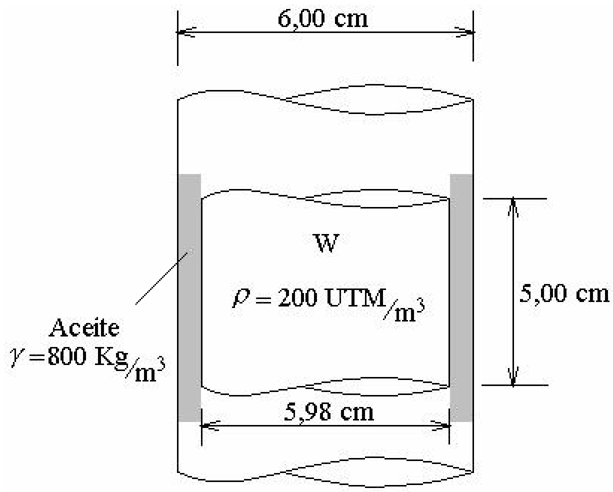
Problema 1.6
Un cilindro macizo, de peso W, cae en el interior de un cilindro hueco, según se indica en la figura, a una velocidad constante de 4.00 cm/s. Determinar la viscosidad del aceite que se encuentra entre ambos cilindros.



Como la ecuación de viscosidad es

$$\tau = \frac{F}{A} = \mu \frac{u}{y}$$

$$\mu = \frac{F}{A}\frac{y}{u}$$

La fuerza F, corresponde al peso del cilindro interno, W, es igual a la densidad por la aceleración de la gravedad y por el volumen; es decir,

$$F = \rho\, g\, V$$

$$F = 200 \times 9.81 \frac{\pi}{4} 0.0598^2 \times 0.05$$

$$F = 0.276 \text{ kg}$$

El área lateral de la superficie que se mueve es

$$A = \pi\, D\, L$$

$$A = \pi \times 0.0598 \times 0.05$$

$$A = 9.393 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

La separación entre la superficie móvil del el cilindro que cae, y la fija del cilindro exterior es

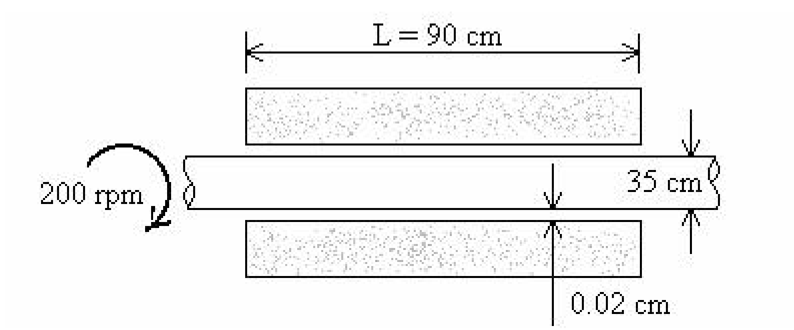
$$y = \frac{0.06 - 0.0598}{2}$$

$y = 1 \times 10^{-4}$ m

Sustituyendo los valores calculados anteriormente se obtiene

$$\mu = \frac{0.276 \times 1 \times 10^{-4}}{9.393 \times 10^{-3} \times 0.04} = 0.073 \ \frac{\text{kg s}}{\text{m}^2}$$

Problema 1.7
Calcular aproximadamente el número de caballos de fuerza perdidos por rozamiento en la chumacera que se muestra en la figura, si el fluido tiene una viscosidad dinámica o absoluta de $\mu = 0.05$ kg s/m^2.



de la figura se obtiene

n = 200 rpm, d = 35 cm, t = 0.02 cm, L = 90 cm

La velocidad lineal se puede expresar en función de las revoluciones por minuto y el diámetro como

$$u = \frac{2 \pi r n}{60} = \frac{\pi d n}{60}$$

que al sustituir los valores numéricos se obtiene

$$u = \frac{\pi \ 0.35 \times 200}{60} \qquad \Rightarrow \qquad u = 3.66 \text{ m/s}$$

El área lateral de la superficie móvil es

$A = \pi d L$

al sustituir los valores numéricos se obtiene

$$A = \pi \times 0.35 \times 0.90 \qquad \Rightarrow \qquad A = 0.98\ m^2$$

Como la ecuación de viscosidad es

$$\tau = \frac{F}{A} = \mu \frac{u}{t}$$

$$F = \mu \frac{u\,A}{t}$$

$$F = 0.05 \times \frac{3.66 \times 0.98}{0.0002}$$

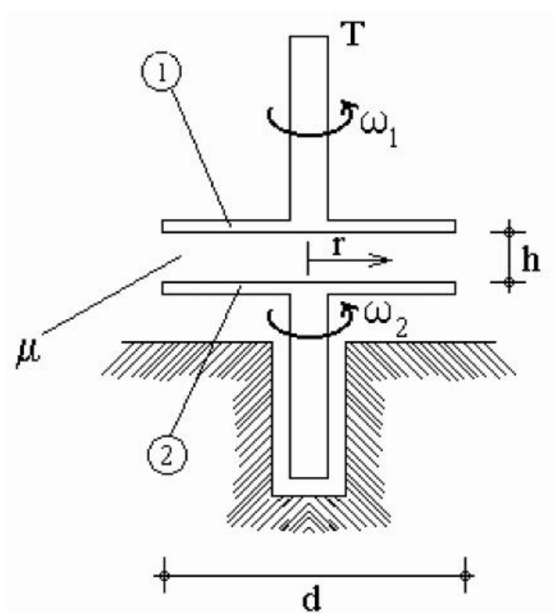
$$F = 896.7\ kg$$

La potencia necesaria, en caballos de vapor, para vencer el rozamiento es igual a

$$P_{CV} = \frac{F\ u}{75} = \frac{896.7 \times 3.66}{75} \qquad \Rightarrow \qquad P = 43.76\ CV$$

Problema 1.8

Mediante un torque T, se hace girar el disco (1) con una velocidad angular ω_1.En la separación, h, entre los dos discos mostrados hay un aceite de viscosidad μ. Si el disco (2) gira libremente por la acción de rotación del disco (1), y ambos discos tienen un diámetro, ϕ .Determinar la velocidad de rotación ω del disco (2), despreciando los efectos en los extremos.



La ecuación de viscosidad es

$$\tau = \frac{F}{A} = \mu \frac{u}{t}$$

para el presente caso esta se puede expresar como

$$\tau = \mu \frac{u}{t} = \frac{V_1 - V_2}{h} = \mu \frac{\omega_1 r - \omega_2 r}{h}$$

$$\tau = \mu \frac{(\omega_1 - \omega_2)\, r}{h}$$

como τ varía con r entonces, la fuerza que actúa sobre un diferencial de área es

$$dF = \tau\, dA \;=\; \tau\, 2\, \pi\, r\, dr \;=\; \mu \frac{(\omega_1 - \omega_2)\, r}{h} 2\, \pi\, r\, dr$$

$$dF = \mu\, 2\, \pi\, \frac{(\omega_1 - \omega_2)\, r^2}{h}\, dr$$

y el torque o momento es

$$dT = dF \quad r \;= \mu\, 2\, \pi\, \frac{(\omega_1 - \omega_2)\, r^3}{h}\, dr$$

El torque o momento total se obtiene integrando; así,

$$T = \int_0^{\frac{d}{2}} dT \;=\; \int_0^{\frac{d}{2}} \mu\, 2\, \pi\, \frac{(\omega_1 - \omega_2)\, r^3}{h}\, dr = \mu\, 2\, \pi\, \frac{(\omega_1 - \omega_2)}{h} \int_0^{\frac{d}{2}} r^3\, dr$$

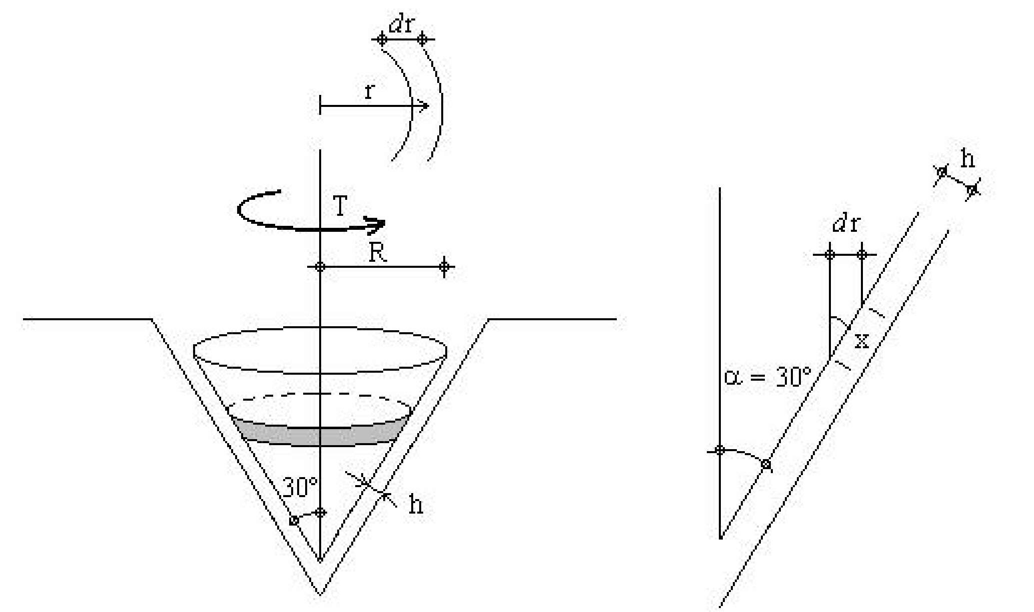
$$T = \mu\, 2\, \pi\, \frac{(\omega_1 - \omega_2)}{h} \frac{(d/2)^4}{4}$$

$$\omega_1 - \omega_2 = \frac{4hT}{\mu\, 2\pi \left(\frac{d}{2}\right)^4}$$

$$\omega_2 = \omega_1 - \frac{4\,h\,T}{\mu\, 2\,\pi \left(\frac{d}{2}\right)^4}$$

Problema 1.9

Un aceite de viscosidad μ de 0.01 kg s/m^2, se encuentra en el espacio, h de 1 mm, según se muestra en la figura. Calcular el torque T, requerido para rotar el cono de radio R de 20 cm y ángulo α de 30 ^{o}, si velocidad de rotación n es de 100 rpm.



El torque o momento total es

T = fuerza x brazo

La ecuación de viscosidad es

$$\tau = \frac{F}{A} = \mu \frac{u}{t}$$

La ecuación de viscosidad, para una franja diferencial es

$$\frac{dF}{dA} = \mu \frac{u}{h}$$

El diferencial de área, lateral es

$$dA = \frac{2\pi r\, dr}{\operatorname{sen}\alpha}$$

La velocidad lineal, a una distancia r del eje de rotación es

$$u = \frac{2\pi r n}{60}$$

El diferencial de fuerza, que actúa en el diferencia de área es

$$dF = \mu \frac{u}{h} dA$$

El diferencial de torque es igual al producto del diferencial de fuerza por el brazo instantáneo r

$$dT = \mu \frac{2\pi r n}{60\, h} \frac{2\pi r dr}{\operatorname{sen}\alpha} r$$

El torque total se obtiene al integrar la expresión anterior; es decir,

$$T = \mu \frac{4\pi^2 n}{60\, h\, \operatorname{sen}\alpha} \int_0^R r^3 dr$$

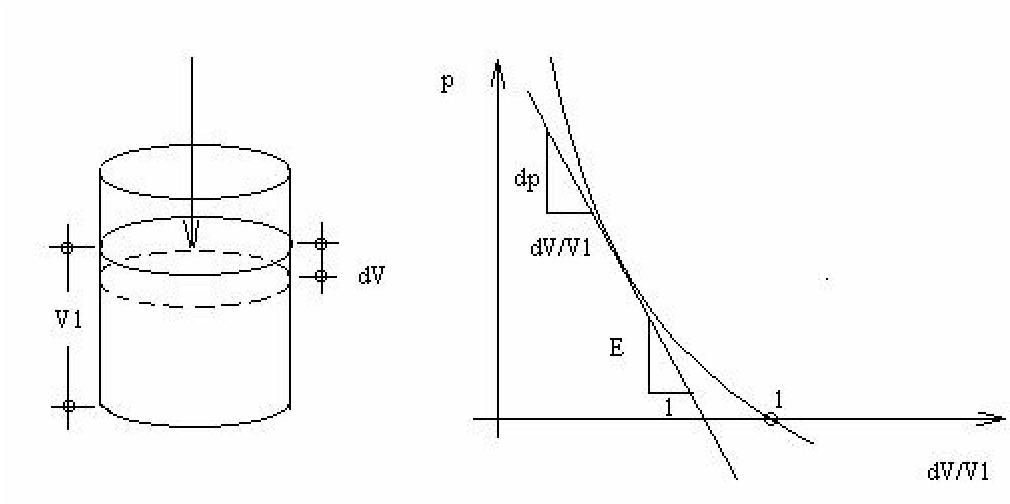
$$T = \frac{\mu\, 4\, \pi^2\, n}{60\, h\, \operatorname{sen}\alpha} R^4$$

Al sustituir los valores numéricos se obtiene

$$T = \frac{0.01 \times \pi^2 \times 100 \times 0.20^4}{60 \times 0.001 \times \operatorname{sen} 30^0}$$

$$T = 0.526 \text{ kg m}$$

Problema 1.10
Un líquido comprimido en un cilindro tiene un volumen de 0.400 m^3 a 70 kg/cm^2 y un volumen de 0.396 m^3 a la presión de 140 kg/cm^2. Determinar el módulo de elasticidad volumétrico.



El módulo de elasticidad volumétrico por definición es

$$E = -\frac{dp}{dV/V_1} = -\frac{\Delta p}{\Delta V/V_1}$$

$$E = -\frac{\text{presión final} - \text{presión inicial}}{(\text{volumen final} - \text{volumen inicial})/\text{volumen inicial}}$$

Para una presión inicial de 70 kg/cm^2 corresponde un volumen inicial de 0.400 m^3

Para una presión final de 140 kg/cm^2 corresponde un volumen final de 0.396 m^3

Que al sustituir en la ecuación anterior se obtiene

$$E = -\frac{140 - 70}{(0.396 - 0.400)/0.400} = 7000\ \text{kg/cm}^2$$

Problema 1.11
Si se aplica una presión de 10 kg/cm^2 a 1.00 m^3 de agua en condiciones normales, determinar cuánto disminuye el volumen si el módulo de elasticidad volumétrico es 21000 kg/cm^2.

El módulo de elasticidad volumétrico por definición es

$$E = -\frac{dp}{dV/V_1}$$

Al despejar la variación de volumen se obtiene

$$-dV = \frac{V_1\ dp}{E}$$

$$-dV = \frac{1 \times 10}{21000} = \frac{1}{2100}\ m^3 = 4.76 \times 10^{-4}\ m^3 = 476\ cm^3$$

Problema 1.12
Si el agua tiene un módulo de elasticidad volumétrico de $E = 21000\ kg/cm^2$. Determinar la presión requerida para reducir su volumen un 0.5 %

El módulo de elasticidad volumétrico por definición es

$$E = -\frac{dp}{dV/V_1} = -\frac{\Delta p}{\Delta V/V_1}$$

$$E = 21000\ kg / cm^2$$

$$\Delta V = 0.995V_1 - V_1$$

$$\Delta V = -0.005V_1$$

$$\frac{\Delta V}{V_1} = -0.005$$

que al sustituir se obtiene

$$21000 = -\frac{\Delta p}{-0.005}$$

entonces

$$\Delta p = 21000 \times 0.005 = 105\ kg/cm^2$$

si la presión inicial es cero, entonces

$$p = 105\ kg/cm^2$$