13. Para un aumento de presión de 70 atm, ¿Qué porcentaje de aumento de densidad se ha producido en el agua? Haga el esquema.

De la definición de la compresibilidad de los líquidos: K_{agua} = 21000 atm.

$$K_{agua} = \frac{dP}{\frac{d\rho}{\rho_o}} \quad \therefore \quad \frac{d\rho}{\rho_o} = \frac{dP}{K_{agua}} = \frac{70}{2100} = \frac{1}{300}$$

3. VISCOSIDAD

14. Un pistón de 60.00 mm de diámetro se mueve dentro un cilindro de 60.10 mm. Determínese el porcentaje de disminución en la fuerza necesaria para mover el pistón cuando el lubricante se calienta de 0 a 120 ºC. Úsese la viscosidad de petróleo crudo.

- Calculando la fuerza a través de la Ec. de esfuerzo tangencial de Newton:

$$\tau = \frac{F}{A} = \mu\frac{v}{y} \rightarrow F = \mu\frac{v}{y}A$$

- para una temperatura de 0Cº, según la tabulación de la viscosidad absoluta (μ = 0.0015 kg.s/m^2)

$$F_0 = \mu\frac{v}{y}A = 0.0015(\frac{v}{0.0001)}A = 15vA$$

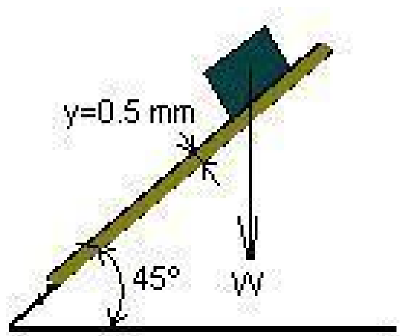
- para una temperatura de 120Cº, según la tabulación de la viscosidad absoluta (μ = 0.0002 kg.s/m^2)

$$F_{120} = \mu\frac{v}{y}A = 0.0002(\frac{v}{0.0001)}A = 2vA$$

- El porcentaje de disminución de la fuerza necesaria seria:

$$\frac{F_0 - F_{120}}{F_0} * 100 = \frac{(15-2)vA}{15vA} * 100 = 86.67\%$$

15. Un cuerpo de 20 kgf esta inicialmente en reposo sobre un plano inclinado de 45º. El área de contacto del cuerpo es de 0.02 m2 y se halle sobre una película de aceite de 0.5 mm de espesor y 0.08 kg.s/m2 de viscosidad. ¿Cuál es la resistencia del aceite cuando han transcurrido 2 segundos de iniciado el movimiento? Suponga una distribución lineal de velocidades. Haga el esquema.



- Según la ecuación del esfuerzo tangencial de Newton:

$$\tau = \frac{F}{A} = \mu \frac{v}{y} \rightarrow F = \mu \frac{v}{y} A = (0.08)\left(\frac{v}{0.0005}\right)(0.02) = 3.2v$$

- Según la ley de Newton en la dirección del movimiento:

$$\sum F = m\frac{dv}{dt} = W \operatorname{sen}\theta - F = m\frac{dv}{dt} \rightarrow 20 \operatorname{sen} 45 - 3.2v = \frac{20}{9.81}\frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} + 1.57v - 6.94 = 0$$

- Separando variables para ecuación de primer orden y primer grado:

$$\frac{dv}{dt} + 1.57(v - 4.42) = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{dv}{(v - 4.42)} + 1.57dt = 0$$

- Integrando:

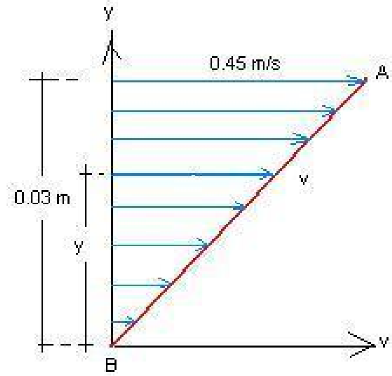
$$\int_0^{v_f} \frac{dv}{(v - 4.42)} + \int_0^2 1.57dt = 0 \quad \rightarrow \quad ln(v - 4.42)_0^{v_f} + (1.57t)_0^2 = 0$$

$$ln(v_f - 4.42) + 3.14 = 0 \quad \rightarrow \quad v_f = e^{-3.14} + 4.42 = 4.46\ m/s$$

- La resistencia del aceite cuando han transcurrido dos segundo:

$$F = 3.2v = 3.2(4.46) = 14.27\ N$$

16. Un líquido con viscosidad dinámica de 1.5x10-3 Kgf.s /m2 fluye sobre una pared horizontal. Calcular el gradiente de velocidad y la intensidad del esfuerzo tangencial en la frontera y en los puntos situados a 1, 2, 3 cm desde la misma, suponiendo una distribución lineal de velocidades.



- La ecuación general de la recta: $\boldsymbol{v = ay + b,}$ y según las condiciones iníciales, tenemos:

Para el punto B(v,y)=(0,0) esto implica → $0 = a(0) + b \rightarrow b = 0$, por lo tanto la ecuación de la línea recta es $\boldsymbol{v = ay}$, donde la constante representa la pendiente de la recta, o sea, $\boldsymbol{a = \frac{0.45}{0.03} = 15,}$ resultando la ecuación de la recta, $\boldsymbol{v = 15y.}$

- Si derivamos la ecuación de la línea recta, tendremos:

$$\frac{dv}{dy} = 15$$

Se observa que el gradiente de velocidad es una constante, por lo tanto se obtendrá un solo valor para cualquier de los puntos, como en la frontera, ya que no depende de los valores de y.

- El esfuerzo tangencial seria:

$$\tau = \mu\frac{dv}{dy} \rightarrow \tau = (1.5x\ 10^{-3})(15) = 0.0225\ kgf/m^2$$

17. El coeficiente cinemático de viscosidad del aire a presión y temperatura normales es igual a 1.45x10-9 m2/s y del agua igual a 11.45x10-7 m2/s. Determinar en cuál de estos medios serán mayores los esfuerzos tangenciales y en cuantas veces (siendo las demás condiciones iguales).

- Calculando las viscosidades dinámicas para ambos fluidos: ρ_{aire}=1.2056 kg/m^3 y ρ_{agua}=1000 kg/m^3

$$\mu_{aire} = \nu_{aire}\rho_{aire} = 1.45x10^{-9}(1.2056) = 1.748x10^{-9}\ Pa.s$$

$$\mu_{agua} = \nu_{agua}\rho_{agua} = 11.45x10^{-7}(1000) = 1.14x10^{-3}\ Pa.s$$

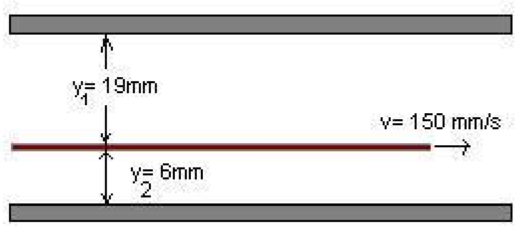
- Si las demás condiciones son iguales, es decir que los gradientes de velocidades del aire y del agua son iguales, entonces los esfuerzos tangenciales serian:

$$\tau_{aire} = \mu_{aire}\left(\frac{dv}{dy}\right)_{aire}\ y\ \tau_{agua} = \mu_{agua}\left(\frac{dv}{dy}\right)_{agua}$$

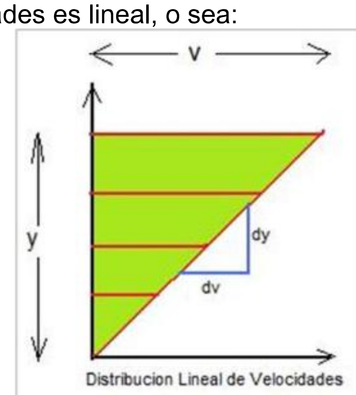
$$\frac{\tau_{agua}}{\tau_{aire}} = \frac{\mu_{agua}}{\mu_{aire}} = \frac{1.14x10^{-3}}{1.748x10^{-9}} = 652173.9$$

Los esfuerzos tangenciales del agua son mayores que en el aire en 652172.9 veces.

18. El espacio entre dos paredes grandes planas y paralelas separadas entre sí 25 mm está lleno con un líquido de viscosidad absoluta (dinámica) de 0.7 Pa.s. Dentro de este espacio se tira de una placa delgada plana de 250mm x 250mm con una velocidad de 150 mm/s y a una distancia de 6mm desde una pared, manteniéndose la placa y el movimiento paralelos a las paredes. Suponiendo variaciones lineales de velocidad entre la placa y las paredes, ¿determine la fuerza ejercida por el líquido sobre la placa?



- La distribución de velocidades es lineal, o sea:



De la relación de triangulo de la figura obtenemos una relación del gradiente de velocidad como el cociente de la velocidad del desplazamiento y el espesor del líquido: (únicamente si la distribución de velocidad es lineal)

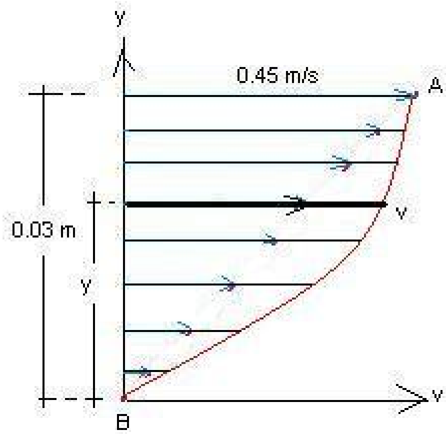
$$\frac{dv}{dy} = \frac{v}{y}$$

- La fuerza ejercida por el líquido sobre la placa seria la sumatoria de las fuerzas de encima más de la abajo:

$$F = F_{arriba} + F_{abajo}$$

$$F = \mu\frac{v}{y_1}A + \mu\frac{v}{y_2}A = \mu v\left(\frac{1}{y_1} + \frac{1}{y_2}\right)A = 0.7(150x10^{-3})\left(\frac{1}{19x10^{-3}} + \frac{1}{6x10^{-3}}\right)(0.25)^2 = 1.439\ N$$

19. Un líquido con μ=1.5x10-3 kgf.s/m2 fluye sobre una pared horizontal. Calcular el gradiente de velocidad y la intensidad del esfuerzo tangencial en la frontera y en los puntos situados a 1, 2, 3 cm desde la misma, suponiendo una distribución parabólica de velocidades. La parábola tiene su vértice en el punto A y el origen del sistema de ejes esta en B.



- La ecuación general de la parábola: $\boldsymbol{v = ay^2 + by + c} \quad (\mathbf{1})$, y según las condiciones iníciales, tenemos:

Para el punto B (v, y)= (0,0) esto implica → $0 = a(0)^2 + b(0) + c \rightarrow c = 0$, por lo tanto la ecuación de la parábola es $\boldsymbol{v = ay^2 + by} \quad (\mathbf{2})$,

Para el punto A (v, y)= (0.45, 0.03) esto implica $\mathbf{0.45} = \boldsymbol{a}(\mathbf{0.03})^2 + \boldsymbol{b}(\mathbf{0.03})$, resultando la siguiente ecuación, $\mathbf{15} = \mathbf{0.03}\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} \quad (\mathbf{3})$

- Si derivamos la ecuación (2) e igualando a cero para encontrar el vértice, tendremos:

$$\frac{dv}{dy} = 2ay - b = 0 \;\rightarrow\; y = -\frac{b}{2a}$$

Para la condición el vértice: A (v, y)= (0.45, 0.03) esto implica: $\mathbf{0.03} = {}^{-b}/_{2a} \;\rightarrow\; \mathbf{0.06}\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} = \mathbf{0} \quad (\mathbf{4})$

Resolviendo las Ec. (3) y (4), obtienen a = -500 y b = 30 e introduciendo estos valores en la Ec. (2), obtendremos la ecuación de distribución de velocidades:

$$v = -500y^2 + 30y$$

Derivando la ecuación para obtener el gradiente de velocidades:

$$\frac{dv}{dy} = -1000y + 30$$

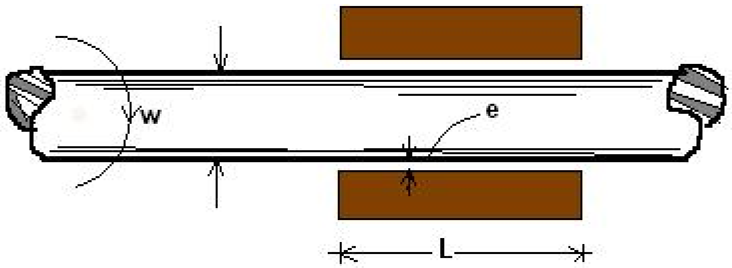
- El esfuerzo tangencial para y=0.03m seria:

$$\left(\frac{dv}{dy}\right)_{0.03} = -1000(0.03) + 30 = 0$$

$$\tau_{0.03} = \mu\left(\frac{dv}{dy}\right)_{0.03} \rightarrow \tau_{0.03} = (1.5x\,10^{-3})(0) = 0\,kgf/m^2$$

y (m)	0	0.01	0.02	0.03
$\frac{dv}{dy}$	30	20	10	0
τ	0.045	0.03	0.015	0

20. Calcular la potencia aproximada perdida por la fricción en este cojinete. El aceite tiene una viscosidad de 0.72 Pa.s. si w = 200 rev/min. L= 1m, D= 0.36m y e=0.23 mm.



- La potencia aproximada perdida, se puede expresar como:

$$\boldsymbol{Potencia = (Par\ Torsion\ )(velocidad\ de\ rotacion)}$$

Expresando la velocidad de rotación en rad/s:

$$w = \left(200\ \frac{rev}{min}\right)\left(2\pi\ \frac{rad}{rev}\right)\left(\frac{min}{60\ s}\right) = 20.94\ \frac{rad}{s}$$

El par torsión:

$$T = F\frac{d}{2}\ \therefore F = \mu\frac{v}{y}A\ \therefore v = wr\ \therefore A = 2\pi rL$$

La fuerza que produce la torsión:

$$F = \mu\frac{wr}{y}2\pi rL = 2\pi r^2 L\mu\frac{w}{y}$$

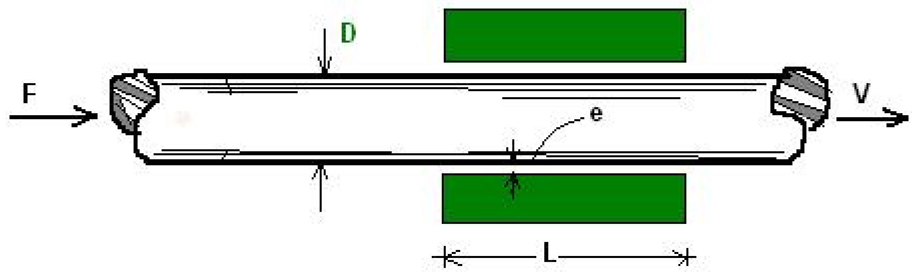
El par torsión:

$$T = 2\pi r^2 L\mu\frac{w}{y}\frac{d}{2} = \pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 L\mu\frac{w}{y}d = \frac{\pi}{4}d^3 L\mu\frac{w}{y}$$

- La potencia aproximada perdida s puede expresar como el producto del par torsión y la velocidad de rotación: 1 watt = N. m/s

$$P = Tw = \left(\frac{\pi}{4}d^3 L\mu\frac{w}{y}\right)w = \left(\frac{\pi}{4}d^3 L\mu\frac{w^2}{y}\right) = \frac{\pi}{4}(0.36)^3(1.0)(0.72)\frac{(20.94)^2}{0.23x10^{-3}} = 50.298\ Kwatt$$

21. Determínese la viscosidad del fluido entre el eje y la camisa en la figura. Si F= 20 lb, D= 3 plg, L= 8 plg, e= 0.003 plg y V= 0.4 ft/s.



- El esfuerzo cortante seria:

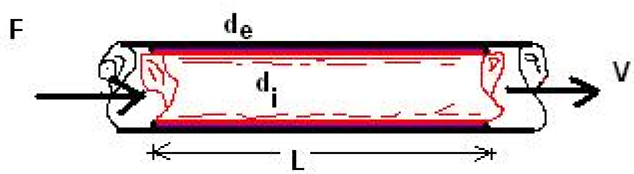
$$\tau = \frac{F}{A} = \mu\frac{v}{y} \rightarrow F = \mu\frac{v}{y}A \quad \therefore A = 2\pi rL = \pi DL$$

- Despejando la viscosidad:

$$\mu = \frac{Fy}{\pi DLv} = \frac{(20)(0.003/12)}{\pi(3/12)(8/12)(0.4)} = 0.02387\ \frac{lb.s}{ft^2}$$

22. Un cilindro de 200 mm de diámetro interior y de L= 1 m de longitud esta concéntrico con respecto a un tubo de 206 mm de diámetro exterior. Entre el cilindro y el tubo existe una película de aceite. Que fuerza se requiere para mover el cilindro a lo largo del tubo a una velocidad constante de 1 m/s. La viscosidad cinemática del aceite es de 5.6 x 10-4 m2/s; la densidad relativa es de 0.92. Haga el esquema.

- Haciendo un esquema.



- La distribución de velocidades es lineal, o sea: el gradiente de velocidad es igual al cociente de la velocidad de desplazamiento y el espesor del líquido: (únicamente si la distribución de velocidad es lineal), o sea:

$$\frac{dv}{dy} = \frac{v}{y} = \frac{1}{0.006} = 166.67\ s^{-1}$$

- De las ecuaciones de la viscosidad cinemática y densidad relativa:

$$\vartheta = \frac{\mu}{\rho}\ y\ \rho'' = \frac{\rho_a}{\rho_{agua}}$$

Despejando la viscosidad dinámica:

$$\mu = \vartheta\rho''\rho_{agua} = (5.6\ x\ 10^{-4})(0.92)(1000) = 0.1552\ Pa.s$$

- Calculando la fuerza:

El área donde surgen los esfuerzos cortantes es el área lateral del cilindro de diámetro de 200 mm, o sea:

$$A = 2\pi rL = \pi dl = \pi(0.2)(1) = 0.63\ m^2$$

$$F = \mu\frac{dv}{dy}A = \mu\frac{v}{y}A = (01552)(166.67)(0.63) = 54.10\ N$$