda.(ver eje x)
$1.22 + (33.52\sin 45^\circ)t - 4.9t^2 = 7.32$, Solution is: $\{[t = 0.272738], [t = 4.56445]\}$

con el tiempo $t = 4.56445 \approx 4.56s$ calculamos máximo alcance..
$x = (33.52\cos 45^\circ) \cdot 4.56 = 108.082,$ es decir, la pelota alcanza demás pasar por sobre la barda,ya que la altura de 7.32m la alcanza de bajada recién a los 108m.Otra forma sería, calcular el tiempoque demora en recorrer la distancia horizontal y despúes calcular la altura.
es decir: $97.54 = 16.76\sqrt{2}\,t$, Solution is: $\{[t = 4.11523]\}$ en este tiempo, el recorrido realizado(horizontal) es de $97.54m$, donde está la valla.
Con este tiempo, calculamos la altura que lleva:
vía SWP
$\begin{pmatrix} t = 4.11523 \\ y = -4.9t^2 + 16.76\sqrt{2}\,t + 1.22 \end{pmatrix}$, Solution is: $\{[t = 4.11523, y = 15.778]\}$
La pelota pasa por sobre la valla y a una altura de 15.8m app
....
3.- Una pelota rueda desde lo alto de una escala con una velocidad horizontal cuya magnitud es de 5,0 [pie/s]. Los escalones tienen 8 plg de ancho y 8 plg de alto. ¿Cuál será el primer escalón con que choca la pelota?
1pie=12plg, la aceleración de gravedad es igual a 32$\left[\frac{pié}{s^2}\right]$

$32 \cdot 12 \rightarrow$aceleración: $384\left[\frac{\text{plg}}{s^2}\right]$ $5 \cdot 12 =$velocidad: $60\left[\frac{\text{plg}}{s}\right]$

$x(t) = v_0 \cdot t$
$y(t) = -\frac{1}{2}gt^2$

de ambas ecuaciones se puede encontrar la ecuación de la trayectoria, eliminando el parámetro "t" tiempo

$x(t) = v_0 \cdot t \to t = \frac{x}{v_0} \to y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 \to y = -\frac{1}{2}g(\frac{x}{v_0})^2 \to y = -\frac{1}{2}g\frac{x^2}{v_0^2}$, reemplazando los valores de aceleración y velocidad....$y = -\frac{1}{2} \cdot 384\frac{x^2}{60^2} \to y(x) = -\frac{4}{75}x^2$ (ahora tenemos la "altura" en función de la distancia horizontal recorrida.)

se puede a continuación construir una tabla de valores, cada 8 pulgadas(ancho de un escalón)

$x(t) = 60t \to\to y(t) = -192t^2$

$$x\begin{pmatrix}1\\2\\3\\4\\5\end{pmatrix} = \begin{matrix}60\\120\\180\\240\\300\end{matrix} \qquad y\begin{pmatrix}8\\16\\24\\32\\40\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-3.41333\\-13.6533\\-30.72\\-54.6133\\-85.3333\end{pmatrix}$$

El problema se resuelve cuando $x \le y$

es decir:

$x \le \frac{4}{75}x^2 \to 0 \le 4x^2 - 75x \to 0 \le (4x - 75)x$

ya que estamos trabajando con x positivo...: $0 \le 4x - 75 \to \frac{75}{4} \le x \to x \ge \frac{75}{4} = 18.75$plg

es decir cuando el objeto sobrevuele el tercer escalón.

....

4.- Un avión vuela con una velocidad horizontal constante de 500[$[Km/h]$ a una altura de 5[$[Km]$ y se dirige hacia un punto que se encuentra directamente arriba de su objetivo. ¿Cuál es el ángulo de mira, al que debe arrojarse un paquete de supervivencia para que llegue al objetivo?

el paquete demora un tiempo "t" calculable mediante: $5000 = \frac{1}{2}gt^2$, Solution is:

$\{[t = -31.6228], [t = 31.6228]\}$

luego la distancia recorrida por el avión en ese tiempo viene dado por: $v = \frac{d}{t}$

es decir: $500 \cdot \frac{1000}{3600} = \frac{d}{31.6228}$, Solution is: 4.39206×10^3

finalmente el ángulo de mira debe ser: $\tan\theta = \frac{5000}{4.39206 \times 10^3}$, Solution is: $\{[\theta = 0.850037]\}$

es decir: $0.850037 \cdot \frac{180}{\pi} = 48.7035^\circ$

Resolución: S.B.Ch.

$g = 10\frac{m}{s^2}$

....

5.- Un proyectil se dispara de tal manera que su alcance horizontal es igual a 3 veces su máxima altura ¿Cuál es el ángulo de disparo? Hint: $\sin(2\theta) = 2\sin\theta\cos\theta$

$x(t) = (v_0\cos\theta)t$

$y(t) = (v_0\sin\theta)t - \frac{1}{2}gt^2$

$\frac{d}{dt}y(t) = v_0\sin\theta - gt \to v_y(t) = v_0\sin\theta - gt$

la altura máxima se calcula con el tiempo en que la velocidad vertical se anula, es decir: $v_y(t) = 0$

$v_y(t) = 0$, Solution is: $t = \frac{1}{g}v_0\sin\theta$

luego la altura máxima viene dada por:

$y(\frac{1}{g}v_0\sin\theta) = \frac{1}{2g}v_0^2\sin^2\theta$

y el alcance máxima se calcula por: $x(\frac{2}{g}v_0\sin\theta) = \frac{2}{g}v_0^2\cos\theta\sin\theta$

luego, como se cumple: $x(t) = 3y(t)$

se tiene la ecuación: $\frac{2}{g}v_0^2\cos\theta\sin\theta = \frac{3}{2g}v_0^2\sin^2\theta \to 2\cos\theta\sin\theta = \frac{3}{2}\sin^2\theta \to$

$\frac{3}{2}\sin\theta = 2\cos\theta \to \tan\theta = \frac{4}{3}$, Solution is: $\{[\theta = 0.927295]\}$

$0.927295 \cdot \frac{180}{\pi} \approx 53.1^\circ$

....

6.- Determinar el alcance horizontal de un proyectil cuya velocidad Vo = 30[m/s] y el ángulo de elevación es :

a) θ= 23,7 b) θ= 66,3 c) Según sus resultados de a) y b) qué puede inferir?

d)Determine el tiempo de vuelo tv en cada caso a) y b) Resp. X = 30[m]

El alcance horizontal se obtiene cuando y(t)=0, luego:

$x(t) = (v_0\cos\theta)t$

$(v_0\sin\theta)t - \frac{1}{2}gt^2 = 0$, Solution is: $t = \frac{2}{g}v_0\sin\theta$

y ahora calculamos el alcance horizontal: $x(\frac{2}{g}v_0\sin\theta) = \frac{2}{g}v_0^2\cos\theta\sin\theta$

$x(t) = \left(v_0\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)\right)t$

$y(t) = \left(v_0\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)\right)t - \frac{1}{2}gt^2$

$\left(v_0\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)\right)t - \frac{1}{2}gt^2 = 0$, Solution is: $t = \frac{2}{g}v_0\sin\left(\frac{1}{2}\pi - \theta\right)$

y ahora calculamos el alcance horizontal: $x(\frac{2}{g}v_0\sin\left(\frac{1}{2}\pi - \theta\right)) = \frac{2}{g}v_0^2\cos\left(\frac{1}{2}\pi - \theta\right)\sin\left(\frac{1}{2}\pi - \theta\right)$

y ahora debemos demostrar que: $\frac{2}{g}v_0^2\cos\left(\frac{1}{2}\pi - \theta\right)\sin\left(\frac{1}{2}\pi - \theta\right) = \frac{2}{g}v_0^2\cos\theta\sin\theta$, lo que es prácticamente obvio

ya que se cumple:

$\cos\left(\frac{1}{2}\pi - \theta\right) = \sin\theta$
$\sin\left(\frac{1}{2}\pi - \theta\right) = \cos\theta$

....

7.- Una pelota rueda fuera del borde de la parte superior de una mesa de 1[m] de altura y toca el suelo en un punto situado a una distancia horizontal de 1,5[m] del borde de la mesa.

a) Hállese el tiempo que la pelota esta en el aire.

b) Hállese la velocidad inicial.

a) las ecuaciones de movimiento son:

$x(t) = v_0 t$
$y(t) = -\frac{1}{2}gt^2$

y se cumple que:

$v_0 t = 1.5$
$\frac{1}{2}gt^2 = 1$

$$\begin{matrix} v_0 t = 1.5 \\ \frac{1}{2}gt^2 = 1 \\ g = 10 \end{matrix} \text{, Solution is: } \left\{ \begin{matrix} [t = -0.447214, v_0 = -3.3541] \\ [t = 0.447214, v_0 = 3.3541] \end{matrix} \right\}$$

....

8.- El ángulo de elevación de una batería antiaérea es 70º y la velocidad de salida de la boca del cañón del arma es de 900[m/s]. ¿Para qué instante después del disparo debe armarse la espoleta si el obús debe explosionar a una altura de 1500[m] ?

$x(t) = (v_0\cos\theta)t$
$y(t) = (v_0\sin\theta)t - \frac{1}{2}gt^2$

$$\begin{matrix} x(t) = (v_0\cos\theta)t \\ y(t) = (v_0\sin\theta)t - \frac{1}{2}gt^2 \\ \theta = 70^\circ \\ v_0 = 900 \\ y(t) = 1500 \end{matrix} \text{, Solution is: } \{[t = 1.79263, \theta = 1.22173, v_0 = 9.0 \times 10^2]\}$$

$$\begin{matrix} x = (900\cos 70^\circ)t \\ y = (900\sin 70^\circ)t - 5t^2 \\ y = 1500 \end{matrix} \text{, Solution is:}$$

$$\left\{ \begin{matrix} [t = 1.79263, x = 5.51803 \times 10^2, y = 1.5 \times 10^3], \\ [t = 1.67352 \times 10^2, x = 5.15140 \times 10^4, y = 1.5 \times 10^3] \end{matrix} \right\}$$

....

9.- Un avión vuela horizontalmente a una altura de 1125[m] con una rapidez de 200[Km/h]. ¿A qué distancia debe soltarse una bomba para que dé en un blanco fijo en tierra? y con qué velocidad impacta el proyectil en el blanco?

Se requiere primeramente el tiempo de caída,tal tiempo nos permite calcular la distancia a recorrer.

$\frac{200}{3.6} = 55.5556$

$\begin{array}{r} x = 55.56t \\ 1125 = 5t^2 \end{array}$, Solution is: $\left\{ \begin{array}{c} [t = -15.0, x = -8.334 \times 10^2] \\ [t = 15.0, x = 8.334 \times 10^2] \end{array} \right\}$

¿Cómo se podría interpretar el tiempo negativo?

....

10.- Se lanza un proyectil que da en el blanco a los 20[s] a una altura de 400[m]. Si el blanco está ubicado a una distancia de 1800[m] medidos horizontalmente. Determinar la velocidad de salida y el ángulo de elevación del proyectil.

$\begin{array}{c} x(t) = (v_0 \cos\theta)t \\ y(t) = (v_0 \sin\theta)t - \frac{1}{2}gt^2 \\ t = 20 \\ y(20) = 400 \\ x(20) = 1800 \\ g = 10 \end{array}$, Solution is: $\{[g = 10.0, t = 20.0, \theta = 0.927295, v_0 = 1.5 \times 10^2]\}$

$\theta = 0.927295 \cdot \frac{180}{\pi} = 53.1301$

$y(20) = 20v_0 \sin\theta - 2000$

$x(20) = 20v_0 \cos\theta$

$\begin{array}{c} 20v_0 \sin\theta - 2000 = 400 \\ 20v_0 \cos\theta = 1800 \end{array}$, Solution is: $\{[\theta = -2.25267 \times 10^2, v_0 = 1.5 \times 10^2]\}$

$\theta = -2.25267 \times 10^2 + 2n\pi < 2\pi$

$-2.25267 \times 10^2 + 2n\pi < 2\pi$, Solution is: $(-\infty, 36.8524)$

$-2.25267 \times 10^2 + 2 \cdot 36\pi = 0.927671$

$v_0 \sin\theta = 120$

$v_0 \cos\theta = 90$

$\tan\theta = \frac{120}{90}$, Solution is: $\{[\theta = 0.927295]\}$

$0.927295 \cdot \frac{180}{\pi} = 53.1301^\circ$

....

11.- Desde la terraza de un edificio se dispara un proyectil con Vo = 30[m/s] y un ángulo de elevación de 37º respecto de la horizontal. Si el proyectil cae a tierra a 150[m] de la base del edificio. Calcular la altura del edificio.

$x(t) = (v_0 \cos\theta)t$

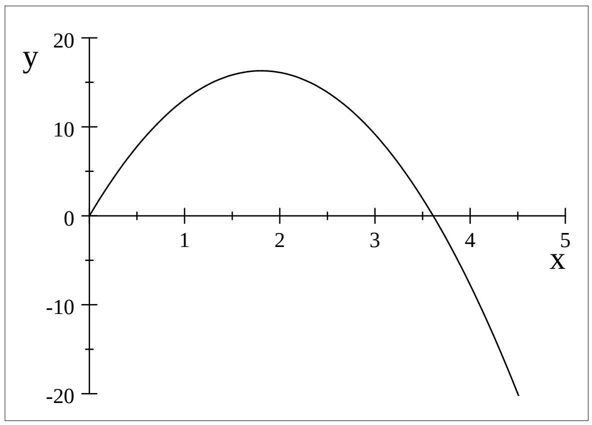
$y(t) = (v_0 \sin\theta)t - \frac{1}{2}gt^2$

$$\begin{aligned} 150 &= (30\cos 37^\circ)t \\ h &= (30\sin 37^\circ)t - 5t^2 \end{aligned}$$, Solution is: $\{[h = -82.9474, t = 6.26068]\}$

¿Por qué este resultado?

$$\begin{aligned} x &= (30\cos 37^\circ)t \\ 0 &= (30\sin 37^\circ)t - 5t^2 \end{aligned}$$, Solution is: $\left\{ \begin{array}{c} [t = 0.0, x = 0.0], \\ [t = 3.61089, x = 86.5136] \end{array} \right\}$

$h = (30\sin 37^\circ)t - 5t^2$



....

12.- Un avión de combate vuela horizontalmente a una altura de 1[Km] y con una velocidad de 200[Km/h]. Deja caer una bomba que debe dar en un buque que viaja en la misma dirección a una velocidad de 20[Km/h]. Encuentre la distancia horizontal entre el avión y el buque para que la bomba dé en el blanco en centro del buque.

$$\begin{aligned} x(t) &= (v_0\cos\theta)t \\ y(t) &= (v_0\sin\theta)t - \tfrac{1}{2}gt^2 \end{aligned}$$

$(200-20)\frac{1000}{3600} = 50.0$, la velocidad relativa es de $(200-20)\frac{km}{h}$

$$\begin{aligned} d &= 50t \\ 1000 &= 2t^2 \end{aligned}$$, Solution is: $\left\{ \begin{array}{c} [d = -1.11803 \times 10^3, t = -22.3607], \\ [d = 1.11803 \times 10^3, t = 22.3607] \end{array} \right\}$

....

13.- Se lanza un proyectil que da en el blanco a los 20(s) a una altura de 400(m).

Si el blanco esta ubicado a una distancia de 1800(m) medidos horizontalmente. Determinar la velocidad de salida y el ángulo de elevación del proyectil. *repetido*

....

14.- Una pelota se lanza horizontalmente desde la azotea de un edifico de 35m de altura. La pelota golpea el suelo en un punto a 80(m) de la base del edificio.

a) Encuentre el tiempo que la pelota permanece en el aire.

b) Su velocidad inicial

c) Las componentes "x e y" de la velocidad justo antes que la pelota pegue en suelo.

$x(t) = (v_0\cos\theta)t \qquad y(t) = (v_0\sin\theta)t - \tfrac{1}{2}gt^2 \qquad v_y = (v_0\sin\theta) - gt$

$$\begin{array}{c} 80 = v_0 t \\ 35 = v_0 t - 5t^2 \end{array}, \text{ Solution is: } \left\{ \begin{array}{c} [t = -3.0, v_0 = -26.6667], \\ [t = 3.0, v_0 = 26.6667] \end{array} \right\}$$

utilizando $v_y(t) = -10t$

$v_y(3) = -30$

pero $v_x = 26.6667$ constante (sin roce)

de modo que: $v(3) = \sqrt{26.6667^2 + 30^2} = 40.1387[\frac{m}{s}]$

Nota bene: en general: $\vec{v}(t) = (v_0 \cos\theta)\hat{\imath} + (v_0 \sin\theta - gt)\hat{\jmath}$

....

15.- El helicóptero de la figura vuela horizontalmente a una altura de 1000(m) con una velocidad de 200(Km/h). Deja caer una bomba que debe dar en un buque que viaja en dirección opuesta a una velocidad de 10,8(nudos).

Determine la distancia horizontal, entre el helicóptero y el buque para que la bomba dé en el blanco.

.1(nudo)=1,852(Km/h)

$10.8 \cdot 1.852 = 20.0016$

la velocidad relativa es de $200 + 20 = 220\frac{km}{h} = \frac{220}{3.6} = 61.1111$

en consecuencia...

el tiempo disponible es el de caída desde 1000m

$y(t) = (v_0 \sin\theta)t - \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow 1000 = 5t^2$, Solution is: $\left\{ \begin{array}{c} [t = -14.1421], \\ [t = 14.1421] \end{array} \right\}$

luego la distancia viene dada por: $d = 61.1111 \cdot 14.1421 = 864.239[m]$

....

16.- Desde una fragata se dispara un proyectil que impacta en el blanco 5 (s) después de lanzado sobre un blanco situado a 700(m) de distancia y 182(m) de altitud.

Calcular

a) Ángulo de elevación del cañón (o).

b) b) Velocidad de salida del proyectil (Vo)

$x(t) = (v_0 \cos\theta)t \qquad y(t) = (v_0 \sin\theta)t - \frac{1}{2}gt^2 \qquad v_y = (v_0 \sin\theta) - gt$

$$\begin{array}{c} 700 = (v_0 \cos\theta)5 \\ 182 = (v_0 \sin\theta)5 - 5 \cdot 5^2 \end{array}, \text{ Solution is: } \{[\theta = 0.413309, v_0 = 1.52872 \times 10^2]\}$$

$\theta = 0.413309 \cdot \frac{180}{\pi} \approx 23.7^\circ$

....

17.- Un avión vuela horizontalmente a 1024[pies] de altura con una rapidez de 300[pie/s] está alcanzando a una lancha misilera que viaja a 50[pies/s] en la misma dirección del avión.

a) A que distancia de la popa de la misilera debe dejar caer una bomba para impactar la lancha?

b) ¿Cuál es la velocidad de la bomba al impactar la misilera?

c) ¿Con qué ángulo impacta la bomba? g = 32[pies/s^2]

Resolución:como la velocidad es $(300-50)[pie/s] = 250[pie/s]$

y el tiempo de caída viene dado por: $d = \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow 1024 = \frac{1}{2} \cdot 32t^2$, Solution is: $\{[t=-8.0[s]],[t=8.0[s]]\}$

la distancia debe ser: $d = vt \rightarrow 250\left[\frac{pie}{s}\right] \cdot 8[s] = 2000[pie]$

la velocidad debe ser: $v_y = -gt \rightarrow v_y = -32\left[\frac{pie}{s^2}\right] \cdot 8[s] = -256\frac{pie}{s}$

la velocidad en el eje x en cambio: $250[pie/s]$ Aunque la velocidad del avión es mayor pero se debe descontar la velocidad de la missilera.

luego el módulo de la velocidad, viene dado por:

$v = \sqrt{(-256)^2 + (250)^2} = 2\sqrt{32\,009} \approx 357.8\left[\frac{pie}{s}\right]$

el ángulo viene dado por: $\tan\theta = \frac{256}{250}$, Solution is: $\{[\theta = 0.797\,255]\}$

$\theta = 0.797\,255 \cdot \frac{180}{\pi} = 45.68^\circ$ (haga un dibujo)

....

19.- Lo que no contó Shakespeare Romeo está lanzando guijarros a la ventana de Julieta para despertarla, pero no lo logra, así que lanza un guijarro muy grande con demasiada rapidez. Justo antes de romper el cristal, el guijarro se esta moviendo horizontalmente, habiendo recorrido una distancia horizontal x_0 y una distancia vertical "y_0" como proyectil. Calcule la magnitud y dirección de la velocidad al ser lanzado.

$x(t) = (v_0\cos\theta)t \qquad y(t) = (v_0\sin\theta)t - \frac{1}{2}gt^2 \qquad v_y = (v_0\sin\theta) - gt$

$v_y = (v_0\sin\theta) - gt \rightarrow (v_0\sin\theta) - gt = 0$, Solution is: $t = \frac{1}{g}v_0\sin\theta$

$x_0 = (v_0\cos\theta)(\frac{1}{g}v_0\sin\theta) = \frac{1}{g}v_0^2\cos\theta\sin\theta$

$y_0 = (v_0\sin\theta)(\frac{1}{g}v_0\sin\theta) - \frac{1}{2}g(\frac{1}{g}v_0\sin\theta)^2 = \frac{1}{2g}v_0^2\sin^2\theta$

$\frac{y_0}{x_0} = \frac{\frac{1}{2g}v_0^2\sin^2\theta}{\frac{1}{g}v_0^2\cos\theta\sin\theta} = \frac{\sin\theta}{2\cos\theta}$

$\frac{y_0}{x_0} = \frac{\sin\theta}{2\cos\theta} \rightarrow \tan\theta = \frac{2y_0}{x_0}$, expresión que nos dá el ángulo

la velocidad se puede obtener a partir de: $x_0 = \frac{1}{g}v_0^2\cos\theta\sin\theta$

$x_0 = \frac{1}{g}v_0^2\cos\theta\sin\theta \rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{gx_0}{\cos\theta\sin\theta}}$ o bien a partir de $y_0 = \frac{1}{2g}v_0^2\sin^2\theta$

$v_0 = \sqrt{\frac{2gy_0}{\sin^2\theta}}$

....

20.- Un proyectil sale de un orificio horizontal y en su caída topa levemente el borde P del peldaño; el movimiento del proyectil no es alterado al topar el borde. El desnivel del peldaño con respecto al orificio es h y la longitud de éste es d . Las dimensiones del proyectil son ínfimas en relación a las de los peldaños.

Resolución: S.B.Ch.

a) Determine la rapidez con emerge el proyectil desde el orificio.

b) Determine la distancia “L” a la esquina del segundo peldaño donde impacta el proyectil.

$\begin{array}{c} d+L = v_0 t \\ -2h = -\frac{1}{2}gt^2 \end{array}$, Solution is: $\begin{cases} \{[L = -d+tv_0]\} & \text{if } 4h-gt^2 = 0 \\ \emptyset & \text{if } 4h-gt^2 \neq 0 \end{cases}$

$d+L = v_0 t$, Solution is: $t = \frac{(L+d)}{v_0}$

$-2h = -\frac{1}{2}gt^2 \rightarrow 2h = \frac{1}{2}g\left(\frac{(L+d)}{v_0}\right)^2 \rightarrow \frac{4h}{g} = \left(\frac{(L+d)}{v_0}\right)^2 \rightarrow \sqrt{\frac{4h}{g}} = \frac{(L+d)}{v_0}$

$v_0\sqrt{\frac{4h}{g}} = L+d \rightarrow$, Solution is: $L = 2v_0\sqrt{\frac{1}{g}h} - d$

....

21.- Un proyectil es lanzado tal como se muestra en la figura siguiente. Simultáneamente parte desde la base del arrecife un automóvil con M.U.A. Calcular la aceleración de este ultimo con el objeto que el proyectil impacte sobre él.

$v_o = 50i+50j$

$y_O = 375[m]$

Obs: se despreciará la altura del auto

$x(t) = 50t \qquad y(t) = 50t - \frac{1}{2}gt^2 \qquad v_y = 50-gt$

$y(t) = 50t - \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow$ debemos considerar que en el punto de impacto: $y(t) = -375$

luego: $50t - \frac{1}{2}\cdot 10t^2 = -375$, Solution is: $\{[t = -5.0],[t = 15.0]\}$

con $t = 15[s]$ se puede calcular la distancia horizontal recorrida:

$x = 50\cdot 15 = 750$

por lo que el automóvil debe recorrer esa distancia.

$d = \frac{1}{2}at^2 \rightarrow 750 = \frac{1}{2}a\cdot 15^2$, Solution is: $\{[a = 6.66667[\frac{m}{s}]]\}$

Nota Para efectos de cálculos numéricos tome: $g \approx 10[m/s^2]$

....

22.- Un volante gira con una velocidad angular constante de 50[rad/s]. Calcular:

a) velocidad de un punto de la periferia sabiendo que su radio es R= 1[m]

b) La velocidad de un punto colocado a una distancia de 0,5[m] del centro.

c) Distancia lineal recorrida por ambos puntos en el tiempo de 1[min].

d) El número de vueltas del volante es ese tiempo.

Rptas. A)50[m/s]; b) 25[m/s]; c) 3000[m] y 1500[m]; d) 477,5 vueltas.

resolución:

a) $v = \omega\cdot R \rightarrow v = 50\cdot 1 = 50 \rightarrow v = 50\frac{m}{s}$

observación: $50[\frac{rad}{s}]$ se debe entender como $50[\frac{1}{s}]$ o bien $50[s^{-1}]$ el radián es más bien una referencia y nó una dimensión

b) análogamente: $v = 50\cdot 0.5 = 25.0 \rightarrow v = 25[\frac{m}{s}]$

c) como la rapidez es constante se tiene: $s = R\theta = R\omega t$

luego: $s = 1\cdot 50\cdot 60 = 3000[m]$ para el primer punto, en forma análoga se tiene 1500m para el segundo punto.

d) el número de vueltas viene dado por $\frac{\theta}{2\pi} = \frac{\omega t}{2\pi} = \frac{50 \cdot 60}{2\pi} = 477.465$[vueltas]

....

23.- Calcular la velocidad angular de cualquier punto de la superficie de la Tierra en su movimiento de rotación alrededor del eje terrestre. Calcular la velocidad tangencial y la aceleración centrípeta de un punto sobre la superficie de la Tierra situado en un lugar de 60º de latitud. (radio de la Tierra $R_T = 6300[Km]$

$1día = 24 \cdot 3600 = 86400[s]$

$\omega = \frac{\theta}{t} \to \omega = \frac{2\pi}{86400} = 7.27221 \times 10^{-5}[\frac{rad}{s}]$

$v = \omega R \to v = 7.27221 \times 10^{-5} \cdot 6300 \cdot 10^{3} = 458.149\frac{m}{s} = 458.149 \cdot 3.6 = 1.64934 \times 10^{3}[\frac{km}{h}]$

$a_c = \frac{v^2}{R} \to a_c = \frac{458.149^2}{6300000} = 3.33175 \times 10^{-2}\frac{m}{s}$

....

24.- Un punto material describe un MCU.de radio 1[m] dando 30rpm. Calcular el período T, la frecuencia f, velocidad angular y velocidad tangencial v_T, y la aceleración centrípeta a$_c$

Rptas: $T = 2[s], f = 0,5[Hz]$, $\omega = \pi[rad/s]$, $v_T = 3.14[m/s]$, $a_c = 9.87[m/s^2]$

Ayuda: ocupar el siguiente conjunto de relaciones:

Período T		$\omega = \frac{2\pi}{T}$		aceleración centrípeta		$a_c = \frac{v^2}{R}$	
frecuencia f		$f = \frac{1}{T}$					
velocidad angular media		$\omega = \frac{\theta}{t}$		$\omega = 2\pi f$			
velocidad tangencial		$v = R\omega$					

....

25.- Dos aviones están situados en la misma vertical; la altura sobre el suelo de uno de ellos es 4 veces mayor que la del otro.

Pretenden bombardear el mismo objetivo. Siendo la velocidad del mas alto v_1.

¿Qué velocidad v_2 debe llevar el de más abajo ?

$x(t) = (v_0 \cos\theta)t \qquad y(t) = (v_0 \sin\theta)t - \frac{1}{2}gt^2 \qquad v_y = (v_0 \sin\theta) - gt$

$4h = 5t^2 \to t_1 = \sqrt{\frac{4h}{5}} \to d = v_1 t \to d = v_1\sqrt{\frac{4h}{5}}$

$h = 5t^2 \to t_2 = \sqrt{\frac{h}{5}} \to d = v_2 t \to d = v_2\sqrt{\frac{h}{5}}$

$v_1\sqrt{\frac{4h}{5}} = v_2\sqrt{\frac{h}{5}} \to v_2 = v_1 \cdot \frac{\sqrt{\frac{4}{5}h}}{\sqrt{\frac{1}{5}h}} = 2v_1 \to v_2 = 2v_1$

Solution is: $\begin{cases} \left\{ \frac{v_1}{\sqrt{\frac{1}{5}h}}\sqrt{\frac{4}{5}h} \right\} & \text{if } h \neq 0 \\ \mathbb{C} & \text{if } h = 0 \end{cases}$

....

26.-El vector posición de una partícula viene dado por $\vec{r}(t) = x(t)i + y(t)j$ en donde:(unidades S.I.)

$x(t) = 2t + 1$, $y(t) = t^2$. Hallar:

a) posición de la partícula cuando: t=0 [s];t=2[s]

b) velocidad de la partícula en cualquier tiempo. Evaluar v(3)

c) aceleración. d) ecuación de la trayectoria.

a) $\begin{pmatrix} x(0) \\ y(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ se halla en le punto (1,0)

$\begin{pmatrix} x(2) \\ y(2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$se halla en le punto (5,4)

$\vec{r}(t) = x(t)i + y(t)j \rightarrow \vec{v}(t) = \frac{d}{dt}\vec{r}(t) = \frac{d}{dt}x(t)i + \frac{d}{dt}y(t)j$

$\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2t \end{pmatrix}$

$\vec{v}(t) = 2i + (2t)j \rightarrow \vec{v}(3) = 2i + (6)j$

$\vec{a} = \frac{d^2}{dt^2}\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

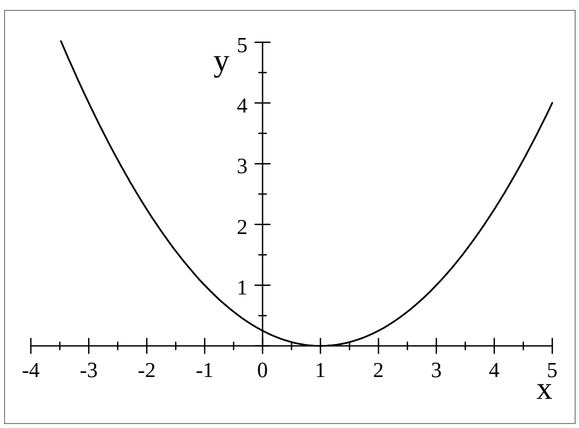
$\vec{a} = \frac{d}{dt}\vec{v}(t) = \frac{d^2}{dt^2}x(t)i + \frac{d^2}{dt^2}y(t)j = 2j$

ecuación de la trayectoria.

$x = 2t + 1$, Solution is: $t = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$

$y = t^2 = \left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$

$y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$



....

27.- Las curvas paramétricas de la trayectoria de un móvil son: $x(t) = 2\cos(3t)$ e $y(t) = 2\sin(3t)$

a) Hallar la ecuación de la trayectoria.

b) vector posición cuando t=0 [s].

c) su velocidad cuando t=2[s].

a) $x(t) = 2\cos(3t) \rightarrow x^2 = 4\cos^2(3t)$

$y(t) = 2\sin(3t) \rightarrow y^2 = 4\sin^2(3t)$

$x^2 + y^2 = 4\cos^2(3t) + 4\sin^2(3t) \rightarrow x^2 + y^2 = 4(\cos^2(3t) + \sin^2(3t)) \rightarrow x^2 + y^2 = 4$

se trata de una circunferencia de radio 2

b) cuando $t = 0$

$\begin{matrix} x(0) \\ y(0) \end{matrix} = \begin{matrix} 2 \\ 0 \end{matrix}$ el móvil se encuentra en el punto (2;0) o vector posición $\vec{r}(0) = 2\hat{\imath}[m]$