Capítulo 6

Fundamentos del flujo de fluidos

INTRODUCCION

Del Capítulo 1 al 4 se han considerado los fluidos en reposo y la única propiedad significativa el peso del fluido. En este capítulo se expondrán conceptos adicionales, requeridos para el estudio movimiento de los fluidos. El flujo de fluidos es complejo y no siempre puede ser estudiado de for exacta mediante el análisis matemático. Contrariamente a lo que sucede con los sólidos, las partícu de un fluido en movimiento pueden tener diferentes velocidades y estar sujetas a distintas acelerac nes. Tres principios fundamentales que se aplican al flujo de fluidos son:

(*a*) el principio de conservación de la masa, a partir del cual se establece la ecuación de cc tinuidad,

(*b*) el principio de la energía cinética, a partir del cual se deducen ciertas ecuaciones aplicab al flujo, y

(*c*) el principio de la cantidad de movimiento, a partir del cual se deducen ecuaciones para calc lar las fuerzas dinámicas ejercidas por los fluidos en movimiento (véanse Capítulos 11 y 1.

FLUJO DE FLUIDOS

El flujo de los fluidos puede ser permanente o no permanente; uniforme o no uniforme; lamin o turbulento (Capítulo 7); unidimensional, bidimensional o tridimensional, y rotacional o irrotacion

Verdaderamente, el flujo unidimensional de un fluido incompresible tiene lugar cuando el módu dirección y sentido de la velocidad en todos los puntos son idénticos. No obstante, el análisis co flujo unidimensional es aceptable cuando al tomar como única dimensión espacial, de la que depe den todas las características, la línea de corriente central del flujo pueden considerarse como desp ciables las variaciones de las velocidades y aceleraciones en dirección normal a dicha línea de corri te. En tales casos, se consideran como representativas del flujo completo los valores medios de la locidad, la presión y la elevación, despreciando las variaciones menores. Por ejemplo, el flujo en tuber curvas se analiza mediante los principios del flujo unidimensional, a pesar de que la geometría es dimensional y la velocidad varía en las secciones rectas de la tubería.

Un flujo bidimensional tiene lugar cuando las partículas fluidas se mueven en planos o en plar paralelos de forma que la configuración de las líneas de corriente es idéntica en cada plano.

Para un fluido ideal en que no existen tensiones cortantes no pueden transmitirse pares y no tier lugar movimientos rotacionales de las partículas fluidas alrededor de su propio centro de graved Tales flujos ideales, que admiten una representación muy intuitiva mediante la red de corriente, se llam flujos irrotacionales.

En el Capítulo 4, los líquidos en depósitos que están girando constituyen un ejemplo de flujo ro cional en los que la velocidad de cada partícula varía en proporción directa a la distancia del cen de rotación.

FLUJO PERMANENTE

El flujo permanente tiene lugar cuando, en un punto cualquiera, la velocidad de las sucesivas partículas que ocupan ese punto en los sucesivos instantes es la misma. Por tanto, la velocidad es constante respecto del tiempo o bien $\partial V/\partial t = 0$, pero puede variar de un punto a otro, es decir, ser variable respecto de las coordenadas espaciales. Este supuesto da por sentado que las otras variables o magnitudes del fluido y del flujo no varían con el tiempo o $\partial p/\partial t = 0$, $\partial \rho/\partial t = 0$, $\partial Q/\partial t = 0$, etc. La mayoría de los problemas técnicos prácticos implican condiciones permanentes del flujo. Por ejemplo, el transporte de líquidos bajo condiciones constantes de altura de carga o el vaciado de depósitos por orificios, bajo altura de carga constante, ilustran flujos permanentes. Estos flujos pueden ser uniformes o no uniformes.

La complejidad de los flujos no permanentes hacen que su estudio caiga fuera del propósito de un texto de introducción a la mecánica de los fluidos. Un flujo es no permanente cuando las condiciones en un punto cualquiera del fluido varían con el tiempo o bien $\partial V/\partial t \neq 0$. El Problema 7 da a conocer una ecuación general para el flujo no permanente y en el Capítulo 9 se presentarán unos pocos problemas sencillos, en los cuales la altura de carga y el caudal varían con el tiempo.

FLUJO UNIFORME

El flujo uniforme tiene lugar cuando el módulo, la dirección y el sentido de la velocidad no varían de un punto a otro del fluido, es decir, $\partial V/\partial s = 0$. Este supuesto implica que las otras magnitudes físicas del fluido no varían con las coordenadas espaciales o bien $\partial y/\partial s = 0$, $\partial \rho/\partial s = 0$, $\partial p/\partial s = 0$, etc. El flujo de líquidos bajo presión a través de tuberías de diámetro constante y gran longitud es uniforme tanto si el régimen es permanente como si es no permanente.

El flujo es no uniforme cuando la velocidad, la profundidad, la presión, etc., varían de un punto a otro en la región del flujo, es decir, $\partial V/\partial s \neq 0$, etc. (Véase Capítulo 10.)

LINEAS DE CORRIENTE

Las líneas de corriente son curvas imaginarias dibujadas a través de un fluido en movimiento y que indican la dirección de éste en los diversos puntos del flujo fluido. La tangente en un punto de la curva representa la dirección instantánea de la velocidad de las partículas fluidas en dicho punto. Las tangentes a las líneas de corriente pueden representar de esta forma la dirección media de la velocidad. Como la componente de la velocidad normal a la línea de corriente es nula, queda claro que no existe en ninguno de sus puntos flujo perpendicular a la línea de corriente.

TUBOS DE CORRIENTE

Un tubo de corriente está constituido por una región parcial del flujo fluido delimitada por una familia de líneas de corriente, que lo confinan. Si la sección recta del tubo de corriente es suficientemente pequeña, la velocidad en el punto medio de una sección cualquiera puede considerarse como la velocidad media en dicha sección. El concepto de tubo de corriente se utilizará para deducir la ecuación de continuidad en el caso de fluido incompresible, o régimen permanente y unidimensional (Problema 1).

ECUACION DE CONTINUIDAD

La ecuación de continuidad es una consecuencia del principio de conservación de la masa. Para un flujo permanente, la masa de fluido que atraviesa cualquier sección de una corriente de fluido, por unidad de tiempo, es constante. Esta puede calcularse como sigue

$$\rho_1 A_1 V_1 = \rho_2 A_2 V_2 = \text{constante} \qquad (1)$$

o

$$w_1 A_1 V_1 = w_2 A_2 V_2 \qquad \text{(en kg/seg)} \qquad (2)$$

Para fluidos *incompresibles* y para todos los casos prácticos en que $w_1 = w_2$, la ecuación se transforma en

$$Q = A_1 V_1 = A_2 V_2 = \text{constante} \qquad (\text{en m}^3/\text{seg}) \tag{3}$$

donde A_1 y V_1 son, respectivamente, el área de la sección recta en m^2 y la velocidad media de la corriente en m/seg en la sección 1, con significado análogo en la sección 2. (Véase Problema 1.) El caudal se mide normalmente en m^3/seg o bien en l/seg. En los Estados Unidos de Norteamérica en el abastecimiento de ciudades se emplea frecuentemente como unidad el millón de galones por día (mgd).

La ecuación de continuidad para un flujo permanente incompresible bidimensional es

$$A_{n_1} V_1 = A_{n_2} V_2 = A_{n_3} V_3 = \text{constante} \tag{4}$$

donde las magnitudes A_n representan las áreas normales a los respectivos vectores velocidad (véanse Problemas 10 y 11).

La ecuación de continuidad para flujos tridimensionales se deducirá en el Problema 7, para régimen permanente y no permanente. Para régimen permanente se reducirá la ecuación general para flujos uni y bidimensionales.

RED DE CORRIENTE

Las redes de corriente se dibujan para representar la configuración del flujo en casos de flujos bidimensionales y en algunos casos también en tridimensionales. La red de corriente está formada por (*a*) una familia de líneas de corriente espaciadas de tal forma que el caudal q es el mismo entre cada dos pares de líneas y (*b*) otra familia de curvas ortogonales a las líneas de corriente, y espaciadas de tal forma que la separación entre ellas es igual a la separación entre las líneas de corriente adyacentes. Para describir completamente un flujo, con condiciones de contorno dadas, se requiere un número infinito de líneas de corriente. No obstante, el número de líneas de corriente empleadas prácticamente es el mínimo necesario para obtener la precisión deseada.

Aunque la técnica del trazado de la red de corriente se sale del propósito de un texto de introducción, el significado de dicha red de corriente sí es importante (véanse Problemas 13 y 14). Cuando se ha obtenido la red de corriente para una forma de los contornos que limitan el flujo, dicha red puede utilizarse para todos los flujos irrotacionales en tanto que los contornos sean geométricamente semejantes.

ECUACION DE LA ENERGIA

Se obtiene la ecuación de energía al aplicar al flujo fluido el principio de conservación de la energía. La energía que posee un fluido en movimiento está integrada por la energía interna y las energías debidas a la presión, a la velocidad y a su posición en el espacio. En la dirección del flujo, el principio de la energía se traduce en la siguiente ecuación, al hacer el balance de la misma:

$$\begin{array}{c}\text{Energía en la}\\\text{sección 1}\end{array} + \begin{array}{c}\text{Energía}\\\text{añadida}\end{array} - \begin{array}{c}\text{Energía}\\\text{perdida}\end{array} - \begin{array}{c}\text{Energía}\\\text{extraída}\end{array} = \begin{array}{c}\text{Energía en la}\\\text{sección 2}\end{array}$$

Esta ecuación, en los flujos permanentes de fluidos incompresibles con variaciones en su energía interna es despreciable, se reduce a

$$\left(\frac{p_1}{w} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1\right) + H_A - H_L - H_E = \left(\frac{p_2}{w} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2\right) \tag{5}$$

La ecuación anterior se conoce con el nombre de *teorema de Bernoulli*. En el Problema 20 se dará una demostración de la ecuación (*5*) y las modificaciones para adaptarla al caso de fluidos compresibles.

Las unidades de cada término son kgm/kg de fluido o bien metros de fluido. Prácticamente, todos los problemas que entrañan flujos de líquidos se resuelven básicamente con esta ecuación. El flujo de gases, en muchos casos, va acompañado de transferencia de calor y se necesita la aplicación de los principios de la termodinámica, lo que se sale fuera del propósito de este libro.

ALTURA DE VELOCIDAD

La altura de velocidad representa la energía cinética por unidad de peso que existe en un punto en particular. Si la velocidad en una sección recta fuera uniforme, la altura de velocidad calculada con esta velocidad uniforme (o velocidad media) daría la energía cinética correcta por unidad de peso del fluido. Pero, en general, la distribución de velocidades no es uniforme. La energía cinética verdadera se determina por integración de las energías cinéticas diferenciales de una a otra línea de corriente (véase Problema 16). El factor de corrección α de la energía cinética, por el que hay que multiplicar el término $V_{av}^2/2g$ viene dado por la expresión

$$\alpha = \frac{1}{A}\int_A \left(\frac{v}{V}\right)^3 dA \qquad (6)$$

donde V = velocidad media en la sección recta
v = velocidad en un punto genérico de la sección recta
A = área de la sección recta.

Teóricamente puede verse que $\alpha = 1{,}0$ para una distribución uniforme de velocidades, $\alpha = 1{,}02$ a 1,15 para flujos turbulentos y $\alpha = 2{,}00$ para flujo laminar. En la mayoría de los cálculos en la mecánica de fluidos se toma α igual a 1,0, lo que no introduce serios errores en los resultados ya que la altura de velocidad representa, por lo general, un pequeño porcentaje de la altura total (energía).

APLICACION DEL TEOREMA DE BERNOULLI

La aplicación del teorema de Bernoulli debe hacerse de forma racional y sistemática. El procedimiento sugerido es el siguiente:

(1) Dibujar un esquema del sistema, seleccionando y marcando cada una de las secciones rectas bajo consideración.
(2) Aplicar la ecuación de Bernoulli en la dirección del flujo. Seleccionar el plano de referencia para cada una de las ecuaciones escritas. Se escoge para esto el punto de menor elevación para que no existan signos negativos, reduciendo así el número de errores.
(3) Calcular la energía aguas arriba en la sección 1. La energía se mide en kgm/kg que se reducen en definitiva a metros de fluido. En los líquidos, la altura de presión puede expresarse en unidades manométricas o absolutas, manteniendo las mismas unidades para la altura de presión en la sección 2. Para los líquidos resulta más sencillo utilizar unidades manométricas, por lo que se usarán a lo largo de todo el libro. Deben utilizarse alturas de presión absoluta cuando no es constante el peso específico w. Como en la ecuación de continuidad, V_1 es la velocidad media en la sección, sin apreciable pérdida de precisión.
(4) Añadir, en metros de fluido, toda energía adicionada al fluido mediante cualquier dispositivo mecánico, tal como bombas.
(5) Restar, en metros de fluido, cualquier energía perdida durante el flujo.
(6) Restar, en metros de fluido, cualquier energía extraída mediante dispositivos mecánicos, tal como turbinas.
(7) Igualar la anterior suma algebraica a la suma de las alturas de presión, de velocidad y topográfica o elevación en la sección 2.
(8) Si las dos alturas de velocidad son desconocidas, relacionarlas mediante la ecuación de continuidad.

LINEA DE ENERGIA O DE ALTURAS TOTALES

La línea de alturas totales es la representación gráfica de la energía de cada sección. Para cada ción representativa puede representarse, respecto de un plano de referencia, la energía total (como v lineal en metros de fluido) y la línea obtenida de esta forma es de gran ayuda en muchos problema flujos. La línea de energías totales tiene una pendiente decreciente (cae) en el sentido del flujo, exce en las secciones donde se añade energía mediante dispositivos mecánicos.

LINEA DE ALTURAS PIEZOMETRICAS

La línea de alturas piezométricas está situada por debajo de la línea de alturas totales en una c tidad igual a la altura de velocidad en la sección correspondiente. Las dos líneas son paralelas para to los tramos en que las secciones rectas tienen la misma área. La ordenada entre el eje de la corrient la línea de alturas piezométricas es igual a la altura de presión en la sección en cuestión.

POTENCIA

La potencia se calcula multiplicando el caudal en peso, kg/seg, (wQ) por la energía H en kgm/ Así resulta la ecuación

$$\text{Potencia } P = w\,Q\,H = \text{kg/m}^3 \times \text{m}^3\text{/seg} \times \text{kgm/kg} = \text{kgm/seg}$$
$$\text{Potencia en CV} = w\,Q\,H/75.$$

Problemas resueltos

1. Deducir la ecuación de continuidad para un flujo permanente en el caso (a) de un fluido compresible y (b) de un fluido incompresible.

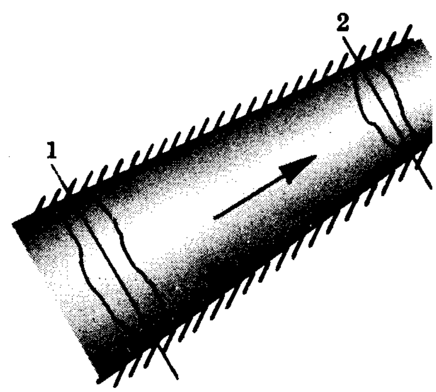


Fig. 6-1

Solución:

(a) Se considera un flujo a través de un tubo de corriente, siendo las secciones 1 y 2 normales a las líneas de corriente que forman el tubo. Para un valor de la densidad ρ_1 y una velocidad normal V_1, el caudal en masa por unidad de tiempo que atraviesa la sección 1 es $\rho_1\, V_1\, dA_1$, ya que $V_1\, dA_1$ es el volumen por unidad de tiempo. Análogamente, el caudal en masa que atraviesa la sección 2 es $\rho_2\, V_2\, dA_2$. Como en un flujo permanente la masa no puede variar con el tiempo, y como no hay paso de fluido a través de la superficie que contornea el tubo de corriente, el caudal en masa a través del tubo de corriente es constante. Por tanto,

$$\rho_1\, V_1\, dA_1 = \rho_2\, V_2\, dA_2$$

Las densidades ρ_1 y ρ_2 se mantienen constantes en cada sección genérica dA, y las velocidades V_1 y V_2 presentan las velocidades del fluido en el tubo de corriente en las secciones 1 y 2, respectivamente. De aq

$$\rho_1\, V_1 \int_{A_1} dA_1 = \rho_2\, V_2 \int_{A_2} dA_2$$

Integrando $\qquad \rho_1\, V_1\, A_1 = \rho_2\, V_2\, A_2 \qquad \text{o} \qquad w_1\, V_1\, A_1 = w_2\, V_2\, A_2$ (

(*b*) Para fluidos incompresibles (y para algunos casos de flujos compresibles) la densidad es constante, es decir, $\rho_1 = \rho_2$. Por tanto,

$$Q = A_1 V_1 = A_2 V_2 = \text{constante} \qquad (\text{en m}^3/\text{seg}) \qquad (C)$$

Así, el caudal es constante a través de un haz de tubos de corriente. En muchos casos de flujos de fluidos pueden utilizarse en las ecuaciones de continuidad (*B*) y (*C*) las velocidades medias en la sección transversal.

2. Por una tubería de 30 cm de diámetro circulan 1800 l/min, reduciéndose después el diámetro de la tubería a 15 cm. Calcular las velocidades medias en ambas tuberías.

Solución:

$$Q \text{ en m}^3/\text{seg} = \frac{1800}{60} \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{seg} = 0{,}030 \text{ m}^3/\text{seg}$$

$$V_{30} = \frac{Q \text{ en m}^3/\text{seg}}{A \text{ en m}^2} = \frac{0{,}030}{\frac{1}{4}\pi(0{,}30)^2} = 0{,}43 \text{ m/seg} \quad \text{y} \quad V_{15} = \frac{0{,}030}{\frac{1}{4}\pi(0{,}15)^2} = 1{,}70 \text{ m/seg}$$

3. Si la velocidad en una tubería de 30 cm es de 0,50 m/seg, ¿cuál será la velocidad en el chorro de 7,5 cm de diámetro que sale por una boquilla unida al extremo de la tubería?

Solución:

$Q = A_{30} V_{30} = A_{7,5} V_{7,5}$ o bien como las áreas son proporcionales al cuadrado de los diámetros $(30)^2 V_{30} = (7{,}5)^2 V_{7,5}$. Por tanto, $V_{7,5} = (30/7{,}5)^2 V_{30} = 16 \times 0{,}50 = 8{,}0$ m/seg.

4. A través de una tubería de 15 cm de diámetro circula aire a una presión manométrica de 2,10 kg/cm^2 y una temperatura de 38° C. Si la presión barométrica es de 1,030 kg/cm^2 y la velocidad de 3,20 m/seg, ¿cuál es el caudal en peso que está fluyendo?

Solución:

En la ley de los gases hay que emplear unidades absolutas tanto en la temperatura como en la presión (kg/m^2). Por tanto,

$$w_{\text{aire}} = \frac{p}{RT} = \frac{(2{,}10 + 1{,}03) \times 10^4}{29{,}3(38 + 273)} = 3{,}43 \text{ kg/m}^3$$

donde $R = 29{,}3$, constante de los gases para el aire, se ha obtenido de la Tabla 1 del Apéndice.

$$W \text{ en kg/seg} = wQ = wA_{15}V_{15} = 3{,}43 \text{ kg/m}^3 \times \tfrac{1}{4}\pi(0{,}15)^2 \text{ m}^2 \times 3{,}20 \text{ m/seg} = 0{,}194 \text{ kg/seg}$$

5. Por la sección *A* de una tubería de 7,5 cm de diámetro circula anhídrido carbónico a una velocidad de 4,50 m/seg. La presión en *A* es de 2,10 kg/cm^2 y la temperatura de 21° C. Aguas abajo en el punto *B* la presión es de 1,40 kg/cm^2 y la temperatura de 32° C. Para una lectura barométrica de 1,030 kg/cm^2, calcular la velocidad en *B* y comparar los caudales volumétricos en *A* y *B*. El valor de *R* para el anhídrido carbónico es de 19,30, obtenido de la Tabla 1 del Apéndice.

Solución:

$$w_A = \frac{p_A}{RT} = \frac{3{,}13 \times 10^4}{19{,}3 \times 294} = 5{,}52 \text{ kg/m}^3, \quad w_B = \frac{2{,}43 \times 10^4}{19{,}3 \times 305} = 4{,}13 \text{ kg/m}^3$$

(*a*) W en kg/seg $= w_A A_A V_A = w_B A_B V_B$. Pero como $A_A = A_B$, se tiene

$$w_A V_A = w_B V_B = 5{,}52 \times 4{,}50 = 4{,}13 V_B \quad \text{y} \quad V_B = 6{,}0 \text{ m/seg}$$

(*b*) El caudal en peso es constante, pero el caudal en volumen variará por diferir el peso específico.

$$Q_A = A_A V_A = \tfrac{1}{4}\pi(0{,}075)^2 \times 4{,}50 = 19{,}9 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{seg}, \quad Q_B = A_B V_B = \tfrac{1}{4}\pi(0{,}075)^2 \times 6{,}00 = 26{,}5 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{seg}$$

6. ¿Qué diámetro máximo de tubería será necesario para transportar 0,230 kg/seg de aire a una velocidad máxima de 5,50 m/seg? La temperatura del aire es de 27° C y la presión absoluta de 2,40 kg/cm².

Solución:

$$w_{\text{aire}} = \frac{p}{RT} = \frac{2{,}40 \times 10^4}{29{,}3(27 + 273)} = 2{,}73 \text{ kg/m}^3$$

$$W = 0{,}230 \text{ kg/seg} = wQ \quad \text{o} \quad Q = \frac{W}{w} = \frac{0{,}230 \text{ kg/seg}}{2{,}73 \text{ kg/m}^3} = 0{,}084 \text{ m}^3\text{/seg.}$$

$$\text{Area mínima } A \text{ necesaria} = \frac{\text{caudal } Q \text{ en m}^3\text{/seg}}{\text{velocidad media } V} = \frac{0{,}084}{5{,}50} = 0{,}0153 \text{ m}^2 = 153 \text{ cm}^2$$

De aquí, diámetro mínimo = 14 cm

7. Desarrollar la ecuación general de continuidad para un flujo tridimensional de un fluido compresible (a) en el caso de flujo no permanente, y (b) en el de flujo permanente.

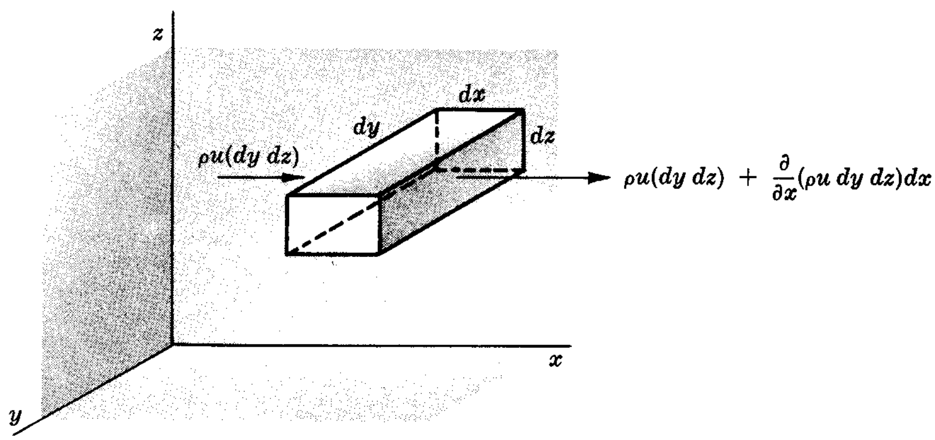


Fig. 6-2

Solución:

(a) Sean las componentes de la velocidad en las direcciones x, y y z, respectivamente, u, v y w. Se considera el flujo a través de un paralelepípedo rectángulo de aristas dx, dy y dz. La masa de fluido entrante, a través de una de sus caras, en dicho volumen por unidad de tiempo es igual al producto de la densidad del fluido por el área de la cara y por la velocidad normal a la cara, es decir, en la dirección x, $\rho u(dy\,dz)$. En la dirección x los flujos aproximados son (véase Fig. 6-2)

$$\textit{Flujo entrante } \rho u(dy\,dz) \qquad \text{y} \qquad \textit{Flujo saliente } \rho u(dy\,dz) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u\,dy\,dz)dx,$$

o el flujo entrante aproximado es $-\dfrac{\partial}{\partial x}(\rho u\,dy\,dz)dx$ o bien $-\dfrac{\partial}{\partial x}(\rho u\,dx\,dy\,dz)$.

Si se escriben expresiones análogas para los flujos entrantes netos en las direcciones y y z, y sumamos los tres, el flujo neto entrante será

$$-\left[\frac{\partial}{\partial x}\rho u + \frac{\partial}{\partial y}\rho v + \frac{\partial}{\partial z}\rho w\right] dx\,dy\,dz$$

Estas magnitudes son más precisas al hacer tender a cero dx, dy y dz.

El *aumento de masa por unidad de tiempo* en el interior del paralelepípedo será

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\,dx\,dy\,dz) \qquad \text{o} \qquad \frac{\partial \rho}{\partial t}(dx\,dy\,dz)$$

donde $\partial\rho/\partial t$ es la variación por unidad de tiempo de la densidad en el interior del volumen. Como el flujo entrante neto ha de ser igual al aumento por unidad de tiempo de la masa, se obtiene

$$-\left[\frac{\partial}{\partial x}\rho u + \frac{\partial}{\partial y}\rho v + \frac{\partial}{\partial z}\rho w\right] dx\,dy\,dz = \frac{\partial\rho}{\partial t}(dx\,dy\,dz)$$

Por tanto, la ecuación de continuidad tridimensional para un flujo no permanente de un fluido compresible toma la forma

$$-\left[\frac{\partial}{\partial x}\rho u + \frac{\partial}{\partial y}\rho v + \frac{\partial}{\partial z}\rho w\right] = \frac{\partial\rho}{\partial t} \qquad (A)$$

(*b*) Para un flujo permanente no varían las propiedades del fluido con el tiempo, es decir, $\partial\rho/\partial t = 0$. Para un flujo permanente y compresible la ecuación de continuidad es

$$\left[\frac{\partial}{\partial x}\rho u + \frac{\partial}{\partial y}\rho v + \frac{\partial}{\partial z}\rho w\right] = 0 \qquad (B)$$

Si el flujo además de permanente es incompresible (ρ = constante) la ecuación tridimensional adopta la forma

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \qquad (C)$$

Si $\partial w/\partial z = 0$, el flujo permanente es bidimensional y

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \qquad (D)$$

Cuando simultáneamente $\partial w/\partial z$ y $\partial v/\partial y = 0$, el flujo permanente es unidimensional y

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0 \qquad (E)$$

Esta ecuación es la del flujo uniforme.

8. Comprobar si se satisface la ecuación de continuidad para un flujo permanente e incompresible, cuando las componentes de la velocidad vienen dadas por

$$u = 2x^2 - xy + z^2, \quad v = x^2 - 4xy + y^2, \quad w = -2xy - yz + y^2$$

Solución:

Derivando cada componente respecto de la coordenada apropiada,

$$\partial u/\partial x = 4x - y, \quad \partial v/\partial y = -4x + 2y, \quad \partial w/\partial z = -y$$

Sustituyendo en la ecuación (*C*) del problema anterior, $(4x - y) + (-4x + 2y) + (-y) = 0$. Luego se satisface.

9. Las componentes de la velocidad de un flujo incompresible no permanente son $u = (2x - 3y)t$, $v = (x - 2y)t$ y $w = 0$. ¿Se satisface la ecuación de continuidad?

Solución:

Derivando cada componente respecto de la coordenada apropiada,

$$\partial u/\partial x = 2t, \quad \partial v/\partial y = -2t, \quad \partial w/\partial z = 0$$

Sustituyendo en la ecuación (*C*) del Problema 7 da 0. Luego se satisface.

10. ¿Son posibles los siguientes valores de u y v para un flujo permanente e incompresible?

$$(a)\ u = 4xy + y^2,\ v = 6xy + 3x \qquad (b)\ u = 2x^2 + y^2,\ v = -4xy$$

Solución:

Para el flujo bidimensional dado debe satisfacerse la ecuación (*D*) del Problema 7.

(*a*) $\partial u/\partial x = 4y,\ \partial v/\partial y = 6x,\ 4y + 6x \neq 0$ — El flujo no es posible.

(*b*) $\partial u/\partial x = 4x,\ \partial v/\partial y = -4x,\ 4x - 4x = 0$ — El flujo es posible.

11. Entre dos placas convergentes de 45 cm de anchura circula un fluido y la distribución de velocidades viene dada por la expresión

$$\frac{v}{v_{max}} = 2\frac{n}{n_0}\left(1 - \frac{n}{n_0}\right)$$

Para los valores $n_0 = 5$ cm y $v_{max} = 0{,}30$ m/seg determinar (a) el caudal total en m^3/seg, (b) la velocidad media en la sección considerada y (c) la velocidad media en la sección en la que $n = 2$ cm.

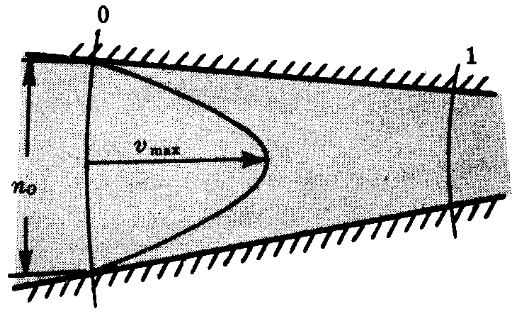


Fig. 6-3

Solución:

(a) El flujo por unidad de anchura, perpendicular al dibujo, será

$$q = \int_0^{n_0} v\,dn = \frac{2v_{max}}{n_0}\int_0^{n_0}(n - n^2/n_0)\,dn = \frac{1}{3}v_{max}\,n_0 = 5 \times 10^{-3} \text{ m}^3\text{/seg m de anchura}$$

y el caudal total $Q = 5 \times 10^{-3}(0{,}45) = 2{,}25 \times 10^{-3}$ m^3/seg.

(b) La velocidad media $V_0 = q/n_0 = 0{,}10$ m/seg, donde $n_0 = 0{,}05$ m. O bien $V_0 = Q/A = 0{,}10$ m/seg.

(c) Mediante la ecuación (4), $V_0 A_{n_0} = V_1 A_{n_1}$, $0{,}10(0{,}05)(0{,}45) = V_1(0{,}02)(0{,}45)$, de donde $V_1 = 0{,}25$ m/seg.

12. Si los módulos y direcciones de las velocidades se miden en un plano vertical YY en puntos distanciados Δy, demostrar que el caudal q por unidad de anchura puede expresarse por $\Sigma v_x \Delta y$.

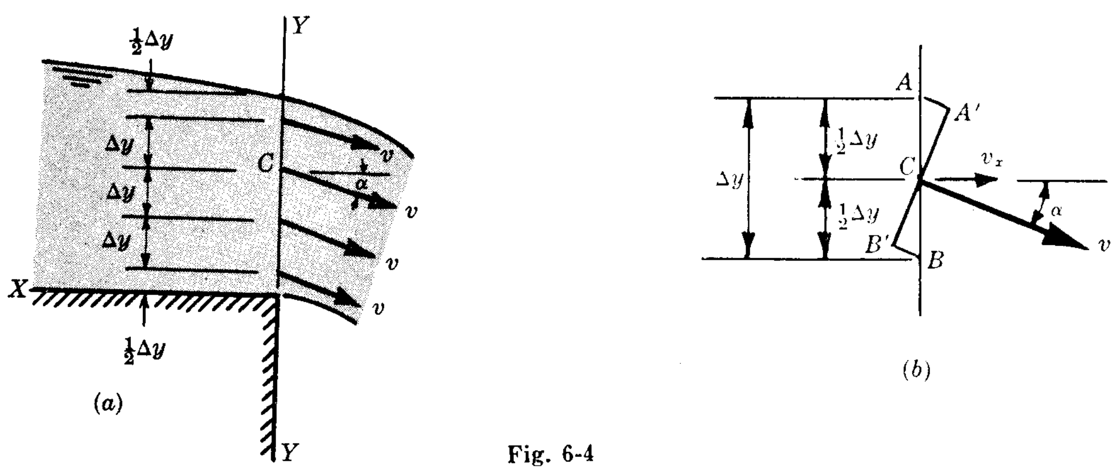


Fig. 6-4

Solución:

Caudal por unidad de anchura $= q = \Sigma\,\Delta q$, donde cada Δq viene dado por $v(\Delta A_n)$.
De la Fig. 6-4(b), $A'B' = \Delta A_n = \Delta y \cos\alpha$. De donde $q = \Sigma\, v(\Delta y \cos\alpha) = \Sigma\, v_x \Delta y$ por unidad de anchura.

13. (a) Explicar brevemente el procedimiento para dibujar la red de corriente en el caso de un flujo bidimensional permanente de un fluido ideal entre los contornos dados en la Figura 6-5.

(b) Si la velocidad uniforme en la sección 2 es igual a 9,0 m/seg y los valores de Δn_2 son iguales a 3 cm, determinar el caudal q y la velocidad uniforme en la sección 1, donde los Δn_1 son iguales a 9 cm.

Solución:

(*a*) El procedimiento para dibujar la red de corriente en este caso puede aplicarse a casos más complejos. Para un fluido *ideal* se procede como sigue:

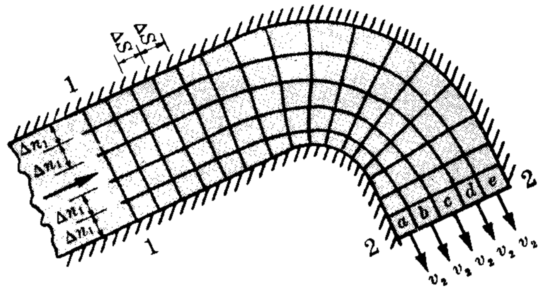


Fig. 6-5

1. En una sección entre contornos paralelos se divide el flujo en un cierto número de bandas de igual anchura Δn (supuesto que se ha tomado del flujo una capa, de espesor unidad, perpendicular al dibujo). Cada banda representa un tubo de corriente limitado por líneas de corriente o bien por líneas de corriente y uno de los contornos. Así, el flujo total queda dividido en flujos parciales iguales por cada una de las bandas y $\Delta q \cong v(\Delta n) \cong$ constante, donde Δn se mide normalmente a la velocidad local. Como $\Delta q \cong v_1 \Delta n_1 \cong v_2 \Delta n_2$, se deduce $v_1/v_2 \cong \Delta n_2/\Delta n_1 \cong \Delta S_2/\Delta S_1$. Cuanto menores son los valores de Δn y ΔS más exactas son las relaciones anteriores. Se escogen el número suficiente de líneas de corriente para que la exactitud sea aceptable, sin entrar en innecesarios refinamientos y detalles en el dibujo.
2. Para determinar las *direcciones* de las líneas de corriente se dibujan las líneas normales a aquéllas o líneas equipotenciales. Estas líneas están espaciadas de forma que $\Delta S = \Delta n$. Las líneas equipotenciales son ortogonales a las líneas de corriente en cada punto de intersección y a los contornos ya que éstos son líneas de corriente. De esta forma el diagrama obtenido se asemeja a un grupo de cuadrados (aproximadamente) a través de toda la red de corriente.
3. En las zonas próximas y allí donde los contornos cambian de forma no se pueden mantener los cuadrados, variando la configuración de la red de corriente, y para obtenerla de la manera más correcta sera necesario comprobarla dibujando las diagonales a través de todos los «cuadrados» (curvilíneos). Las dos familias de diagonales formarán también una red aproximadamente cuadrada.
4. Muchas veces los mismos contornos son líneas de corriente verdaderas. Si no sucede así, la red de corriente no representa la configuración real del flujo. Por ejemplo, cuando el flujo se «separa» del contorno, en esta región no puede utilizarse el contorno como una línea de corriente. En general, cuando las líneas de corriente son divergentes se dan las condiciones para que se pueda producir el fenómeno de la separación.

La solución matemática de los flujos irrotacionales está basada en la definición de la *función de corriente*, cuya definición incluye el principio de continuidad y las propiedades de una línea de corriente. El caudal ψ entre dos líneas de corriente cualesquiera es constante (ya que el flujo no puede atravesar las líneas de corriente), y si ψ puede expresarse en función de x e y pueden dibujarse las líneas de corriente. Análogamente, las líneas equipotenciales pueden definirse por $\phi(x, y) =$ constante. A partir de estas expresiones es factible deducir que

$$u = \partial\psi/\partial y \quad \text{y} \quad v = -\partial\psi/\partial x \qquad \text{para las líneas de corriente}$$

y

$$u = -\partial\phi/\partial x \quad \text{y} \quad v = -\partial\phi/\partial y \qquad \text{para las líneas equipotenciales}$$

Estas ecuaciones han dè satisfacer a la ecuación de Laplace, es decir,

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} = 0 \qquad \text{o} \qquad \frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial y^2} = 0$$

y la ecuación de continuidad

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

En general, se determinan y dibujan las funciones equipotenciales. A continuación se trazan las líneas de corriente, ortogonales a las anteriores, obteniendo la red de corriente.

Este tipo de soluciones exactas pueden verse en textos de Mecánica de Fluidos Superiores, en Hidrodinámicas o en los de Teoría de Funciones de Variable Compleja.

(*b*) Caudal/unidad de anchura $= q = \Sigma\, \Delta q = q_a + q_b + q_c + q_d + q_e = 5(v_2)(A_{n_2})$.

Para 1 unidad de anchura, $A_{n_2} = 1(\Delta n_2)$ y $q = 5(9{,}0)(1 \times 0{,}03) = 1{,}35$ m^3/seg por unidad de anchura.

Por tanto, para $\Delta n_1 = 0{,}09$ m, $5\, v_1(0{,}09 \times 1) = 1{,}35$, de donde $v_1 = 3{,}0$ m/seg.

v_1 puede determinarse también a partir de: $v_1/v_2 \cong \Delta n_2/\Delta n_1$, $v_1/9{,}0 \cong 0{,}03/0{,}09$, $v_1 = 3{,}0$ m/seg.

14. Dibujar las líneas de corriente y equipotenciales para las condiciones de contorno dadas en l Fig. 6-6. (Las áreas que están sin terminar de dibujar se dejan para que las utilice el lector.)

Solución:

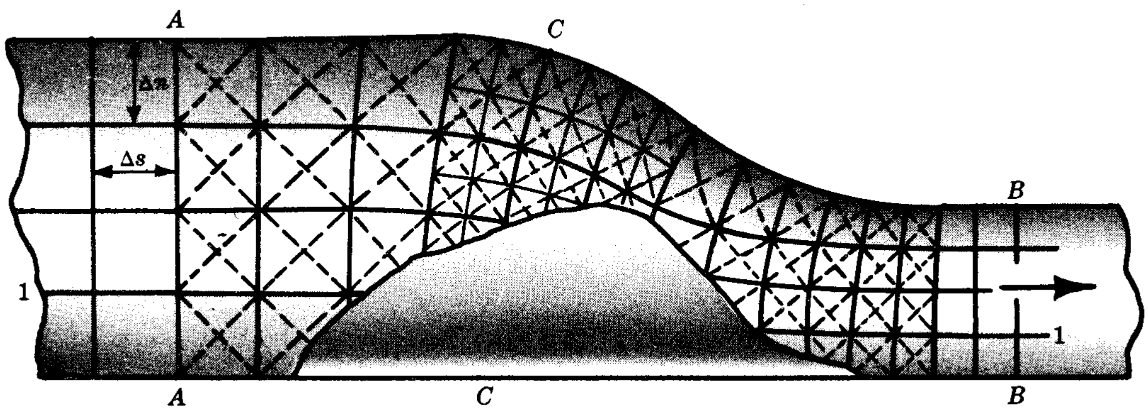


Fig. 6-6

1. En las zonas donde el flujo tiene lugar entre contornos paralelos se divide la anchura total en 4 partes igual o tubos de corriente (en AA y en BB). Hay que tratar de dibujar la trayectoria de una partícula a lo largo c una de estas líneas de corriente, dibujando, por ejemplo, la línea 1-1 (véase el problema precedente). Se pr cede en igual forma con el resto de las líneas de corriente.
2. Las líneas equipotenciales han de ser ortogonales, tanto a las líneas de corriente como a los contornos, e todos los puntos. Se han de esquematizar de manera que formen aproximadamente cuadrados. Partiend de la sección central, se dibujan estas líneas ortogonales en cada dirección. Antes de obtener una red de cc rriente de manera satisfactoria será necesario utilizar con frecuencia la goma de borrar.
3. Se dibujan las diagonales (a trazos en la figura) para comprobar la bondad de la red de corriente. Estas di gonales deben formar también una red cuadrada.
4. En la figura la zona C se ha dividido en 8 tubos de corriente. Se observa que los cuadriláteros curvilíneo más pequeños se aproximan en su forma a cuadrados más que los de mayor tamaño. Cuanto mayor sea e número de tubos de corriente, la red de corriente será más «cuadrada».

15. En la Fig. 6-7 se representa una línea de corriente correspondiente a un flujo bidimensional y las líneas equipotenciales, ortogonales a las primeras, y representadas por los segmentos numerados del 1 al 10. La separación entre las líneas equipotenciales se da en la segunda columna de la tabla que figura más adelante. Si la velocidad media entre 1 y 2 es 0,500 m/seg, calcular (a) las velocidades medias entre cada dos líneas equipotenciales y (b) el tiempo que tardará una partícula fluida en recorrer el espacio entre 1 y 10 a lo largo de la línea de corriente.

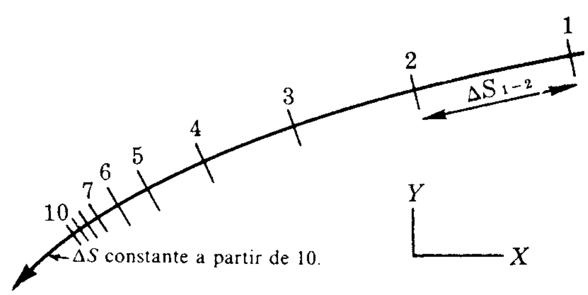


Fig. 6-7

Solución:

(a) Utilizando las relaciones entre la velocidad y Δn del Problema 13,

$$V_{1-2}\Delta n_{1-2} = V_{2-3}\Delta n_{2-3} = V_{3-4}\Delta n_{3-4} = \ldots .$$

Además $\qquad \Delta S_{1-2} \cong \Delta n_{1-2}, \qquad \Delta S_{2-3} \cong \Delta n_{2-3}, \qquad \ldots .$

Por tanto, $V_{2-3} \cong V_{1-2}(\Delta S_{1-2}/\Delta S_{2-3}) = 0{,}500(0{,}500/0{,}400) = 0{,}625$ m/seg. Análogamente, V_{3-4} = 0,500(0,500/0,300) = 0,833 m/seg, etc. Los valores así obtenidos para las velocidades medias se dan en l siguiente tabla.

Posición	ΔS (m)	$\Delta S_{1-2}/\Delta S$	$V = 0{,}500(0{,}500/\Delta S)$ m/seg	$t = (\Delta S)/V$ seg
1-2	0,500	1,000	0,500	1,000
2-3	0,400	1,250	0,625	0,640
3-4	0,300	1,667	0,833	0,360
4-5	0,200	2,500	1,250	0,160
5-6	0,100	5,000	2,500	0,040
6-7	0,0700	7,143	3,571	0,020
7-8	0,0450	11,11	5,56	0,008
8-9	0,0300	16,67	8,33	0,004
9-10	0,0208	24,00	12,00	0,002
				$\Sigma = 2{,}234$ seg

(*b*) El tiempo que tarda una partícula en recorrer de 1 a 2 es igual a la distancia entre 1 y 2 dividida por la velocidad media entre 1 y 2 o bien $t_{1-2} = (0{,}500/0{,}500) = 1{,}000$ seg. Análogamente, $t_{2-3} = (0{,}400/0{,}625) = 0{,}640$ seg. El tiempo total que tarda en recorrer la distancia entre 1 y 10 es igual a la suma de los términos de la última columna, es decir, 2,234 seg.

16. Deducir la expresión del coeficiente α de corrección de la energía cinética para un flujo permanente e incompresible.

Solución:

La energía cinética de una partícula es $\frac{1}{2}\,dM\,v^2$, y la energía total de un flujo fluido será

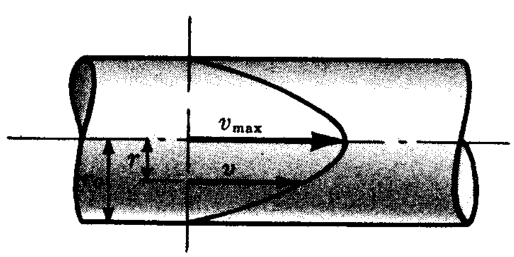
$$\frac{1}{2}\int_A (dM)\,v^2 = \frac{1}{2}\int_A \frac{w}{g}(dQ)v^2 = \frac{w}{2g}\int_A (v\,dA)v^2$$

Para calcular esta expresión debe extenderse la integral a toda el área A.

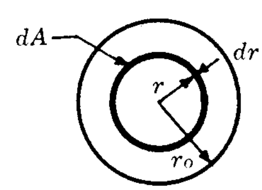
La energía cinética calculada mediante la velocidad media en una sección transversal es $\frac{1}{2}(wQ/g)V_{av}^2 = \frac{1}{2}(wA/g)V_{av}^3$. Aplicando a esta expresión un coeficiente de corrección α e igualando el resultado a la energía cinética verdadera, se obtiene

$$\alpha\left(\frac{wA}{2g}\right)\left(V_{av}^3\right) = \frac{w}{2g}\int_A (v\,dA)v^2 \qquad \text{o} \qquad \alpha = \frac{1}{A}\int_A\left(\frac{v}{V_{av}}\right)^3 dA$$

17. Un líquido está fluyendo a través de una tubería circular. Para una distribución de velocidades dada por la ecuación $v = v_{max}(r_0^2 - r^2)/r_0^2$, calcular el coeficiente de corrección de la energía cinética α.



(*a*)



(*b*)

Fig. 6-8

Solución:

Es necesario calcular la velocidad media para aplicar la fórmula obtenida en el Problema 16. A partir de la ecuación de continuidad,

$$V_{av} = \frac{Q}{A} = \frac{\int v\,dA}{\pi r_0^2} = \frac{\int (v_{max}/r_0^2)(r_0^2 - r^2)(2\pi r\,dr)}{\pi r_0^2} = \frac{2v_{max}}{r_0^4}\int_0^{r_0}(r_0^2 r - r^3)\,dr = \frac{v_{max}}{2}$$

Este valor podría haberse obtenido también al considerar que la ecuación dada representa una parábola y que el volumen del paraboloide generado por dicha distribución es igual a la mitad del volumen del cilindro circunscrito. Por tanto,

$$V_{av} = \frac{\text{volumen/seg}}{\text{área de la base}} = \frac{\frac{1}{2}(\pi r_0^2)v_{max}}{\pi r_0^2} = \frac{v_{max}}{2}$$

Utilizando el valor de la velocidad media en la ecuación que da α,

$$\alpha = \frac{1}{A}\int_A \left(\frac{v}{V_{av}}\right)^3 dA = \frac{1}{\pi r_o^2}\int_0^{r_o}\left(\frac{v_{max}(r_o^2 - r^2)/r_o^2}{\frac{1}{2}v_{max}}\right)^3 2\pi r\, dr = 2{,}00$$

(Véase Flujo laminar en el Capítulo 7.)

18. A través de una tubería de 15 cm de diámetro está fluyendo aceite de densidad relativa 0,750 a una presión de 1,05 kg/cm^2. Si la energía total respecto de un plano de referencia situado 2,40 m por debajo del eje de la tubería es de 17,6 kgm/kg, determinar el caudal de aceite en m^3/seg.

Solución:

Energía por kg de aceite = energía de presión + energía cinética (altura de velocidad) + energía potencial

$$17{,}6 = \frac{1{,}05 \times 10^4}{0{,}750 \times 1000} + \frac{V_{15}^2}{2g} + 2{,}40$$

de donde $V_{15} = 4{,}85$ m/seg. Por tanto, $Q = A_{15}V_{15} = \frac{1}{4}\pi(0{,}15)^2 \times 4{,}85 = 86 \times 10^{-3}$ m^3/seg.

19. Una turbina produce 600 CV cuando el caudal de agua a través de la misma es de 0,60 m^3/seg. Suponiendo un rendimiento del 87 %, ¿qué altura actúa sobre la turbina?

Solución:

Potencia de salida (CV) = potencia consumida (CV) × rendimiento = $(wQH_T/75)$ × rendimiento

$$600 = (1000 \times 0{,}60 \times H_T/75)(0{,}87) \quad \text{y} \quad H_T = 86{,}3 \text{ m.}$$

20. Deducir las ecuaciones del movimiento para un flujo permanente y un fluido cualquiera.

Solución:

Se considera como cuerpo libre la masa elemental de fluido dM mostrada en la Fig. 6-9(a) y (b). El movimiento tiene lugar en el plano del papel y se escoge el eje x paralelo a la dirección del movimiento. No se han representado las fuerzas que actúan sobre el cuerpo libre dM en dirección normal al movimiento. Las fuerzas que actúan en la dirección x se deben a (1) las presiones que actúan sobre las caras de los extremos, (2) la componente del peso y (3) las fuerzas cortantes (dF_S en kilogramos) ejercidas por las partículas fluidas adyacentes.

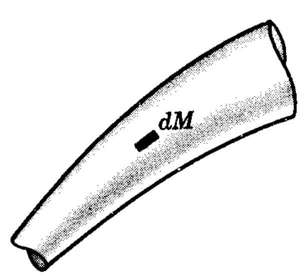


Fig. 6-9(a)

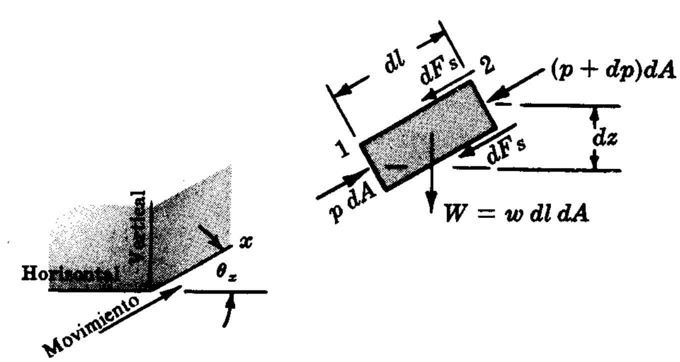


Fig. 6-9(b)

De la ecuación del movimiento $\Sigma F_x = Ma_x$, se obtiene

$$[+\, p\, dA - (p + dp)dA - w\, dA\, dl \operatorname{sen}\theta_x - dF_S] = \frac{w\, dA\, dl}{g}\left(\frac{dV}{dt}\right) \qquad (1)$$

Dividiendo (1) por $w\, dA$ y sustituyendo dl/dt por la velocidad V,

$$\left[\frac{p}{w} - \frac{p}{w} - \frac{dp}{w} - dl \operatorname{sen}\theta_x - \frac{dF_S}{w\, dA}\right] = \frac{V\, dV}{g} \qquad (2)$$

El término $\frac{dF_S}{w\,dA}$ representa la resistencia que se opone al movimiento en la longitud dl. Las fuerzas cortantes dF_S pueden sustituirse por el producto de la tensión cortante τ por el área sobre la que actúa (perímetro × longitud), es decir, $dF_S = \tau\,dP\,dl$.

Así, $\frac{dF_S}{w\,dA} = \frac{\tau\,dP\,dl}{w\,dA} = \frac{\tau\,dl}{wR}$, donde R se conoce con el nombre de radio hidráulico y se define como el cociente del área de la sección recta por el perímetro mojado o, en este caso, dA/dP. La suma del trabajo realizado por todas las fuerzas cortantes mide la pérdida de energía debida al flujo, y, medida en kgm/kg, será

$$\text{pérdida de carga } dh_L = \frac{\tau\,dl}{wR} = \frac{\text{kg/m}^2 \times \text{m}}{\text{kg/m}^3 \times \text{m}^2/\text{m}} = \text{m}$$

Para futuras referencias,

$$\tau = wR\left(\frac{dh_L}{dl}\right) \tag{3}$$

Volviendo sobre la expresión (2), como dl sen $\theta_x = dz$, adopta finalmente la forma

$$\frac{dp}{w} + \frac{V\,dV}{g} + dz + dh_L = 0 \tag{4}$$

Esta expresión se conoce con el nombre de ecuación de Euler cuando se aplica a un fluido ideal (pérdida de carga = 0). Al integrar la ecuación anterior, para fluidos de densidad constante, se obtiene la llamada ecuación de Bernoulli. La ecuación diferencial (4), para flujos permanentes, es una de las ecuaciones fundamentales del flujo de fluidos.

CASO 1. Flujo de fluidos incompresibles

Para fluidos *incompresibles* la integración es como sigue:

$$\int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{w} + \int_{V_1}^{V_2} \frac{V\,dV}{g} + \int_{z_1}^{z_2} dz + \int_1^2 dh_L = 0 \tag{A}$$

Los métodos de cálculo del último término se discutirán en los capítulos siguientes. El término de la pérdida de carga total se representa por H_L. Al integrar y sustituir límites,

$$\left(\frac{p_2}{w} - \frac{p_1}{w}\right) + \left(\frac{V_2^2}{2g} - \frac{V_1^2}{2g}\right) + (z_2 - z_1) + H_L = 0$$

$$\left(\frac{p_1}{w} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1\right) - H_L = \left(\frac{p_2}{w} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2\right)$$

que es la forma más conocida del teorema de Bernoulli, aplicable al flujo de fluidos incompresibles (sin adición de energía exterior).

CASO 2. Flujo de fluidos compresibles.

Para fluidos compresibles el término $\int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{w}$ no puede integrarse hasta no conocer la expresión de w en función de la variable p. La relación entre w y p depende de las condiciones termodinámicas implicadas.

(*a*) Para condiciones *isotérmicas* (temperatura constante) la ecuación general de los gases puede expresarse en la forma

$$p_1/w_1 = p/w = \text{constante} \qquad \text{o} \qquad w = (w_1/p_1)p$$

donde w_1/p_1 es una constante y p viene en kg/m², siendo presión *absoluta*. Sustituyendo en la ecuación (*A*),

$$\int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{(w_1/p_1)p} + \int_{V_1}^{V_2} \frac{V\,dV}{g} + \int_{z_1}^{z_2} dz + \int_1^2 dh_L = 0$$

Integrando y sustituyendo límites, $\frac{p_1}{w_1} \ln \frac{p_2}{p_1} + \left(\frac{V_2^2}{2g} - \frac{V_1^2}{2g}\right) + (z_2 - z_1) + H_L = 0$ o bien puesta en la forma más conocida,

$$\frac{p_1}{w_1} \ln p_1 + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 - H_L = \frac{p_1}{w_1} \ln p_2 + \frac{V_2^2}{2g} + z_2. \tag{B}$$

Al combinar esta ecuación con la de continuidad y la ley de los gases perfectos, para condiciones isotérmicas, se llega a una expresión en la que solo es desconocida una velocidad. Así, para un flujo permanente,

$$w_1A_1V_1 = w_2A_2V_2 \quad \text{y} \quad \frac{p_1}{w_1} = \frac{p_2}{w_2} = RT \quad \text{de donde} \quad V_1 = \frac{w_2A_2V_2}{(w_2/p_2)p_1A_1} = \frac{A_2}{A_1}\left(\frac{p_2}{p_1}\right)V_2$$

Sustituyendo en la ecuación de Bernoulli en su forma (B),

$$\left[\frac{p_1}{w_1}\ln p_1 + \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^2\frac{V_2^2}{2g} + z_1\right] - H_L = \left[\frac{p_1}{w_1}\ln p_2 + \frac{V_2^2}{2g} + z_2\right] \qquad (C)$$

(*b*) Para condiciones *adiabáticas* (sin pérdida ni ganancia de calor) la ley general de los gases perfectos se reduce a

$$\left(\frac{w}{w_1}\right)^k = \frac{p}{p_1} \quad \text{o} \quad \frac{p_1^{1/k}}{w_1} = \frac{p^{1/k}}{w} = \text{constante}, \qquad \text{y así} \qquad w = w_1\left(\frac{p}{p_1}\right)^{1/k}$$

donde k es el exponente adiabático.

Hallando el valor de dp/w e integrando se obtiene

$$\int_{p_1}^{p_2}\frac{dp}{w_1(p/p_1)^{1/k}} = \frac{p_1^{1/k}}{w_1}\int_{p_1}^{p_2}\frac{dp}{p^{1/k}} = \left(\frac{k}{k-1}\right)\times\frac{p_1}{w_1}\left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(k-1)/k} - 1\right]$$

y la ecuación de Bernoulli toma la forma

$$\left[\left(\frac{k}{k-1}\right)\frac{p_1}{w_1} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1\right] - H_L = \left[\left(\frac{k}{k-1}\right)\left(\frac{p_1}{w_1}\right)\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(k-1)/k} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2\right] \qquad (D)$$

Combinando esta ecuación con la de continuidad y con la ley de los gases perfectos, para condiciones adiabáticas, se llega a una expresión en que solo figura una velocidad como incógnita.

Mediante $w_1A_1V_1 = w_2A_2V_2$ y $\dfrac{p_1^{1/k}}{w_1} = \dfrac{p_2^{1/k}}{w_2} = \text{constante}$, $V_1 = \dfrac{w_2A_2V_2}{w_1A_1} = \left(\dfrac{p_2}{p_1}\right)^{1/k}\left(\dfrac{A_2}{A_1}\right)V_2$

y la ecuación de Bernoulli adopta la forma

$$\left[\left(\frac{k}{k-1}\right)\frac{p_1}{w_1} + \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{2/k}\left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2\frac{V_2^2}{2g} + z_1\right] - H_L = \left[\left(\frac{k}{k-1}\right)\left(\frac{p_1}{w_1}\right)\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(k-1)/k} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2\right] \qquad (E)$$

21. En la Fig. 6-10 están circulando 0,370 m³/seg de agua de A a B, existiendo en A una altura de presión de 6,6 m. Suponiendo que no existen pérdidas de energía entre A y B, determinar la altura de presión en B. Dibujar la línea de alturas totales.

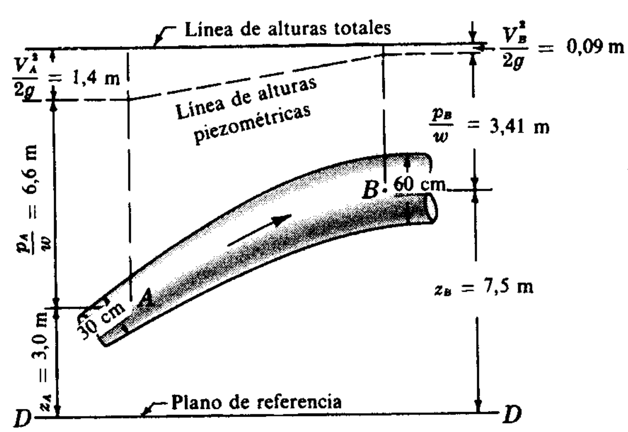


Fig. 6-10

Solución:

Se aplica la ecuación de Bernoulli entre A y B, tomando como plano de referencia el horizontal que pasa por A.

Energía en A + energía añadida − energía perdida = energía en B

$$\left(\frac{p_A}{w} + \frac{V_{30}^2}{2g} + z_A\right) + 0 - 0 = \left(\frac{p_B}{w} + \frac{V_{60}^2}{2g} + z_B\right)$$

donde $V_{30} = Q/A_{30} = 0{,}370/(\frac{1}{4}\pi 0{,}3^2) = 5{,}24$ m/seg y $V_{60} = (\frac{1}{2})^2(5{,}24) = 1{,}31$ m/seg. Sustituyendo,

$$\left(6{,}6 + \frac{(5{,}24)^2}{2g} + 0\right) - 0 = \left(\frac{p_B}{w} + \frac{(1{,}31)^2}{2g} + 4{,}5\right) \quad \text{y} \quad \frac{p_B}{w} = 3{,}41 \text{ m de agua}$$

Puede representarse la energía total en una sección cualquiera como altura sobre un plano horizontal de referencia. Utilizando en este caso el plano que pasa por D-D,

Altura total en $A = p_A/w + V_{30}^2/2g + z_A = 6{,}6 + 1{,}4 + 3{,}0 = 11{,}0$ m
Altura total en $B = p_B/w + V_{60}^2/2g + z_B = 3{,}41 + 0{,}09 + 7{,}5 = 11{,}0$ m

Se observa que tiene lugar la transformación de una forma de energía en otra durante el flujo. En el caso presente, parte de la energía de presión y de la energía cinética en A se transforma en energía potencial en B.

22. En el venturímetro mostrado en la Fig. 6-11 la lectura del manómetro diferencial de mercurio es 35,8 cm. Determinar el caudal de agua a través del venturímetro si se desprecian las pérdidas entre A y B.

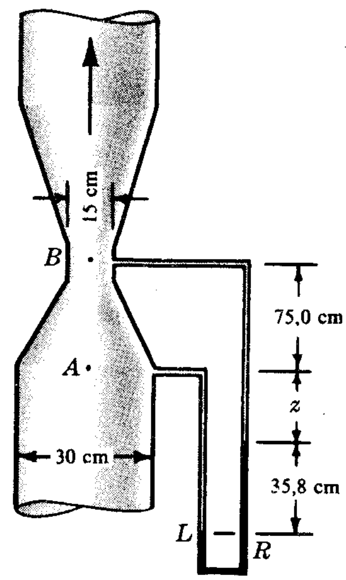


Fig. 6-11

Solución:

Aplicando la ecuación de Bernoulli entre A y B, tomando como plano de referencia el horizontal que pasa por A,

$$\left(\frac{p_A}{w} + \frac{V_{30}^2}{2g} + 0\right) - 0 = \left(\frac{p_B}{w} + \frac{V_{15}^2}{2g} + 0{,}75\right)$$

y

$$\left(\frac{p_A}{w} - \frac{p_B}{w}\right) = \left(\frac{V_{15}^2}{2g} - \frac{V_{30}^2}{2g} + 0{,}75\right) \qquad (1)$$

Por la ecuación de continuidad $A_{30}V_{30} = A_{15}V_{15}$, de donde $V_{30} = (\frac{15}{30})^2 V_{15} = \frac{1}{4}V_{15}$, y $V_{30}^2 = \frac{1}{16}V_{15}^2$. Por la lectura manométrica,

altura de presión en L = altura de presión en R (m de agua)

$$p_A/w + z + 0{,}358 = p_B/w + 0{,}75 + z + (0{,}358)(13{,}6)$$

de la cual $(p_A/w - p_B/w) = 5{,}26$ m de agua. Sustituyendo en (1), se obtiene $V_{15} = 9{,}7$ m/seg y $Q = \frac{1}{4}\pi(0{,}15)^2 \times 9{,}7 = 0{,}172$ m^3/seg.

23. Una tubería, que transporta aceite de densidad relativa 0,877, pasa de 15 cm de diámetro, en la sección E, a 45 cm en la sección R. La sección E está 3,6 m por debajo de R y las presiones son respectivamente 0,930 kg/cm^2 y 0,615 kg/cm^2. Si el caudal es de 146 l/seg, determinar la pérdida de carga en la dirección del flujo.

Solución:

Velocidad media en una sección $= Q/A$. Por tanto,

$$V_{15} = \frac{0{,}146}{\frac{1}{4}\pi(0{,}15)^2} = 8{,}26 \text{ m/seg} \quad \text{y} \quad V_{45} = \frac{0{,}146}{\frac{1}{4}\pi(0{,}45)^2} = 0{,}92 \text{ m/seg}$$

Utilizando, como plano de referencia, el horizontal que pasa por la sección más baja E, la energía en cada sección será:

$$\text{en } E, \quad \left(\frac{p}{w} + \frac{V_{15}^2}{2g} + z\right) = \frac{0{,}930 \times 10^4}{0{,}877 \times 1000} + \frac{(8{,}26)^2}{2g} + 0 \quad = 13{,}75 \text{ kgm/kg}$$

$$\text{en } R, \quad \left(\frac{p}{w} + \frac{V_{45}^2}{2g} + z\right) = \frac{0{,}615 \times 10^4}{0{,}877 \times 1000} + \frac{(0{,}92)^2}{2g} + 3{,}60 = 10{,}65 \text{ kgm/kg}$$

El flujo tiene lugar de E a R, ya que la energía de E es mayor que la de R. La pérdida de carga se determina haciendo el balance de energía entre E y R, tomando como plano de referencia el horizontal que pasa por E: $13{,}75$ − pérdida de carga $= 10{,}65$ o bien pérdida de carga $= 3{,}10$ m, de E a R.

24. Considerar que a través del venturímetro del Problema 22 fluye aire a 27° C y que la presión manométrica en A es igual a 2,65 kg/cm^2. La lectura del manómetro es de 35,8 cm de agua. Suponiendo que el peso específico del aire no varía entre A y B y que la pérdida de energía es despreciable, determinar el caudal en peso, kg/seg, de aire que está circulando.

Solución:

Aplicando la ecuación de la energía entre A y B, tomando como plano de referencia el que pasa por A, como en el Problema 22, se obtiene $\left(\frac{p_A}{w} - \frac{p_B}{w}\right) = \frac{15}{16}\frac{V_{15}^2}{2g} + 0{,}75.$ (1)

Para obtener la altura de presión del fluido que circula es necesario calcular el peso específico del aire.

$$w = \frac{p}{RT} = \frac{(2{,}65 + 1{,}030)10^4}{29{,}3(27 + 273)} = 4{,}20 \text{ kg/m}^3$$

En el manómetro diferencial, $p_L = p_R$ (en kg/m^2, manométrica)

o bien $p_A + 4{,}20(z + 0{,}358) = p_B + 4{,}20(0{,}75 + z) + 1000(0{,}358)$

y $(p_A - p_B) = 359{,}6$ kg/m^2. Sustituyendo en (*1*), se obtiene $V_{15} = 42{,}2$ m/seg y

$$W = wQ = 4{,}20[\tfrac{1}{4}\pi(0{,}15)^2 \times 42{,}2] = 3{,}12 \text{ kg/seg de aire}$$

25. Un conducto por el que circula aire reduce su sección recta de $7{,}0 \times 10^{-2}$ m^2 a $2{,}0 \times 10^{-2}$ m^2. Suponiendo que no existen pérdidas, ¿cuál es la variación de presión que tiene lugar si están fluyendo 0,70 kg/seg de aire? (Utilizar $w = 3{,}200$ kg/m^3 para la presión y temperatura implicadas

Solución:

$$Q = \frac{0{,}70 \text{ kg/seg}}{3{,}2 \text{ kg/m}^3} = 0{,}218 \text{ m}^3\text{/seg}, \quad V_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{0{,}218}{0{,}07} = 3{,}12 \text{ m/seg}, \quad V_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{0{,}218}{0{,}02} = 10{,}9 \text{ m/seg.}$$

Al aplicar la ecuación de Bernoulli entre las secciones 1 y 2 se obtiene

$$\left(\frac{p_1}{w} + \frac{(3{,}12)^2}{2g} + 0\right) - 0 = \left(\frac{p_2}{w} + \frac{(10{,}9)^2}{2g} + 0\right) \quad \text{o bien} \quad \left(\frac{p_1}{w} - \frac{p_2}{w}\right) = 5{,}60 \text{ m de aire}$$

y $p_1' - p_2' = (5{,}60 \times 3{,}200)/10^4 = 1{,}8 \times 10^{-3}$ kg/cm^2, como variación de presión. Esta pequeña variación en la presión justifica la hipótesis de densidad constante del fluido.

26. Una tubería de 15 cm de diámetro y 180 m de longitud transporta agua desde A, a una elevación de 24,0 m, hasta B, a una elevación de 36,0 m. La tensión debida a la fricción entre el líquido y las paredes de la tubería es igual a 3,05 kg/m^2. Determinar la variación de presión en la tubería y la pérdida de carga.

Solución:

(*a*) Las fuerzas que actúan sobre la masa de agua son las mismas que aparecen en la Figura (*b*) del Problema 20.

Mediante $P_1 = p_1 A_{15}$, $P_2 = p_2 A_{15}$ se obtiene, aplicando $\Sigma F_x = 0$,

$$p_1 A_{15} - p_2 A_{15} - W \text{ sen } \theta_x - \tau(\pi d)L = 0$$

Ahora bien, $W = w(\text{volumen}) = 1000[\frac{1}{4}\pi(0{,}15)^2 \times 180]$ y sen $\theta_x = (36{,}0 - 24{,}0)/180$. Por tanto,

$$p_1[\tfrac{1}{4}\pi(0{,}15)^2] - p_2[\tfrac{1}{4}\pi(0{,}15)^2] - 1000[\tfrac{1}{4}\pi(0{,}15)^2 \times 180] \times 12/180 - 3{,}05(\pi \times 0{,}15 \times 180) = 0$$

de donde $p_1 - p_2 = 26.640$ kg/m^2 $= 2{,}664$ kg/cm^2.

(*b*) Mediante la ecuación de la energía, tomando como plano de referencia el horizontal que pasa por A,

$$\text{energía en } A - \text{pérdida de carga} = \text{energía en } B$$

$$\left(\frac{p_A}{w} + \frac{V_A^2}{2g} + 0\right) - \text{pérdida de carga} = \left(\frac{p_B}{w} + \frac{V_B^2}{2g} + 12\right)$$

o pérdida de carga $= (p_A/w - p_B/w) - 12 = 26.640/1000 - 12 = 14{,}64$ m.

Otro método:

Mediante la (*3*) del Problema 20, pérdida de carga $= \dfrac{\tau L}{wR} = \dfrac{3{,}05(180)}{1000(0{,}15/4)} = 14{,}64$ m.

27. El agua, a 32° C, contenida en un pozo debe ser extraída a una velocidad de 2,0 m/seg a través de la tubería de succión de una bomba. Calcular la altura teórica máxima a que puede colocarse la bomba bajo las siguientes condiciones: presión atmosférica $= 1{,}00$ kg/cm^2 (ab), presión de vapor $= 0{,}05$ kg/cm^2 (ab) [véase Tabla 1(*C*)] y pérdida de carga en la tubería de succión $= 3$ veces la altura de velocidad.

Solución:

El peso específico del agua a 32° C es, según la Tabla 1(*C*), 995 kg/m³. La presión mínima a la entrada de la bomba no puede exceder a la presión del vapor del líquido. Se aplica ahora la ecuación de la energía entre la superficie libre del agua fuera de la tubería de succión y la sección de entrada en la bomba, utilizando alturas de presión absolutas.

Energía en la superficie del agua − pérdida de carga = energía en la entrada de la bomba

$$\left(\frac{1{,}00 \times 10^4}{995} + 0 + 0\right) - \frac{3(2{,}0)^2}{2g} = \left(\frac{0{,}05 \times 10^4}{995} + \frac{(2{,}0)^2}{2g} + z\right)$$

de donde $z = 8{,}74$ m sobre la superficie libre del agua.

En estas condiciones es probable que tengan lugar serios deterioros debidos a la cavitación. Véase Capítulo 12.

28. En el sistema mostrado en la Fig. 6-12 la bomba *BC* debe producir un caudal de 160 l/seg de aceite, Dr = 0,762, hacia el recipiente *D*. Suponiendo que la pérdida de energía entre *A* y *B* es de 2,50 kgm/kg y entre *C* y *D* es de 6,50 kgm/kg, (*a*) ¿qué potencia en CV debe suministrar la bomba a la corriente? (*b*) Dibujar la línea de alturas totales.

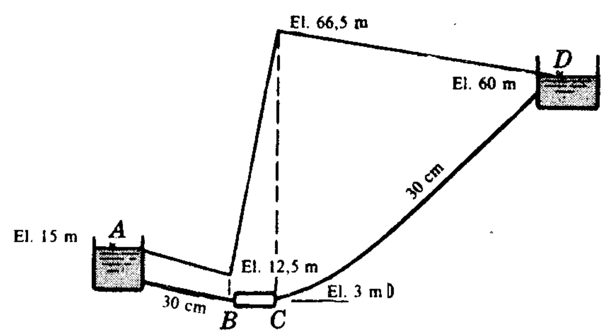


Fig. 6-12

Solución:

(*a*) La velocidad de las partículas en *A* y *D* es tan pequeña que pueden despreciarse las alturas de velocidad.

La ecuación de la energía entre *A* y *D*, con plano de referencia el que pasa por *BC* (también podría tomarse el que pasa por *A*),

$$\left(\frac{p_A}{w} + \frac{V_A^2}{2g} + z_A\right) + H_{\text{bomba}} - H_{\text{perd}} = \left(\frac{p_D}{w} + \frac{V_D^2}{2g} + z_D\right)$$

$$(0 + \text{desprec.} + 12) + H_{\text{bomba}} - (2{,}50 + 6{,}50) = (0 + \text{desprec.} + 57)$$

y $H_{\text{bomba}} = 54{,}0$ m (o kgm/kg).

Potencia (CV) $= wQH_{\text{bomba}}/75 = (0{,}762 \times 1000)(0{,}16)(54)/75 = 88$ CV suministrada al sistema.

Obsérvese que la bomba ha de suministrar una carga suficiente para subir el líquido 45,0 m y vencer las cargas debidas a las pérdidas en las tuberías. Por tanto, comunica al sistema una carga de 54,0 m.

(*b*) La línea de alturas totales en *A* tiene una elevación de 15,0 m sobre el plano de referencia de cota cero. De *A* a *B* la pérdida de energía es de 2,5 m y la línea de alturas totales caerá esta misma altura, lo que da en *B* una elevación de 12,5 m. La bomba comunica una energía por unidad de peso de 54,0 m y la elevación en *C* será de 66,5 m. Finalmente, la pérdida de energía entre *C* y *D* es de 6,5 m y la elevación en $D = 66{,}5 - 6{,}5 = 60{,}0$ m. Estos resultados se reflejan en la Figura 6-12.

29. A través de la turbina de la Fig. 6-13 circulan 0,22 m³/seg de agua y las presiones en *A* y *B* son iguales, respectivamente, a 1,50 kg/cm² y −0,35 kg/cm². Determinar la potencia en CV comunicada por la corriente de agua a la bomba.

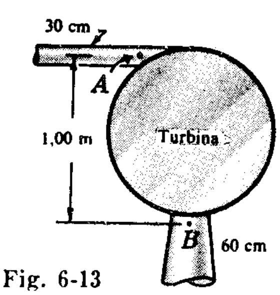


Fig. 6-13

Solución:

Mediante la ecuación de la energía entre *A* y *B* (plano de referencia por *B*), con

$V_{30} = 0{,}22/A_{30} = 3{,}12$ y $V_{60} = 3{,}12/4 = 0{,}78$ m/seg,

$$\left(\frac{p_A}{w} + \frac{V_{30}^2}{2g} + z_A\right) + 0 - H_{\text{Turbina}} = \left(\frac{p_B}{w} + \frac{V_{60}^2}{2g} + z_B\right)$$

$$\left(\frac{1{,}5 \times 10^4}{1000} + \frac{3{,}12^2}{2g} + 1{,}00\right) - H_T = \left(\frac{-0{,}35 \times 10^4}{1000} + \frac{0{,}78^2}{2g} + 0\right) \quad \text{y} \quad H_T = 20{,}0$$

Potencia (CV) $= wQH_T/75 = 1000(0{,}22)(20{,}0)/75 = 59{,}0$ CV comunicados a la turbina.

30. En la turbina del Problema 29, si la potencia extraída de la corriente es de 68,0 CV y las pre: nes manométricas en A y B son 1,45 kg/cm^2 y $-0{,}34$ kg/cm^2, respectivamente, ¿cuál es el cau de agua que está fluyendo?

Solución:

Aplicando la ecuación de la energía entre A y B (plano de referencia el que pasa por B),

$$\left(\frac{1{,}45 \times 10^4}{1000} + \frac{V_{30}^2}{2g} + 1{,}0\right) - H_T = \left(\frac{-0{,}34 \times 10^4}{1000} + \frac{V_{60}^2}{2g} + 0\right) \quad \text{y}$$

$$(a) \qquad H_T = \left(\frac{1{,}79 \times 10^4}{1000} + 1{,}0 + \frac{V_{30}^2}{2g} - \frac{V_{60}^2}{2g}\right)$$

$$(b) \qquad A_{30}V_{30} = A_{60}V_{60} \quad \text{o} \quad \frac{V_{60}^2}{2g} = \left(\frac{1}{2}\right)^4 \frac{V_{30}^2}{2g} = \frac{1}{16}\frac{V_{30}^2}{2g}$$

$$(c) \qquad 68{,}0 \text{ CV} = \frac{wQH_T}{75} = \frac{1000 \times \frac{1}{4}\pi(0{,}30)^2 V_{30} \times H_T}{75} \quad \text{o} \quad H_T = \frac{72{,}2}{V_{30}}$$

Mediante las ecuaciones (a) y (c) (sustituyendo la altura de velocidad), $72{,}2/V_{30} = 18{,}9 + (15/16)(V_{30}^2/2g)$ o bi

$$18{,}9\, V_{30} + 0{,}048\, V_{30}^3 = 72{,}2$$

Resolviendo esta ecuación por tanteos:

Tanteo 1.° $V_{30} = 3{,}5$ m/seg, $\quad 66{,}2 + 2{,}10 \neq 72{,}2$ (debe aumentarse V)
Tanteo 2.° $V_{30} = 4{,}0$ m/seg, $\quad 75{,}6 + 3{,}07 \neq 72{,}2$ (solución entre ambas)
Tanteo 3.° $V_{30} = 3{,}7$ m/seg, $\quad 70{,}0 + 2{,}43 = 72{,}2$ (solución)

El caudal $Q = A_{30}V_{30} = \frac{1}{4}\pi(0{,}3)^2 \times 3{,}7 = 0{,}262$ m^3/seg.

31. Un aceite, de densidad relativa 0,761, está fluyendo desde el depósito A al E, según se muestra en la Fig. 6-14. Las distintas pérdidas de carga puede suponerse vienen dadas como sigue:

de A a $B = 0{,}60\dfrac{V_{30}^2}{2g}$ $\quad$ de C a $D = 0{,}40\dfrac{V_{15}^2}{2g}$

de B a $C = 9{,}0\dfrac{V_{30}^2}{2g}$ $\quad$ de D a $E = 9{,}0\dfrac{V_{15}^2}{2g}$

Determinar (a) el caudal Q en m^3/seg,
(b) la presión en C en kg/cm^2 y
(c) la potencia en C, en CV, tomando como plano de referencia el que pasa por E.

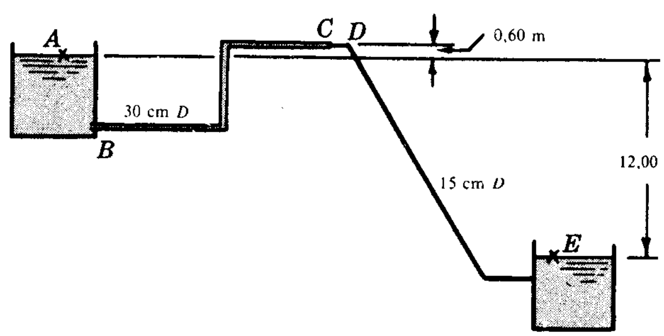


Fig. 6-14

Solución:

(a) Aplicando la ecuación de la energía entre A y E, plano de referencia el que pasa por E,

en A $\quad$ de A a B $\quad$ de B a C $\quad$ de C a D $\quad$ de D a E $\quad$ en E

$$(0 + \text{despr.} + 40{,}0) - \left[\left(0{,}60\frac{V_{30}^2}{2g} + 9{,}0\frac{V_{30}^2}{2g}\right) + \left(0{,}40\frac{V_{15}^2}{2g} + 9{,}0\frac{V_{15}^2}{2g}\right)\right] = (0 + \text{despr.} + 0)$$

o bien $12{,}0 = 9{,}6(V_{30}^2/2g) + 9{,}4(V_{17}^2/2g)$. Además, $V_{30}^2 = (\frac{1}{2})^4 V_{15}^2 = \frac{1}{16}V_{15}^2$. Sustituyendo y despejando,

$$V_{15}^2/2g = 1{,}2 \text{ m}, \quad V_{15} = 4{,}85 \text{ m/seg} \quad \text{y} \quad Q = \tfrac{1}{4}\pi(0{,}15)^2 \times 4{,}85 = 0{,}086 \text{ m}^3/\text{seg}$$

(*b*) Aplicando la ecuación de la energía entre A y C, plano de referencia el que pasa por A,

$$(0 + \text{despr.} + 0) - (0{,}60 + 9{,}0)\frac{V_{30}^2}{2g} = (\frac{p_C}{w} + \frac{V_{30}^2}{2g} + 0{,}60) \quad \text{y} \quad \frac{V_{30}^2}{2g} = \frac{1}{16}\frac{V_{15}^2}{2g} = \frac{1}{16}(1{,}2) = 0{,}075 \text{ m}$$

Por tanto, $p_C/w = -1{,}395$ m de aceite (man) y $p'_C = (0{,}761 \times 1000)(-1{,}395)/10^4 = -0{,}106$ kg/cm² (man).

Los mismos resultados podrían haberse obtenido también aplicando la ecuación de Bernoulli entre C y E. Las dos ecuaciones obtenidas por los dos caminos *no* constituirían, naturalmente, un sistema de ecuaciones independientes.

(*c*) Potencia en $C = \dfrac{wQH_C}{75} = \dfrac{(0{,}761 \times 1000)(0{,}086)(-1{,}395 + 0{,}075 + 12{,}6)}{75} = 9{,}85$ CV, plano de referencia el que pasa por E.

32. La carga extraída por la turbina CR de la Fig. 6-15 es de 60 m y la presión en T es de 5,10 kg/cm². Para unas pérdidas entre W y R de $2{,}0(V_{60}^2/2g)$ y de $3{,}0(V_{30}^2/2g)$ entre C y T, determinar (*a*) el caudal de agua que circula y (*b*) la altura de presión en R. Dibujar la línea de alturas totales.

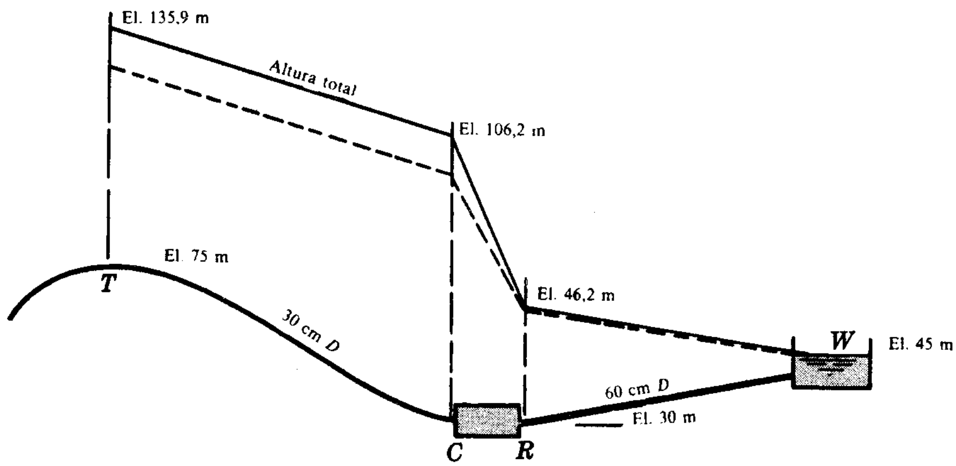


Fig. 6-15

Solución:

Como la elevación de la línea de alturas totales en T es igual a $(75 + \dfrac{5{,}10 \times 10^4}{1000} + \dfrac{V_{30}^2}{2g})$ muy por encima de la elevación en W, el agua circulará hacia el recipiente W.

(*a*) Aplicando la ecuación de la energía entre T y W, tomando como plano de referencia el de cota cero,

$$\underbrace{(\frac{5{,}10 \times 10^4}{1000} + \frac{V_{30}^2}{2g} + 75)}_{\text{en } T} - [\underbrace{3{,}0\frac{V_{30}^2}{2g}}_{\text{de } T \text{ a } C} + \underbrace{2{,}0\frac{V_{60}^2}{2g}}_{\text{de } R \text{ a } W}] - \underbrace{60}_{H_T} = \underbrace{(0 + \text{despr.} + 45)}_{\text{en } W}$$

Sustituyendo $V_{60}^2 = \frac{1}{16}V_{30}^2$ y operando, $V_{30}^2/2g = 9{,}88$ m, de donde $V_{30} = 13{,}9$ m/seg. Por tanto,

$$Q = \tfrac{1}{4}\pi(0{,}3)^2 \times 13{,}9 = 0{,}98 \text{ m}^3/\text{seg}$$

(*b*) Aplicando la ecuación de la energía entre R y W, con plano de referencia el que pasa por R, $(p_R/w + \frac{1}{16} \times 9{,}88 + 0) - 2(\frac{1}{16} \times 9{,}88) = (0 + \text{despr.} + 15)$ y $p_R/w = 15{,}62$ m. El lector puede comprobar esta altura de presión aplicando la ecuación de Bernoulli entre T y R.

Para dibujar la línea de alturas totales se calcula la altura total en las secciones indicadas.

$$\begin{aligned} \text{Altura total en } T &= 51{,}0 + 9{,}9 + 75{,}0 &&= 135{,}9 \text{ m} \\ \text{en } C &= 135{,}9 - 3 \times 9{,}9 &&= 106{,}2 \text{ m} \\ \text{en } R &= 106{,}2 - 60{,}0 &&= 46{,}2 \text{ m} \\ \text{en } W &= 46{,}2 - 2 \times \tfrac{1}{16} \times 9{,}9 &&= 45{,}0 \text{ m} \end{aligned}$$

En los siguientes capítulos se demostrará que la línea de alturas totales es una línea recta en el caso flujo permanente en una tubería de diámetro constante. La línea de alturas piezométricas será paralela la línea de alturas totales y situada por debajo de ella a una distancia igual a $V^2/2g$, altura de velocidad (la figura dibujada a trazos).

33. (*a*) ¿Cuál es la presión en la ojiva de un torpedo que se mueve en agua salada a 30 m/seg y a u profundidad de 9,0 m? (*b*) Si la presión en un punto lateral C del torpedo, y a la misma profundida que la ojiva, es de 0,70 kg/cm^2 (man), ¿cuál es la velocidad relativa en ese punto?

Solución:

(*a*) En este caso se obtiene una mayor claridad, en la aplicación de la ecuación de Bernoulli, al considerar torpedo en reposo y sumergido en una corriente de agua a la misma velocidad relativa que en el caso re La velocidad en la punta anterior del torpedo será ahora cero. Suponiendo que no hay pérdida de car en un tubo de corriente que vaya desde un punto A, delante del torpedo y a suficiente distancia para q el flujo no esté perturbado, y un punto B, situado en la punta de la ojiva del torpedo, la ecuación de Be noulli toma la forma

$$\left(\frac{p_A}{w} + \frac{V_A^2}{2g} + z_A\right) - 0 = \left(\frac{p_B}{w} + \frac{V_B^2}{2g} + z_B\right) \quad \text{o bien} \quad \left(9{,}0 + \frac{(30)^2}{2g} + 0\right) = \left(\frac{p_B}{w} + 0 + 0\right)$$

Por tanto, $p_B/w = 55$ m de agua de mar, y $p'_B = wh/10^4 = 1025(55)/10^4 = 5{,}65$ kg/cm^2 (man).

Esta presión se llama presión de estancamiento (también presión de parada o de remanso) y puec expresarse en la forma $p_S = p_O + \frac{1}{2}\rho V_O^2$, en kg/m^2. Para un estudio más detallado, véase Capítulos 9 y 1

(*b*) Se puede aplicar la ecuación de Bernoulli entre los puntos A y C o bien entre B y C. Escogiendo A y C

$$\left(\frac{p_A}{w} + \frac{V_A^2}{2g} + z_A\right) - 0 = \left(\frac{p_C}{w} + \frac{V_C^2}{2g} + z_C\right) \quad \text{o bien} \quad \left(9{,}0 + \frac{(30)^2}{2g} + 0\right) = \left(\frac{0{,}70 \times 10^4}{1025} + \frac{V_C^2}{2g} + 0\right)$$

de la cual $V_C = 30{,}7$ m/seg.

34. Una esfera está colocada en una corriente de aire, donde reina la presión atmosférica, y que se mueve a una velocidad de 30,0 m/seg. Suponiendo que no hay variación en la densidad del aire y que ésta es igual a 0,125 UTM/m^3, (*a*) calcular la presión de estancamiento y (*b*) calcular la presión sobre un punto de la superficie de la esfera, punto B, a 75° del punto de estancamiento, si la velocidad en dicho punto es de 66,0 m/seg.

Solución:

(*a*) Aplicando la fórmula dada en el problema anterior se obtiene

$$p_S = p_O + \tfrac{1}{2}\rho V_O^2 = 1{,}033(10^4) + \tfrac{1}{2}(0{,}125)(30{,}0)^2 = 10.330 + 56{,}25 = 10.386 \text{ kg/m}^2$$

(*b*) Peso específico del aire $= \rho g = 0{,}125(9{,}8) = 1{,}225$ kg/m^3.

Aplicando la ecuación de Bernoulli entre el punto de estancamiento y el B, se obtiene

$$\left(\frac{p_S}{w} + \frac{V_S^2}{2g} + 0\right) - 0 = \left(\frac{p_B}{w} + \frac{V_B^2}{2g} + 0\right) \quad \text{o bien} \quad \left(\frac{10.386}{1{,}225} + 0 + 0\right) = \left(\frac{p_B}{w} + \frac{(66{,}0)^2}{2g} + 0\right)$$

de donde $p_B/w = 8238$ m de aire, y $p'_B = wh/10^4 = 1{,}225(8238)/10^4 = 1{,}010$ kg/cm^2.

35. Un gran depósito cerrado está lleno de amoniaco a una presión manométrica de 0,37 kg/cm^2 y a una temperatura de 18° C. El amoniaco descarga en la atmósfera a través de un pequeño orificio practicado en uno de los lados del depósito. Despreciando las pérdidas por fricción, calcular la velocidad con que el amoniaco abandona el depósito (*a*) suponiendo su densidad constante y (*b*) suponiendo que el flujo tiene lugar en condiciones adiabáticas.

Solución:

(*a*) Aplicando la ecuación de Bernoulli entre el depósito y la atmósfera,

$$\left(\frac{0,37 \times 10^4}{w_1} + 0 + 0\right) = \left(0 + \frac{V^2}{2g} + 0\right) \quad \text{donde} \quad w_1 = \frac{p_1}{RT} = \frac{(0,37 + 1,030)10^4}{49,6(273 + 18)} = 0,97 \text{ kg/m}^3$$

Sustituyendo y despejando, $V = 273$ m/seg.

Para un peso específico w constante puede utilizarse indistintamente la presión manométrica o la absoluta. Sin embargo, cuando w no es constante *debe* emplearse la carga de presión absoluta.

(*b*) Para $V_1 = 0$ y $z_1 = z_2$, la ecuación (*D*), para procesos adiabáticos, del Problema 20 puede escribirse

$$\left(\frac{k}{k-1}\right)\frac{p_1}{w_1}\left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(k-1)/k}\right] = \frac{V_2^2}{2g}$$

Para el amoniaco, de la Tabla 1 del Apéndice, $k = 1,32$ y

$$\frac{1,32}{0,32} \times \frac{1,40 \times 10^4}{0,97}\left[1 - \left(\frac{1,03 \times 10^4}{1,40 \times 10^4}\right)^{0,242}\right] = \frac{V_2^2}{2g} = 4172, \qquad \text{de donde} \qquad V_2 = 285 \text{ m/seg}$$

Al utilizar la hipótesis de densidad constante, el error en la velocidad es del 4,2 %, aproximadamente. El peso específico del amoniaco en el chorro se calcula mediante la expresión

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^k \qquad \text{o} \qquad \frac{1,40}{1,03} = \left(\frac{0,97}{w_2}\right)^{1,32} \qquad \text{y} \qquad w_2 = 0,774 \text{ kg/m}^3$$

A pesar de esta variación de un 20,3 % en la densidad, el error en la velocidad fue solo de un 4,2 %.

36. Comparar las velocidades en los casos (*a*) y (*b*) del Problema 35 para una presión en el depósito de 1,08 kg/cm² (man).

Solución:

(*a*) $w_1 = \dfrac{p_1}{RT} = \dfrac{2,11 \times 10^4}{49,6 \times 291} = 1,460$ kg/m³ y, a partir del problema anterior,

$$\frac{1,08 \times 10^4}{1,46} = \frac{V^2}{2g} \qquad \text{y} \qquad V = 380 \text{ m/seg}$$

(*b*) Mediante la expresión dada en el problema anterior para procesos adiabáticos,

$$\frac{V^2}{2g} = \frac{1,32}{0,32} \times \frac{2,11 \times 10^4}{1,46}\left[1 - \left(\frac{1,03 \times 10^4}{2,11 \times 10^4}\right)^{0,242}\right] = 9410, \qquad \text{de donde} \qquad V = 430 \text{ m/seg}$$

El error cometido, al suponer la densidad constante, en la velocidad es del 11,6 % aproximadamente. La variación de densidad es del 41 % aproximadamente.

Las limitaciones impuestas en el módulo de la velocidad se discutirán en el Capítulo 11. Se verá que la velocidad límite, para la temperatura considerada, es de 430 m/seg.

37. Una corriente de nitrógeno está fluyendo desde una tubería de 5,0 cm, donde la temperatura es de 4,5° C y la presión 2,80 kg/cm², a una tubería de 2,5 cm en la que la presión es 1,50 kg/cm². Las presiones son manométricas. Calcular la velocidad en cada una de las tuberías, suponiendo que no hay pérdidas y aplicando el proceso isotérmico.

Solución:

Aplicando la ecuación (*C*) del Problema 20 para condiciones isotérmicas y despejando V_2, teniendo en cuenta que $z_1 = z_2$,

$$\frac{V_2^2}{2g}\left[1 - \left(\frac{A_2 p_2}{A_1 p_1}\right)^2\right] = \frac{p_1}{w_1} \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right) = RT \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right) \quad \text{o} \quad V_2 = \sqrt{2g \times \frac{RT \ln (p_1/p_2)}{1 - (A_2 p_2/A_1 p_1)^2}}$$

Sustituyendo valores, y teniendo en cuenta que $R = 30{,}3$ para el nitrógeno, Tabla 1 del Apéndice,

$$V_2 = \sqrt{2g \times \frac{30{,}3 \times 277{,}5 \ln (3{,}83 \times 10^4)/(2{,}53 \times 10^4)}{1 - (\frac{1}{2})^4[(2{,}53 \times 10^4)/(3{,}83 \times 10^4)]^2}} = 265 \text{ m/seg}$$

Además, $V_1 = (A_2/A_1)(p_2/p_1)V_2 = (\frac{1}{2})^2(2{,}53/3{,}83)(265) = 43{,}8$ m/seg.

38. En el Problema 37, siendo la presión, velocidad y temperatura, respectivamente, en la tuberí de 5,0 cm, 2,67 kg/cm² (man), 43 m/seg y 0° C, calcular la presión y la velocidad en la tubería d 2,5 cm. Se supone que no hay pérdidas y que las condiciones son isotérmicas.

Solución:

Utilizando la ecuación (*C*), para condiciones isotérmicas del Problema 20, poniéndola en función de V en lugar de V_2,

$$(a) \quad \frac{(43)^2}{2g}\left[1 - \left(\frac{4}{1}\right)^2\left(\frac{3{,}70 \times 10^4}{p_2' \times 10^4}\right)^2\right] = 30{,}3 \times 273 \ln \frac{p_2' \times 10^4}{3{,}70 \times 10^4}$$

Aunque solo aparece una incógnita, la solución directa es difícil. Se utiliza el método de aproximacione: sucesivas, dando un valor a p_2', que figura en el denominador de la fracción entre corchetes.

(1) Se supone $p_2' = 3{,}70$ kg/cm² (ab) y se despeja p_2' del segundo miembro de la ecuación.

$$94{,}4[1 - 16(1)^2] = 8272 \ln (p_2'/3{,}70)$$

de donde $p_2' = 3{,}11$ kg/cm² (ab).

(2) Al utilizar el valor $p_2' = 3{,}11$ kg/cm² en (*a*) resultaría una nueva desigualdad. Anticipando el resultado, se supone el valor $p_2' = 2{,}45$ kg/cm³, y se procede como anteriormente.

$$94{,}4[1 - 16(3{,}70/2{,}45)^2] = 8272 \ln (p_2'/3{,}70)$$

de donde $p_2' = 2{,}44$ kg/cm² (ab), que puede considerarse como solución operando con regla de cálculo. Para la velocidad,

$$V_2 = \frac{w_1 A_1}{w_2 A_2} V_1 \quad \text{o} \quad V_2 = \frac{p_1}{p_2}\left(\frac{A_1}{A_2}\right)V_1 = \frac{3{,}70 \times 10^4}{2{,}44 \times 10^4}\left(\frac{2}{1}\right)^2 \times 43 = 261 \text{ m/seg}$$

Problemas propuestos

39. ¿Cuál es la velocidad media en una tubería de 15 cm, si el caudal de agua transportado es de 3800 m³/día?
Sol. 2,48 m/seg

40. ¿Qué diámetro debe de tener una tubería para transportar 2 m³/seg a una velocidad media de 3 m/seg?
Sol. 92 cm

41. Una tubería de 30 cm de diámetro, que transporta 110 l/seg, está conectada a una tubería de 15 cm. Determinar la altura de velocidad en la tubería de 15 cm. *Sol.* 1,97 m

42. Una tubería de 15 cm de diámetro transporta 80 l/seg. La tubería se ramifica en otras dos, una de 5 cm y la otra de 10 cm de diámetro. Si la velocidad en la tubería de 5 cm es de 12 m/seg, ¿cuál es la velocidad en la tubería de 10 cm? *Sol.* 7,20 m/seg

43. Determinar si las expresiones siguientes de las componentes de la velocidad satisfacen las condiciones de flujo permanente e incompresible.

(*a*) $u = 3xy^2 + 2x + y^2$ (*b*) $u = 2x^2 + 3y^2$
$v = x^2 - 2y - y^3$ $v = -3xy$

Sol. (*a*) Sí (*b*) No

44. Una tubería de 30 cm de diámetro transporta aceite, viniendo dada la distribución de velocidades por $v = 30(r_0^2 - r^2)$. Determinar la velocidad media y el valor del coeficiente de corrección de la energía cinética.
Sol. $\alpha = 2{,}00$, $V_{av} = 34$ cm/seg

45. Demostrar que la ecuación de continuidad puede escribirse en la forma $1 = \frac{1}{A}\int_A \left(\frac{v}{V_{av}}\right) dA$.

46. Una tubería de 30 cm de diámetro transporta 110 l/seg de un aceite de densidad relativa 0,812 y la presión manométrica en A es de 0,20 kg/cm^2. Si el punto A está situado 1,80 m por encima del plano de referencia, calcular la energía en A en kgm/kg. *Sol.* 4,27 kgm/kg

47. ¿Cuántos kg/seg de anhídrido carbónico fluyen a través de una tubería de 15 cm de diámetro si la presión manométrica es de 1,75 kg/cm^2, la temperatura de 27° C y la velocidad media de 2,50 m/seg? *Sol.* 0,213 kg/seg

48. Una tubería de 20 cm de diámetro transporta aire a 24 m/seg, 1,51 kg/cm^2 de presión absoluta y 27° C. ¿Cuál es el caudal de aire en peso que fluye? La tubería de 20 cm se reduce a 10 cm de diámetro y la presión y temperatura en esta última son 1,33 kg/cm^2 (ab) y 11° C, respectivamente. Determinar la velocidad en la tubería de 10 cm y los caudales en m^3/seg en ambas tuberías.
Sol. 1,29 kg/seg, 103 m/seg, 0,75 m^3/seg, 0,81 m^3/seg

49. A través de una tubería de 10 cm está fluyendo aire a una velocidad de 5,00 m/seg. La presión manométrica medida es de 2,00 kg/cm^2 y la temperatura 15° C. En otro punto, aguas abajo, la presión manométrica es 1,40 kg/cm^2 y la temperatura 27° C. Para una lectura barométrica correspondiente a la presión atmosférica normal calcular la velocidad en el punto aguas abajo y los caudales en volumen en ambas secciones.
Sol. 6,54 m/seg, 39,3 l/seg, 51,4 l/seg

50. Anhídrido sulfuroso fluye a través de una tubería de 30 cm de diámetro, que se reduce a 10 cm de diámetro al desaguar en el interior de una chimenea. Las presiones en la tubería y en el chorro que desagua son, respectivamente, 1,40 kg/cm^2 (ab) y la presión atmosférica (1,033 kg/cm^2). La velocidad en la tubería es de 15,0 m/seg y la temperatura 27° C. Determinar la velocidad en la corriente de desagüe si la temperatura del gas es allí de $-5°$ C.
Sol. 72,5 m/seg

51. A través de una tubería de 15 cm de diámetro fluye agua a una presión de 4,20 kg/cm^2. Suponiendo que no hay pérdidas, ¿cuál es el caudal si en una reducción de 7,5 cm de diámetro la presión es de 1,40 kg/cm^2?
Sol. $Q = 107$ l/seg

52. Si en el Problema 51 fluye un aceite de densidad relativa 0,752, calcular el caudal. *Sol.* 123 l/seg

53. Si lo que fluye en el Problema 51 es tetracloruro de carbono (densidad relativa 1,594), determinar Q.
Sol. 85 l/seg

54. A través de una tubería vertical de 30 cm de diámetro fluyen hacia arriba 220 l/seg de agua. En el punto A de la tubería la presión es 2,20 kg/cm^2. En el punto B, 4,60 m por encima de A, el diámetro es de 60 cm y la pérdida de carga entre A y B es igual a 1,80 m. Determinar la presión en B en kg/cm^2. *Sol.* 1,61 kg/cm^2

55. Una tubería de 30 cm de diámetro tiene un corto tramo en el que el diámetro se reduce gradualmente hasta 15 cm y de nuevo aumenta a 30 cm. La sección de 15 cm está 60 cm por debajo de la sección A, situada en la tubería de 30 cm, donde la presión es de 5,25 kg/cm^2. Si entre las dos secciones anteriores se conecta un manómetro diferencial de mercurio, ¿cuál es la lectura del manómetro cuando circula hacia abajo un caudal de agua de 120 l/seg? Supóngase que no existen pérdidas. *Sol.* 17,6 cm

56. Una tubería de 30 cm de diámetro transporta aceite de densidad relativa 0,811 a una velocidad de 24 m/seg. En los puntos A y B las medidas de la presión y elevación fueron, respectivamente, 3,70 kg/cm^2 y 2,96 kg/cm^2 y 30 m y 33 m. Para un flujo permanente, determinar la pérdida de carga entre A y B. *Sol.* 6,12 m

57. Un chorro de agua, de 7,5 cm de diámetro, descarga en la atmósfera a una velocidad de 24 m/seg. Calcular la potencia, en caballos de vapor del chorro, utilizando como plano de referencia el horizontal que pasa por el eje del chorro. *Sol.* 41,6 CV

58. Un recipiente suministra agua a través de una tubería horizontal de 15 cm de diámetro y 300 m de longitud. El flujo es a tubería llena y desagua en la atmósfera un caudal de 65 l/seg. ¿Cuál es la presión en la mitad de la longitud de la tubería al suponer que la única pérdida de carga es de 6,20 m cada 100 m de tubería?
Sol. 0,93 kg/cm^2

59. Un aceite de densidad relativa 0,750 es bombeado desde un depósito por encima de una colina a través de una tubería de 60 cm de diámetro, manteniendo una presión en el punto más elevado de la línea de 1,80 kg/cm^2. La parte superior de la tubería está 75 m sobre la superficie libre del depósito y el caudal de aceite bombeado de 620 l/seg. Si la pérdida de carga desde el depósito hasta la cima es de 4,70 m, ¿qué potencia debe suministr la bomba al líquido? *Sol.* 645 CV

60. Una bomba aspira agua de un pozo mediante una tubería vertical de 15 cm. La bomba desagua a través de ur tubería horizontal de 10 cm de diámetro, situada 3,20 m sobre el nivel del agua del pozo. Cuando se bombea 35 l/seg, las lecturas de los manómetros colocados a la entrada y a la salida de la bomba son $-0{,}32$ kg/cm^2 $+1{,}80$ kg/cm^2, respectivamente. El manómetro de descarga está situado 1,0 m por encima del manómetro c succión. Calcular la potencia de salida de la bomba y la pérdida de carga en la tubería de succión de 15 cn *Sol.* 10,4 CV, 0,80 m

61. Calcular la pérdida de carga en una tubería de 15 cm de diámetro si es necesario mantener una presión de 2,3 kg/cm^2 en un punto aguas arriba y situado 1,80 m por debajo de la sección de la tubería por la que desagua e la atmósfera 55 l/seg de agua. *Sol.* 21,70 m

62. Un depósito cerrado de grandes dimensiones está parcialmente lleno de agua, y el espacio superior con aire presión. Una manguera de 5 cm de diámetro, conectada al depósito, desagua sobre la azotea de un edificio, 15 ı por encima de la superficie libre del agua del depósito. Las pérdidas por fricción son de 5,50 m. ¿Qué presión d aire debe mantenerse en el depósito para desaguar sobre la azotea un caudal de 12 l/seg? *Sol.* 2,24 kg/cm

63. Mediante una bomba se bombea agua desde un recipiente A, a una elevación de 225 m, hasta otro depósito E a una elevación de 240 m, a través de una tubería de 30 cm de diámetro. La presión en la tubería de 30 cm e el punto D, a una elevación de 195 m, es de 5,60 kg/cm^2. Las pérdidas de carga son: de A a la entrada de l bomba $B = 0{,}60$ m, de la salida de la bomba C hasta $D = 38V^2/2g$ y desde D a $E = 40V^2/2g$. Determinar e caudal Q y la potencia en CV suministrada por la bomba BC. *Sol.* 166 l/seg, 83 CV

64. Un venturímetro horizontal tiene diámetros de 60 y 45 cm en la entrada y garganta, respectivamente. La lectur: de un manómetro diferencial de agua es de 10 cm cuando está conectado entre la entrada y la garganta y fluy aire a través del aparato. Considerando constante e igual a 1,28 kg/m^3 el peso específico del aire y despreciand la fricción, determinar el caudal en m^3/seg. *Sol.* 6,66 m^3/seg

65. Desde un depósito hay que transvasar un caudal de agua de 89 l/seg mediante un sifón. El extremo por el que desagua el sifón ha de estar 4,20 m por debajo de la superficie libre del agua en el depósito. Los términos de pérdida de carga son: $1{,}50V^2/2g$ desde el depósito hasta la parte más elevada del sifón y $1{,}00V^2/2g$ desde ésta al desagüe. La parte superior del sifón está 1,50 m por encima de la superficie del agua. Determinar el diámetro de la tubería necesaria y la presión en la parte superior del sifón. *Sol.* 15,3 cm, $-0{,}45$ kg/cm^2

66. Una tubería horizontal de 60 cm de diámetro transporta 440 l/seg de un aceite de densidad relativa 0,825. Las cuatro bombas instaladas a lo largo de la línea son iguales, es decir, las presiones a la entrada y a la salida son, respectivamente, $-0{,}56$ kg/cm^2 y 24,50 kg/cm^2. Si la pérdida de carga, en las condiciones en que desagua, es de 6,00 m cada 1000 m de tubería, ¿con qué separación deben colocarse las bombas? *Sol.* 50.600 m

67. Un depósito de grandes dimensiones está lleno de aire a una presión manométrica de 0,40 kg/cm^2 y una temperatura de 18° C. El aire se descarga en la atmósfera (1,030 kg/cm^2) a través de un pequeño orificio abierto en uno de los lados del depósito. Despreciando las pérdidas por fricción, calcular la velocidad de salida del aire al suponer (*a*) densidad constante del aire, (*b*) condiciones de flujo adiabático. *Sol.* 216 m/seg, 229 m/seg

68. En el Problema 67, cuando la presión sea de 0,70 kg/cm^2 (man), ¿cuáles serán las velocidades en los casos (*a*) y (*b*)? *Sol.* 260 m/seg, 286 m/seg

69. Desde una tubería de 30 mm, donde la presión manométrica es de 4,20 kg/cm^2 y la temperatura de 4° C, está fluyendo anhídrido carbónico en el interior de una tubería de 15 mm un caudal en peso de 0,040 kg/seg. Despreciando el rozamiento y suponiendo el flujo isotérmico, determinar la presión en la tubería de 15 mm. *Sol.* 900 kg/m^2 (absoluta)

70. Un soplador de aire ha de proporcionar 1140 m^3/min. Dos manómetros de tubo en U miden las presiones de succión y de descarga. La lectura del manómetro de succión es negativa de 5 cm de agua. El manómetro de descarga, colocado 1,0 m por encima del orificio manométrico de succión, da una lectura de $+7{,}5$ cm de agua. Los conductos de descarga y de succión son del mismo diámetro. ¿Qué potencia debe de tener el motor que mueva el soplador si el rendimiento global es del 68 % ($w = 1{,}20$ kg/m^3 para el aire)? *Sol.* 48,1 CV

71. Se está ensayando una tubería de 30 cm para evaluar las pérdidas de carga. Cuando el caudal de agua es de 180 l/seg, la presión en el punto A de la tubería es de 2,80 kg/cm^2. Entre el punto A y el punto B, aguas abajo y 3,0 m más elevado que A, se conecta un manómetro diferencial. La lectura manométrica es de 1,0 m, siendo el líquido mercurio e indicando mayor presión en A. ¿Cuál es la pérdida de carga entre A y B? *Sol.* 12,57 m

72. Prandtl ha sugerido que la distribución de velocidades, para flujo turbulento en conductos, viene representada

muy aproximadamente por la expresión $v = v_{max}(y/r_o)^{1/7}$, donde r_o es el radio de la tubería e y la distancia medida a partir de la pared. Determinar la expresión de la velocidad media en función de la velocidad en el eje v_{max}.
Sol. $V = 0{,}817 v_{max}$

73. ¿Cuál es el coeficiente de corrección de la energía cinética para la distribución de velocidades del Problema 72?
Sol. $\alpha = 1{,}06$

74. Dos placas planas de grandes dimensiones están separadas 1,0 cm. Demostrar que $\alpha = 1{,}43$ si la distribución de velocidades viene representada por $v = v_{max}(1 - 6200r^2)$, donde r se mide desde el plano medio entre las placas.

75. A través de un conducto de sección variable está fluyendo aire isoentrópicamente. Para un flujo permanente, demostrar que la velocidad V_2 en una sección aguas abajo de la sección 1 puede escribirse

$V_2 = V_1(p_1/p_2)^{1/k}(A_1/A_2)$ para un conducto de forma cualquiera, y
$V_2 = V_1(p_1/p_2)^{1/k}(D_1/D_2)^2$ para conductos circulares

76. Con referencia a la Fig. 6-16, la presión absoluta en el interior de la tubería en S no debe ser inferior a 0,24 kg/cm². Despreciando las pérdidas, ¿hasta qué altura sobre la superficie libre A del agua puede elevarse S?
Sol. 6,73 m

77. La bomba B comunica una altura de 42,20 m al agua que fluye hacia E, como se muestra en la Fig. 6-17. Si la presión en C es de $-0{,}15$ kg/cm² y la pérdida de carga entre D y E es $8{,}0(V^2/2g)$, ¿cuál es el caudal?
Sol. 275 l/seg

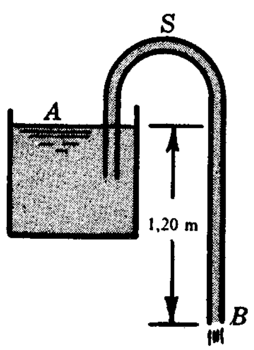


Fig. 6-16

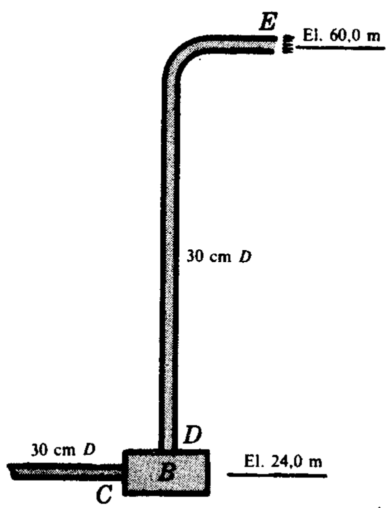


Fig. 6-17

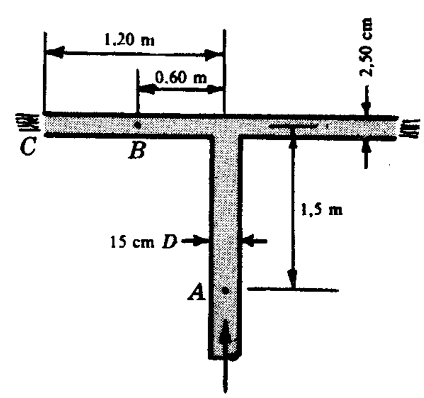


Fig. 6-18

78. El agua fluye radialmente entre dos bridas situadas en el extremo de una tubería de 15 cm de diámetro, como se muestra en la Fig. 6-18. Despreciando las pérdidas, si la altura de presión en A es $-0{,}30$ m, determinar la altura de presión en B y el caudal en l/seg. *Sol.* $-0{,}048$ m, 105,5 l/seg

79. Demostrar que la velocidad media V en una tubería circular de radio r_o es igual a $2v_{max}\left[\dfrac{1}{(K+1)(K+2)}\right]$ para una distribución de velocidades que venga expresada por $v = v_{max}(1 - r/r_o)^K$.

80. Encontrar el coeficiente de corrección de la energía cinética α para el Problema 79.

Sol. $\alpha = \dfrac{(K+1)^3(K+2)^3}{4(3K+1)(3K+2)}$

Capítulo 7

Flujo de fluidos en tuberías

INTRODUCCION

Se va a aplicar el principio de la energía a la solución de problemas prácticos de flujos en t que frecuentemente se presentan en las diversas ramas de la ingeniería. El flujo de un fluido real es más complejo que el de un fluido ideal. Debido a la viscosidad de los fluidos reales, en su mov aparecen fuerzas cortantes entre las partículas fluidas y las paredes del contorno y entre las di capas de fluido. Las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales que resolverían de forma el problema del flujo (ecuaciones de Euler) no admiten, por lo común, una solución. Como cor cia, los problemas de flujos reales se resuelven aprovechando datos experimentales y utilizand dos semiempíricos.

Existen dos tipos de flujos permanentes en el caso de fluidos reales, que es necesario co y entender. Estos se llaman flujo laminar y flujo turbulento. Ambos tipos de flujos vienen gob por leyes distintas.

FLUJO LAMINAR

En el flujo laminar las partículas fluidas se mueven según trayectorias paralelas, formando junto de ellas capas o láminas. Los módulos de las velocidades de capas adyacentes no tienen el valor. El flujo laminar está gobernado por la ley que relaciona la tensión cortante con la veloc deformación angular, es decir, la tensión cortante es igual al producto de la viscosidad del fluid gradiente de las velocidades o bien $\tau = \mu\, dv/dy$ (véase Capítulo 1). La viscosidad del fluido es l nitud física predominante y su acción amortigua cualquier tendencia a la turbulencia.

VELOCIDAD CRITICA

La velocidad crítica de interés práctico para el ingeniero es aquella velocidad por debajo de toda turbulencia es amortiguada por la acción de la viscosidad del fluido. La experiencia den que un límite superior para el régimen laminar, en tuberías, viene fijado por un valor del núm Reynolds alrededor de 2000, en la mayoría de los casos prácticos.

NUMERO DE REYNOLDS

El número de Reynolds, que es un grupo adimensional, viene dado por el cociente de las f de inercia por las fuerzas debidas a la viscosidad (véase Capítulo 5 sobre semejanza dinámica

Para tuberías circulares, en flujo a tubería llena,

$$\text{Número de Reynolds } R_E = \frac{Vd\rho}{\mu} \quad \text{o} \quad \frac{Vd}{\nu} = \frac{V(2r_o)}{\nu}$$

donde V = velocidad media en m/seg
d = radio de la tubería en m, r_0 = radio de la tubería en m
ν = viscosidad cinemática del fluido en m^2/seg
ρ = densidad del fluido en UTM/m^3 o kg seg^2/m^4
μ = viscosidad absoluta en kg seg/m^2

En el caso de conductos de sección recta no circular se utiliza como longitud característic número de Reynolds el radio hidráulico R, igual al cociente del área de la sección recta por el p tro mojado, expresando el cociente en m. El número de Reynolds es ahora

$$R_E = \frac{V(4R)}{\nu}$$

FLUJO TURBULENTO

En el flujo turbulento las partículas fluidas se mueven de forma desordenada en todas las di nes. Es imposible conocer la trayectoria de una partícula individualmente.

La tensión cortante en el flujo turbulento puede expresarse así

$$\tau = (\mu + \eta)\frac{dv}{dy} \tag{2a}$$

donde η (eta) = un factor que depende de la densidad del fluido y de las características del movimiento. El primer término entre paréntesis (μ) representa los efectos debidos a la viscosidad y el segundo (η) tiene en cuenta los efectos debidos a la turbulencia.

Mediante los resultados obtenidos experimentalmente puede obtenerse la solución de las tensiones cortantes en el caso de flujos turbulentos. Prandtl ha sugerido la forma

$$\tau = \rho l^2\left(\frac{dv}{dy}\right)^2 \tag{2b}$$

para expresar las tensiones cortantes en flujos turbulentos. Esta fórmula tiene el inconveniente de que la longitud de mezcla l es función de y. Cuanto mayor es y, distancia a la pared de la tubería, mayor es el valor de l. Posteriormente, Von Karman ha sugerido la fórmula

$$\tau = \tau_o\left(1 - \frac{y}{r_o}\right) = \rho k^2 \frac{(dv/dy)^4}{(d^2v/dy^2)^2} \tag{2c}$$

Aunque k no es una constante, este número adimensional se mantiene aproximadamente igual a 0,40. La integración de esta expresión conduce a fórmulas del tipo de la (*7b*), que se da más adelante.

TENSION CORTANTE EN LA PARED DE UNA TUBERIA

La tensión cortante en la pared de una tubería, como se desarrollará en el Problema 5, es

$$\tau_o = f\rho V^2/8 \quad \text{en kg/m}^2 \tag{3}$$

donde f es el coeficiente de fricción, adimensional, que se describe más adelante.

Se demostrará en el Problema 4 que la tensión cortante varía linealmente a lo largo de la sección recta y que

$$\tau = \frac{(p_1 - p_2)}{2L}r \quad \text{o} \quad \tau = \left(\frac{wh_L}{2L}\right)r \tag{4}$$

El término $\sqrt{\tau_0/\rho}$ se llama velocidad de corte o de fricción y se representa por el símbolo v_*. A partir de la expresión (*3*) se obtiene

$$v_* = \sqrt{\tau_o/\rho} = V\sqrt{f/8} \tag{5}$$

DISTRIBUCION DE VELOCIDADES

La distribución de velocidades en una sección recta seguirá una ley de variación parabólica en el flujo *laminar*. La velocidad máxima tiene lugar en el eje de la tubería y es igual al doble de la velocidad media. La ecuación que da el perfil de velocidades en el flujo laminar (véase Problema 6) puede expresarse como sigue

$$v = v_c - \left(\frac{wh_L}{4\mu L}\right)r^2 \tag{6}$$

En los flujos *turbulentos* resulta una distribución de velocidades más uniforme. A partir de los datos experimentales de Nikuradse y otros investigadores, se dan a continuación las ecuaciones de los perfiles de velocidades en función de la velocidad en el eje de la tubería v_c o en función de la velocidad de corte v_*.

(*a*) Una fórmula experimental es

$$v = v_c(y/r_o)^n \tag{7a}$$

donde $n = \frac{1}{7}$, para tuberías lisas, hasta $R_E = 100.000$
$n = \frac{1}{8}$, para tuberías lisas y R_E de 100.000 a 400.000

(*b*) Para tuberías *lisas*,

$$v = v_*(5{,}5 + 5{,}75 \log yv_*/\nu) \qquad (7b)$$

Para el término yv_*/ν, véase la parte (*e*) del Problema 8

(*c*) Para tuberías *lisas* (y $5000 < R_E < 3.000.000$) y para tuberías rugosas en la zona de exclusiva influencia de la rugosidad,

$$(v_c - v) = -2{,}5\sqrt{\tau_o/\rho}\,\ln y/r_o = -2.5\,v_*\ln y/r_o \qquad (7c)$$

En función de la velocidad media V, Vennard ha sugerido que V/v_c puede escribirse en la forma

$$\frac{V}{v_c} = \frac{1}{1 + 4{,}07\sqrt{f/8}} \qquad (8)$$

(*d*) Para tuberías *rugosas*,

$$v = v_*(8{,}5 + 5{,}75 \log y/\epsilon) \qquad (9a)$$

donde ϵ es la rugosidad absoluta de la pared de la tubería.

(*e*) Para contornos *rugosos o lisos*,

$$\frac{v - V}{V\sqrt{f}} = 2 \log y/r_o + 1{,}32 \qquad (9b)$$

También

$$v_c/V = 1{,}43\sqrt{f} + 1 \qquad (9c)$$

PERDIDA DE CARGA EN FLUJO LAMINAR

En el flujo laminar la pérdida de carga viene dada por la fórmula de Hagen-Poiseuille, que se deducirá en el Problema 6. Su expresión es

$$\text{Pérdida de carga (m)} = \frac{32\ (\text{viscosidad } \mu)(\text{longitud } L \text{ m})(\text{velocidad media } V)}{(\text{peso específico } w)(\text{diámetro } d \text{ m})^2}$$

$$= \frac{32\,\mu L V}{w\,d^2} \qquad (10a)$$

En función de la viscosidad cinemática, como $\mu/w = \nu/g$, se obtiene

$$\text{Pérdida de carga} = \frac{32\nu LV}{gd^2} \qquad (10b)$$

FORMULA DE DARCY-WEISBACH

La fórmula de Darcy-Weisbach, desarrollada en el Problema 5 del Capítulo 5, es la fórmula básica para el cálculo de las pérdidas de carga en las tuberías y conductos. La ecuación es la siguiente:

$$\text{Pérdida de carga (m)} = \text{coeficiente de fricción } f \times \frac{\text{longitud } L \text{ (m)}}{\text{diámetro } d \text{ (m)}} \times \text{altura de velocidad } \frac{V^2}{2g} \text{ (m)}$$

$$= f\,\frac{L}{d}\,\frac{V^2}{2g} \qquad (11)$$

Como ya se señaló en el Capítulo 6, la altura de velocidad exacta, en una sección recta, se obtiene dividiendo el cuadrado de la velocidad media $(Q/A)^2$ por $2g$ y multiplicando el resultado por un coeficiente α. En régimen turbulento en tuberías y conductos α puede considerarse igual a la unidad sin apreciable error en el resultado.

COEFICIENTE DE FRICCION

El factor o coeficiente de fricción f puede deducirse matemáticamente en el caso de régimen laminar, mas en el caso de flujo turbulento no se dispone de relaciones matemáticas sencillas para obtener la variación de f con el número de Reynolds. Todavía más, Nikuradse y otros investigadores han encontrado que sobre el valor de f también influye la rugosidad relativa de la tubería (igual a la relación de la altura de las imperfecciones superficiales ϵ al diámetro interior de la tubería).

(*a*) Para flujo *laminar* la ecuación (*10b*), dada anteriormente, puede ordenarse como sigue:

$$\text{Pérdida de carga} \;=\; 64\,\frac{\nu}{Vd}\,\frac{L}{d}\,\frac{V^2}{2g} \;=\; \frac{64}{R_E}\,\frac{L}{d}\,\frac{V^2}{2g} \tag{12a}$$

Por tanto, *para régimen laminar en todas las tuberías y para cualquier fluido*, el valor de f viene dado por

$$f \;=\; 64/R_E \tag{12b}$$

R_E tiene un valor práctico máximo de 2000 para que el flujo sea laminar.

(*b*) Para *flujo turbulento*, muchos ingenieros hidráulicos e investigadores se han esforzado en el cálculo de f, tanto a partir de sus propios resultados como de los resultados obtenidos por otros investigadores.

(*1*) Para flujo turbulento en *tuberías rugosas o lisas* las leyes de resistencia universales pueden deducirse a partir de

$$f \;=\; 8\tau_0/\rho V^2 \;=\; 8V_*^2/V^2 \tag{13}$$

(*2*) Para tuberías *lisas*, Blasius ha sugerido, con el número de Reynolds comprendido entre 3000 y 100.000,

$$f \;=\; 0{,}316/R_E^{0{,}25} \tag{14}$$

Para valores de R_E hasta 3.000.000, aproximadamente, la ecuación de Von Karman, modificada por Prandtl, es

$$1/\sqrt{f} \;=\; 2\log\left(R_E\sqrt{f}\right) - 0{,}8 \tag{15}$$

(*3*) Para tuberías *rugosas*,

$$1/\sqrt{f} \;=\; 2\log r_0/\epsilon + 1{,}74 \tag{16}$$

(*4*) Para *todas* las tuberías, el Hydraulic Institute de los Estados Unidos de Norteamérica y la mayoría de los ingenieros consideran la ecuación de Colebrook como la más aceptable para calcular f. La ecuación es

$$\frac{1}{\sqrt{f}} \;=\; -2\log\left[\frac{\epsilon}{3{,}7d} + \frac{2{,}51}{R_E\sqrt{f}}\right] \tag{17}$$

Aunque la ecuación (*17*) es de resolución muy engorrosa, se dispone de diagramas que dan las relaciones existentes entre el coeficiente de fricción f, el número de Reynolds R_E y la rugosidad relativa ϵ/d. De estos diagramas se incluyen dos en el Apéndice. El Diagrama A-1 (Diagrama de Moody, publicado por cortesía de la American Society of Mechanical Engineers) se utiliza normalmente cuando se conoce Q, y el Diagrama A-2 se utiliza cuando se desea calcular el caudal. La última forma fue sugerida primeramente por S. P. Johnson y por Hunter Rouse.

Se observa que para tuberías lisas, en las que el valor de ϵ/d es muy pequeño, puede despreciarse el primer término entre corchetes de (*17*); en este caso las (*17*) y (*15*) son análogas. Del mismo modo, para números de Reynolds R_E muy elevados, el segundo término entre corchetes de la (*17*) es despreciable; en tales casos la viscosidad no influye prácticamente y f depende tan solo de la rugosidad relativa de la tubería. Este hecho se pone de manifiesto en el Diagrama A-1 ya que las curvas se vuelven horizontales para números de Reynolds elevados.

Antes de utilizar los diagramas, el ingeniero ha de poder estimar la rugosidad relativa de la tubería a partir de su propia experiencia y/o de la de los demás. Los valores sugeridos para el tamaño de las imperfecciones superficiales ϵ, en el caso de tuberías nuevas, se incluyen los Diagramas A-1 y A-2.

OTRAS PERDIDAS DE CARGA

Otras pérdidas de carga, tales como las que tienen lugar en los accesorios de tuberías, se dan generalmente en la forma

$$\text{Pérdida de carga (m)} = K(V^2/2g) \qquad (18)$$

En las Tablas 4 y 5 del Apéndice se da una serie de valores de las pérdidas de carga en los accesorios más comúnmente utilizados.

Problemas resueltos

1. Determinar la velocidad crítica para (*a*) un fuel-oil medio que fluye a 15° C a través de una tubería de 15 cm de diámetro y (*b*) el agua a 15° C que circula por una tubería de 15 cm.

Solución:

(*a*) Para que el flujo sea laminar, el máximo número de Reynolds es 2000. De la Tabla 2 del Apéndice, la viscosidad cinemática a 15° C es $4{,}42 \times 10^{-6}$ m²/seg.

$$2000 = R_E = V_C d/\nu = V_C(0{,}15)/(4{,}42 \times 10^{-6}) \qquad V_C = 0{,}059 \text{ m/seg}$$

(*b*) De la Tabla 2, $\nu = 1{,}13 \times 10^{-6}$ m²/seg, para el agua a 15° C.

$$2000 = V_C(0{,}15)/(1{,}13 \times 10^{-6}) \qquad V_C = 0{,}015 \text{ m/seg}$$

2. Determinar el tipo de flujo que tiene lugar en una tubería de 30 cm cuando (*a*) fluye agua a 15° C a una velocidad de 1,00 m/seg y (*b*) fluye un fuel-oil pesado a 15° C y a la misma velocidad.

Solución:

(*a*) $R_E = Vd/\nu = 1{,}00(0{,}3)/(1{,}13 \times 10^{-6}) = 265.000 > 2000$. El flujo es turbulento.

(*b*) De la Tabla 2 del Apéndice, $\nu = 2{,}06 \times 10^{-4}$ m²/seg.
$R_E = Vd/\nu = 1{,}00(0{,}3)/(2{,}06 \times 10^{-4}) = 1450 < 2000$. El flujo es laminar.

3. Para un flujo en régimen laminar, ¿qué diámetro de tubería será necesario para transportar 350 l/min de un fuel-oil medio a 4,5° C? ($\nu = 7{,}00 \times 10^{-6}$ m²/seg).

Solución:

$Q = 0{,}350/60 = 5{,}83 \times 10^{-3}$ m³/seg. $V = Q/A = 4Q/\pi d^2 = 23{,}33 \times 10^{-3}/\pi d^2$ m/seg.

$R_E = \dfrac{Vd}{\nu}$, $\quad 2000 = \dfrac{23{,}33 \times 10^{-3}}{\pi d^2}\left(\dfrac{d}{7{,}00 \times 10^{-6}}\right)$, $\quad d = 0{,}530$ m. Se utilizará la tubería normalizada de diámetro inmediato superior.

4. Determinar la distribución de las tensiones cortantes a lo largo de una sección recta de una tubería circular, horizontal y el flujo en régimen permanente.

Solución:

(*a*) Para el cuerpo libre de la Fig. 7-1(*a*), como el flujo es permanente, cada una de las partículas se mueve hacia la derecha sin aceleración. Por tanto, la suma de todas las fuerzas en la dirección x debe ser nula.

$$p_1(\pi r^2) - p_2(\pi r^2) - \tau(2\pi r L) = 0 \qquad \text{o} \qquad \tau = \frac{(p_1 - p_2)r}{2L} \qquad (A)$$

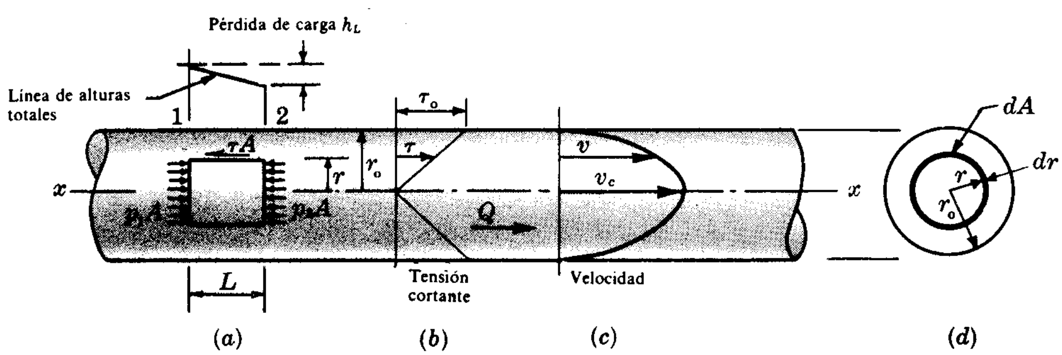


Fig. 7-1

Cuando $r = 0$, la tensión cortante τ se anula; cuando $r = r_0$, la tensión sobre la pared coincide con el máximo de la tensión. La variación es lineal, tal como se ha representado en la Fig. 7-1(*b*). La ecuación (*A*) es válida tanto para flujo laminar como turbulento ya que en la deducción de la misma no se ha impuesto limitación alguna respecto al tipo de flujo.

Como $(p_1 - p_2)/w$ representa la caída de la línea de alturas totales, o pérdida de carga h_L, multiplicando la ecuación (*A*) por w/w, se obtiene

$$\tau = \frac{wr}{2L}\left(\frac{p_1 - p_2}{w}\right) \qquad \text{o} \qquad \tau = \frac{wh_L}{2L}r \tag{B}$$

5. Desarrollar una expresión que dé la tensión cortante en la pared de una tubería.

Solución:

Del Problema 4, $h_L = \dfrac{2\tau_o L}{wr_o} = \dfrac{4\tau_o L}{wd}$. La fórmula de Darcy-Weisbach es $h_L = f\dfrac{L}{d}\dfrac{V^2}{2g}$.

Igualando estas expresiones, $\dfrac{4\tau_o L}{wd} = f\dfrac{L}{d}\dfrac{V^2}{2g}$ y $\tau_o = f\dfrac{w}{g}\dfrac{V^2}{8} = f\rho V^2/8$ en kg/m².

6. Para un flujo laminar y permanente (*a*) ¿cuál es la relación entre la velocidad en un punto de la sección recta y la velocidad en el eje de la tubería? y (*b*) ¿cuál es la ecuación de la distribución de las velocidades?

Solución:

(*a*) En el caso de flujo laminar la tensión cortante (véase Cap. 1) es $\tau = -\mu(dv/dr)$. Igualando éste con el valor dado para τ por la ecuación (*A*) del Problema 4, se obtiene

$$-\mu\frac{dv}{dr} = \frac{(p_1 - p_2)r}{2L}$$

Como $(p_1 - p_2)/L$ no es función de r,

$$-\int_{v_c}^{v} dv = \frac{p_1 - p_2}{2\mu L}\int_0^r r\,dr \qquad \text{y} \qquad -(v - v_c) = \frac{(p_1 - p_2)r^2}{4\mu L}$$

o

$$v = v_c - \frac{(p_1 - p_2)r^2}{4\mu L} \tag{A}$$

Pero la pérdida de carga en L m de tubería es $h_L = (p_1 - p_2)/w$; por tanto,

$$v = v_c - \frac{wh_L r^2}{4\mu L} \qquad (B) \text{ y } (6)$$

(*b*) Como la velocidad en el contorno es cero, cuando $r = r_0$, $v = 0$ en (*A*), y se tiene

$$v_c = \frac{(p_1 - p_2)r_o^2}{4\mu L} \qquad \text{(en el eje)} \tag{C}$$

Por tanto, en general, $$v = \frac{p_1 - p_2}{4\mu L}(r_o^2 - r^2) \tag{D}$$

7. Desarrollar una expresión para la pérdida de carga en una tubería para el caso de flujo lamina permanente y fluido incompresible. Referirse a la Fig. 7-1(*d*) del Problema 4.

Solución:

$$V_{av} = \frac{Q}{A} = \frac{\int v\,dA}{\int dA} = \frac{\int_0^{r_o} v(2\pi r\,dr)}{\pi r_o^2} = \frac{2\pi(p_1 - p_2)}{\pi r_o^2(4\mu L)} \int_0^{r_o} (r_o^2 - r^2) r\,dr$$

de la cual

$$V_{av} = \frac{(p_1 - p_2) r_o^2}{8\mu L} \quad (A$$

Por tanto, para un flujo laminar la velocidad media es la mitad de la velocidad máxima v_c, dada por la ecua ción (*C*) del Problema 6. Volviendo a ordenar (*A*), se obtiene

$$\frac{p_1 - p_2}{w} = \text{pérdida de carga} = \frac{8\mu L V_{av}}{w r_o^2} = \frac{32\mu L V_{av}}{w d^2} \quad (B$$

Estas expresiones son aplicables al caso de *flujo laminar de cualquier fluido y para todas las tuberías y conducto*:

Como ya se estableció al principio de este capítulo, la expresión de la pérdida de carga para flujo laminar e la forma de Darcy es

$$\text{pérdida de carga} = \frac{64}{R_E}\frac{L}{d}\frac{V^2}{2g} = f\frac{L}{d}\frac{V^2}{2g}$$

8. Determinar (*a*) la tensión cortante en la pared de una tubería de 30 cm de diámetro si el líquido qu fluye es agua y la pérdida de carga medida en 100 m de tubería es de 5,0 m, (*b*) la tensión cor tante a 5 cm del eje de la tubería, (*c*) la velocidad de corte, (*d*) la velocidad media para un valor d f igual a 0,050, (*e*) la relación v/v_*.

Solución:

(*a*) Utilizando la ecuación (*B*) del Problema 4, para $r = r_o$, la tensión cortante en la pared será

$$\tau_o = wh_L r_o/2L = 1000(5)(0{,}15)/200 = 3{,}75 \text{ kg/m}^2 = 3{,}75 \times 10^{-4} \text{ kg/cm}^2$$

(*b*) Como τ varía linealmente desde el eje a la pared, $\tau = \frac{5}{15}(3{,}75 \times 10^{-4}) = 1{,}25 \times 10^{-4}$ kg/cm^2.

(*c*) Por la ecuación (*5*), $v_* = \sqrt{\tau_o/\rho} = \sqrt{3{,}75/102} = 0{,}191$ m/seg.

(*d*) Mediante $h_L = f\dfrac{L}{d}\dfrac{V^2}{2g}$, se tiene $5 = 0{,}050\dfrac{100}{0{,}30}\dfrac{V^2}{2g}$, de donde $V = 2{,}93$ m/seg.

De otra forma: De la ecuación (*3*), $\tau_o = f\rho V^2/8$, $3{,}75 = 0{,}050(102)V^2/8$, de donde $V = 2{,}93$ m/seg.

(*e*) De $\tau_o = \mu(v/y)$ y $\nu = \mu/\rho$ se obtiene $\tau_o = \rho\nu(v/y)$ o $\tau_o/\rho = \nu(v/y)$.

Como $\tau_o/\rho = v_*^2$, se tiene $v_*^2 = \nu(v/y)$, $v/v_*^2 = y/\nu$ y $v/v_* = v_* y/\nu$.

9. Si en el problema precedente el agua circula a través de un conducto rectangular de 90 cm por 120 cn de la misma longitud y con la misma pérdida de carga, ¿cuál es la tensión cortante entre el agua y la pared del conducto?

Solución:

En el caso de conductos no circulares se utiliza como dimensión lineal conveniente el radio hidráulico. Para una tubería circular,

$$\text{Radio hidráulico } R = \frac{\text{área de la sección recta}}{\text{perímetro mojado}} = \frac{\pi d^2/4}{\pi d} = \frac{d}{4} = \frac{r_o}{2}$$

Sustituyendo $r = 2R$ en la ecuación (*B*) del Problema 4,

$$\tau = \frac{wh_L}{L}R = \frac{1000(5)}{100}\cdot\frac{(0{,}9 \times 1{,}2)}{2(0{,}9 + 1{,}2)} = 12{,}85 \text{ kg/m}^2 = 1{,}285 \times 10^{-3} \text{ kg/cm}^2$$

10. Un aceite lubricante medio, de densidad relativa 0,860, es bombeado a través de una tubería horizontal de 5,0 cm de diámetro y 300 m de longitud. El caudal bombeado es de 1,20 l/seg. Si la caída de presión es de 2,10 kg/cm², ¿cuál es la viscosidad absoluta del aceite?

Solución:

Suponiendo el flujo laminar y utilizando la expresión (*B*) del Problema 7, se obtiene

$$(p_1 - p_2) = \frac{32\mu L V_{av}}{d^2}, \quad \text{donde} \quad V_{av} = \frac{Q}{A} = \frac{1{,}2 \times 10^{-3}}{\frac{1}{4}\pi(0{,}05)^2} = 0{,}61 \text{ m/seg}$$

Por tanto, $2{,}1 \times 10^4 = 32\mu(300)(0{,}61)/(0{,}05)^2$ y $\mu = 0{,}00896$ kg seg/m²

Para comprobar la hipótesis hecha al principio de flujo laminar es necesario calcular el valor del número de Reynolds para las condiciones en que se desarrolla el flujo. Así

$$R_E = \frac{Vd}{\nu} = \frac{Vdw}{\mu g} = \frac{0{,}61 \times 0{,}05 \times 0{,}860 \times 1000}{0{,}00896 \times 9{,}8} = 300$$

Como el número de Reynolds es menor de 2000, el flujo es laminar y el valor hallado de μ es correcto.

11. Un caudal de 44 l/seg de un aceite de viscosidad absoluta 0,0103 kg seg/m² y densidad relativa 0,850 está circulando por una tubería de 30 cm de diámetro y 3000 m de longitud. ¿Cuál es la pérdida de carga en la tubería?

Solución:

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{44 \times 10^{-3}}{\frac{1}{4}\pi(0{,}3)^2} = 0{,}62 \text{ m/seg y } R_E = \frac{Vdw}{\mu g} = \frac{0{,}62 \times 0{,}3 \times 0{,}850 \times 1000}{0{,}0103 \times 9{,}8} = 1565,$$ lo que significa que el flujo es laminar. De aquí

$$f = \frac{64}{R_E} = 0{,}0409 \quad \text{y} \quad \text{pérdida de carga} = f\frac{L}{d}\frac{V^2}{2g} = 0{,}0409 \times \frac{3000}{0{,}3} \times \frac{(0{,}62)^2}{2g} = 8{,}02 \text{ m}$$

12. Del punto *A* al *B* está fluyendo un fuel-oil pesado a través de una tubería de acero horizontal de 900 m de longitud y 15 cm de diámetro. La presión en *A* es de 11,0 kg/cm² y en *B* de 0,35 kg/cm². La viscosidad cinemática es $4{,}13 \times 10^{-4}$ m²/seg y la densidad relativa 0,918. ¿Cuál es el caudal en l/seg?

Solución:

La ecuación de Bernoulli entre *A* y *B*, plano de referencia el horizontal que pasa por *A*, es

$$\left(\frac{11{,}0 \times 10^4}{0{,}918 \times 1000} + \frac{V_{15}^2}{2g} + 0\right) - f\frac{900}{0{,}15}\frac{V_{15}^2}{2g} = \left(\frac{0{,}35 \times 10^4}{0{,}918 \times 1000} + \frac{V_{15}^2}{2g} + 0\right)$$

o bien $$116 = f(6000)(V_{15}^2/2g)$$

Tanto *V* como *f* son incógnitas que dependen una de otra. Si el flujo es laminar, por la ecuación (*B*) del Problema 7,

$$V_{av} = \frac{(p_1 - p_2)d^2}{32\mu L} = \frac{(11{,}0 - 0{,}35)(10^4) \times (0{,}15)^2}{32(4{,}13 \times 10^{-4} \times 0{,}918 \times 1000/9{,}8)(900)} = 2{,}16 \text{ m/seg}$$

y $R_E = 2{,}16(0{,}15)/(4{,}13 \times 10^{-4}) = 785$, por lo que el flujo es laminar. Por tanto, $Q = A_{15}V_{15} = \frac{1}{4}\pi(0{,}15)^2 \times 2{,}16 = 3{,}8 \times 10^{-2}$ m³/seg = 38 l/seg.

Si el flujo hubiera sido turbulento no podría aplicarse la ecuación (*B*) del Problema 7. En el Problema 15 se utilizará otro método. Todavía más, si entre los puntos *A* y *B* existiera una diferencia de cota topográfica o elevación habría que sustituir el término $(p_1 - p_2)$ de la ecuación (*B*) por la caída en la línea de alturas piezométricas, medida en kg/m².

13. ¿Qué diámetro de tubería será necesario utilizar para transportar 22,0 l/seg de un fuel-oil pesado a 15° C si la pérdida de carga de que se dispone en 1000 m de longitud de tubería horizontal es de 22,0 m?

Solución:

Para el fuel-oil, $\nu = 2{,}05 \times 10^{-4}$ m²/seg y la densidad relativa = 0,912. Como el valor de la viscosidad cinemática es muy elevado, se supondrá que el flujo es laminar. Entonces,

$$\text{Pérdida de carga} = \frac{V_{av} \times 32\mu L}{wd^2} \quad \text{y} \quad V_{av} = \frac{Q}{A} = \frac{22 \times 10^{-3}}{\frac{1}{4}\pi d^2} = \frac{0{,}028}{d^2}$$

Sustituyendo, $22{,}0 = \dfrac{(0{,}028/d^2)(32)(2{,}05 \times 10^{-4} \times 0{,}912 \times 1000/9{,}8)(1000)}{(0{,}912 \times 1000)d^2}$, $d = 0{,}17$ m.

Se comprueba ahora la hipótesis de flujo laminar utilizando $d = 0{,}17$ m.

$$R_E = \frac{Vd}{\nu} = \frac{(0{,}028/d^2)d}{\nu} = \frac{0{,}028}{0{,}17 \times 2{,}05 \times 10^{-4}} = 804, \text{ luego el flujo es laminar.}$$

Se utilizará tubería normalizada de 8 pulgadas o de 20 cm.

14. Determinar la pérdida de carga en un tramo de tubería nueva de fundición sin recubrimiento de 30 cm de diámetro interior y 1000 m de longitud, cuando (*a*) fluye agua a 15° C y a una velocidad de 1,50 m/seg, y (*b*) cuando circula un fuel-oil medio a 15° C y a la misma velocidad.

Solución:

(*a*) Para utilizar el Diagrama A-1 es necesario conocer la rugosidad relativa y calcular el valor del número de Reynolds. A partir de la tabla dada en el Diagrama A-1 se ve que los valores de las rugosidades, para tuberías de fundición sin recubrimiento, van de 0,012 cm a 0,060 cm. Para un diámetro interior de 30 cm tomando como valor del diseño $\epsilon = 0{,}024$ cm, la rugosidad relativa será $\epsilon/d = 0{,}024/30 = 0{,}0008$.

Tomando el valor de la viscosidad cinemática de la Tabla 2 del Apéndice,

$$R_E = Vd/\nu = 1{,}50(0{,}3)/(1{,}13 \times 10^{-6}) = 3{,}98 \times 10^5 \quad \text{(flujo turbulento)}$$

En el Diagrama A-1, para $\epsilon/d = 0{,}0008$ y $R_E = 3{,}98 \times 10^5$, $f = 0.0194$ y

$$\text{Pérdida de carga} = 0{,}0194(1000/0{,}3)(2{,}25/2g) = 7{,}40 \text{ m}$$

O, mediante la Tabla 3 del Apéndice (aplicable al agua solamente), $f = 0{,}0200$ y

$$\text{Pérdida de carga} = f(L/d)(V^2/2g) = 0{,}0200(1000/0{,}3)(2{,}25/2g) = 7{,}65 \text{ m}$$

(*b*) Para el fuel-oil, mediante la Tabla 2, $R_E = 1{,}5(0{,}3)/(4{,}42 \times 10^{-6}) = 1{,}02 \times 10^5$. Para flujo turbulento del Diagrama A-1, $f = 0{,}0215$ y pérdida de carga $= 0{,}0215(1000/0{,}3)(2{,}25/2g) = 8{,}20$ m.

En general, el valor de la rugosidad de las tuberías *en servicio* no puede estimarse con gran precisión y, por tanto, en estos casos no es necesario un valor de f muy preciso. Por las razones dichas, cuando se utilicen los Diagramas A-1 y A-2 y la Tabla 3 para superficies que no sean nuevas, se sugiere que la tercera cifra significativa del valor de f se lea o interpole solo tomando los valores *cero o cinco*, ya que no puede garantizarse una precisión mayor en la mayoría de los casos prácticos.

Para flujo laminar, y cualquier tubería o fluido, debe utilizarse $f = 64/R_E$.

15. Los puntos A y B están unidos por una tubería nueva de acero de 15 cm de diámetro interior y 1200 m de longitud. El punto B está situado 15,0 m por encima del A y las presiones en A y B son respectivamente, 8,60 kg/cm² y 3,40 kg/cm². ¿Qué caudal de un fuel-oil medio a 21° C circulará entre A y B? (Del Diagrama A-1, $\epsilon = 0{,}006$ cm.)

Solución:

El valor del número de Reynolds no puede calcularse directamente. Al establecer la ecuación de Bernoulli entre A y B, tomando como plano de referencia el horizontal que pasa por A,

$$\left(\frac{8{,}6 \times 10^4}{0{,}854 \times 1000} + \frac{V_{15}^2}{2g} + 0\right) - f\left(\frac{1200}{0{,}15}\right)\frac{V_{15}^2}{2g} = \left(\frac{3{,}4 \times 10^4}{0{,}854 \times 1000} + \frac{V_{15}^2}{2g} + 15{,}0\right) \quad \text{y} \quad \frac{V_{15}^2}{2g} = \frac{45{,}8}{8000f}$$

Además, $R_E = Vd/\nu$. Sustituyendo V por el valor anterior,

$$R_E = \frac{d}{\nu}\sqrt{\frac{2g(45{,}8)}{8000f}} \quad \text{o} \quad R_E\sqrt{f} = \frac{d}{\nu}\sqrt{\frac{2g(45{,}8)}{8000}} \qquad (A$$

Como el término 45,8 es h_L o descenso de la línea de alturas piezométricas, y 8000 representa L/d, la expresión general que ha de utilizarse *cuando se quiere determinar Q* es

$$R_E\sqrt{f} = \frac{d}{\nu}\sqrt{\frac{2g(d)(h_L)}{L}} \quad \text{(véase también Diagrama A-2)} \qquad (B$$

Por tanto, $$R_E\sqrt{f} = \frac{0{,}15}{3{,}83 \times 10^{-6}}\sqrt{\frac{19{,}6 \times 45{,}8}{8000}} = 1{,}314 \times 10^4$$

La observación del Diagrama A-2 indica que el flujo es turbulento. Entonces, del Diagrama A-2, $f = 0{,}020$ para $\epsilon/d = 0{,}006/15 = 0{,}0004$. Se completa la solución mediante la ecuación de Bernoulli anterior

$$\frac{V_{15}^2}{2g} = \frac{45{,}8}{8000(0{,}020)} = 0{,}286, \quad V_{15} = 2{,}37 \text{ m/seg} \quad \text{y}$$
$$Q = A_{15}V_{15} = \tfrac{1}{4}\pi(0{,}15)^2 \times 2{,}37 = 0{,}042 \text{ m}^3\text{/seg de fuel-oil}$$

El lector puede comprobar el resultado calculando el valor del número de Reynolds y determinando el valor de f a partir del Diagrama A-1.

Cuando el flujo es laminar, se seguirá el método desarrollado en el Problema 12.

16. ¿Qué caudal de agua (a 15° C) circularía en las condiciones del Problema 15? Utilizar la Tabla 3.

Solución:

La ecuación de Bernoulli conduce a $(86 - 49) = 8000f\dfrac{V_{15}^2}{2g}$, $\dfrac{V_{15}^2}{2g} = \dfrac{37}{8000f}$.

La solución más directa es suponer, en este caso, un valor de f. De la Tabla 3, para tubería nueva de 15 cm, f varía entre 0,0275 y 0,0175. Se ensaya el valor $f = 0{,}0225$. Entonces,

$$V_{15}^2/2g = 37/(8000 \times 0{,}0225) = 0{,}206 \text{ m} \quad \text{y} \quad V_{15} = 2{,}01 \text{ m/seg}$$

Se comprueba ahora tanto el tipo de flujo como el valor de f en la Tabla 3:

$$R_E = 2{,}01(0{,}15)/(1{,}13 \times 10^{-6}) = 266.000, \quad \text{luego el flujo es turbulento}$$

Ahora, por interpolación en la Tabla 3, $f = 0{,}0210$. Al repetir los cálculos

$$V_{15}^2/2g = 37/(8000 \times 0{,}0210) = 0{,}221 \text{ m} \quad \text{y} \quad V_{15} = 2{,}08 \text{ m/seg}$$

De la Tabla 3, y con una precisión razonable, $f = 0{,}0210$ (comprobación). De aquí

$$Q = A_{15}V_{15} = \tfrac{1}{4}\pi(0{,}15)^2 \times 2{,}08 = 37 \times 10^{-3} \text{ m}^3\text{/seg de agua}$$

Este procedimiento puede utilizarse también con el Diagrama A-1, pero se prefiere el método utilizado en el Problema 15.

17. ¿Qué caudal de aire a 20° C puede transportarse mediante una tubería de acero nueva y horizontal de 5 cm de diámetro interior a una presión absoluta de 3 atmósferas y con una pérdida de presión de $3{,}50 \times 10^{-2}$ kg/cm² en 100 m de tubería? Utilizar $\epsilon = 0{,}0075$ cm.

Solución:

Del Apéndice, para una temperatura de 20° C, $w = 1{,}20$ kg/m³ y $\nu = 1{,}49 \times 10^{-5}$ m²/seg a la presión atmosférica normal. A 3 atmósferas, $w = 3 \times 1{,}20 = 3{,}60$ kg/m³ y $\nu = \frac{1}{3} \times 1{,}49 \times 10^{-5} = 4{,}97 \times 10^{-6}$ m²/seg. Esta viscosidad cinemática podría haberse obtenido también de la siguiente forma

$$\mu = \frac{w}{g}\nu = \frac{1{,}20 \times 1{,}49 \times 10^{-5}}{9{,}8} = 1{,}82 \times 10^{-6}\,\frac{\text{kg seg}}{\text{m}^2} \text{ a } 20^\circ \text{ C y } 1{,}033 \text{ kg/cm}^2 \text{ de presión absoluta}$$

Además, a $3 \times 1{,}033$ kg/cm² de presión absoluta, $w_{\text{aire}} = 3{,}60$ kg/m³ y

$$\nu \text{ a 3 at} = \mu\frac{g}{w} = 1{,}82 \times 10^{-6} \times \frac{9{,}8}{3{,}6} = 4{,}97 \times 10^{-6} \text{ m}^2\text{/seg}$$

Para determinar el caudal puede considerarse el aire como incompresible. Por tanto,

$$\frac{p_1 - p_2}{w} = \text{pérdida de carga} = f\frac{L}{d}\frac{V^2}{2g}, \quad \frac{0{,}035 \times 10^4}{3{,}60} = 97{,}3 = f\frac{100}{0{,}05}\frac{V^2}{2g} \quad \text{y} \quad \frac{V^2}{2g} = \frac{0{,}0487}{f}$$

También, del Problema 15, $R_E\sqrt{f} = \dfrac{d}{\nu}\sqrt{\dfrac{2g(d)(h_L)}{L}} = \dfrac{0{,}05}{4{,}97 \times 10^{-6}}\sqrt{\dfrac{19{,}6(0{,}05)(97{,}3)}{100}} = 10.400$ (turbulento).

Del Diagrama A-2, $f = 0,025$ para $\epsilon/d = 0,0075/5 = 0,0015$. De aquí,

$V^2/2g = 0,0487/f = 1,948$ m, $V_5 = 6,18$ m/seg, y $Q = A_5V_5 = \frac{1}{4}\pi(0,05)^2 \times 6,18 = 12,15 \times 10^{-3}$ m^3/seg

18. ¿Qué diámetro debe de tener una tubería nueva de fundición de 2400 m de longitud para transportar 1,0 m^3/seg de agua con una caída en la línea de alturas piezométricas de 64 m? Utilizar en los cálculos la Tabla 3.

Solución: El teorema de Bernoulli da $\left(\frac{p_A}{w} + \frac{V_A^2}{2g} + z_A\right) - f\frac{2400}{d}\frac{V^2}{2g} = \left(\frac{p_B}{w} + \frac{V_B^2}{2g} + z_B\right)$

o
$$\left[\left(\frac{p_A}{w} + z_A\right) - \left(\frac{p_B}{w} + z_B\right)\right] = f\frac{2400}{d}\frac{V^2}{2g}$$

El miembro de la izquierda, entre corchetes, representa la caída de la línea de alturas piezométricas. Sustituyendo $V = Q/A$ y suponiendo el flujo turbulento

$$64 = f\frac{2400}{d}\frac{(1,0/\frac{1}{4}\pi d^2)^2}{2g}, \quad \text{que simplificada da} \quad d^5 = 3,10f$$

Suponiendo $f = 0,020$ (como tanto d como V son desconocidos, es necesaria una hipótesis). De aquí,

$$d^5 = f(3,10) = 0,020(3,10) = 0,062, \quad d = 0,573 \text{ m}$$

De la Tabla 3, para $V = \dfrac{1,0}{\pi(0,573)^2/4} = 3,87$ m/seg, $f = 0,0165$.

Para este valor de la velocidad del agua el flujo es turbulento en la mayoría de las tuberías. Repitiendo los cálculos,

$$d^5 = 0,0165(3,10) = 0,0511, \quad d = 0,552 \text{ m}$$

Se comprueba el valor de f, $V = 4,17$ m/seg y la Tabla 3 da $f = 0,0165$ (correcto).

Se seleccionará el diámetro normal inmediato superior: 60 cm o 24 pulgadas, para la tubería. (Es necesario comprobar el valor de R_E, utilizando el valor de ν para el agua a 21° C.)

19. Los puntos C y D, con la misma elevación, están unidos por una tubería de 150 m de longitud y 20 cm de diámetro y conectados a un manómetro diferencial mediante dos tubos de pequeño diámetro. Cuando el caudal de agua que circula es de 178 l/seg, la lectura en el manómetro de mercurio es de 193 cm. Determinar el factor o coeficiente de fricción f.

Solución:

$$\left(\frac{p_C}{w} + \frac{V_{20}^2}{2g} + 0\right) - f\frac{150}{0,20}\frac{V_{20}^2}{2g} = \left(\frac{p_D}{w} + \frac{V_{20}^2}{2g} + 0\right) \quad \text{o} \quad \left(\frac{p_C}{w} - \frac{p_D}{w}\right) = f(750)\frac{V_{20}^2}{2g} \qquad (1)$$

Del manómetro diferencial (véase Capítulo 1), $p_L = p_R$ o

$$p_C/w + 1,93 = p_D/w + 13,57(1,93), \quad \text{y} \quad (p_C/w - p_D/w) = 24,3 \text{ m} \qquad (2)$$

Igualando (1) y (2), $24,3 = f(750)(5,66)^2/2g$ de la cual $f = 0,0198$.

20. Un fuel-oil medio a 15° C se bombea al depósito C (véase Fig. 7-2) a través de 1800 m de una tubería nueva de acero roblonado de 40 cm de diámetro interior. La presión en A es de 0,14 kg/cm^2, cuando el caudal es de 197 l/seg. (a) ¿Qué potencia debe suministrar la bomba a la corriente de fuel-oil? y (b) ¿qué presión debe mantenerse en B? Dibujar la línea de alturas piezométricas.

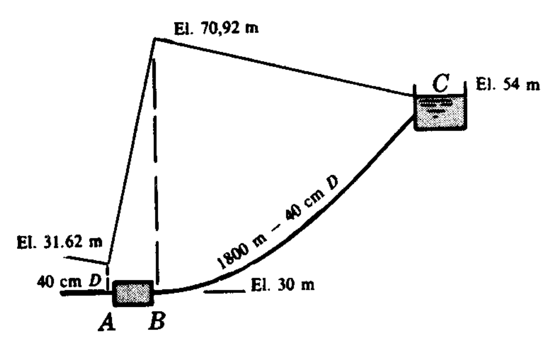


Fig. 7-2

Solución:

$$V_{40} = \frac{Q}{A} = \frac{0,197}{\pi(0,4)^2/4} = 1,565 \text{ m/seg} \quad \text{y} \quad R_E = \frac{1,565 \times 0,4}{5,16} \times 10^6 = 121.000$$

Del Diagrama A-1, para $\epsilon/d = 0{,}18/40 = 0{,}0045$, $f = 0{,}030$.

(*a*) La ecuación de Bernoulli entre A y C, con plano de referencia el horizontal que pasa por A, da

$$\left(\frac{0{,}14 \times 10^4}{0{,}861 \times 1000} + \frac{(1{,}565)^2}{2g} + 0\right) + H_p - 0{,}03\left(\frac{1800}{0{,}40}\right)\frac{(1{,}565)^2}{2g} - \frac{(1{,}565)^2}{2g} = (0 + 0 + 24)$$

De donde, $H_p = 39{,}3$ m y potencia (CV) $= \dfrac{wQH_p}{75} = \dfrac{0{,}861 \times 1000 \times 0{,}197 \times 39{,}3}{75} = 88$ CV.

El último término del primer miembro de la ecuación de la energía representa la pérdida de carga en la sección de desagüe de la tubería en el depósito (véase Tabla 4 del Apéndice). En la práctica, cuando la relación de longitud a diámetro (L/d) es superior a 2000 se desprecian las alturas de velocidad y las pérdidas menores en la ecuación de la energía (en el caso presente se eliminan entre sí). La precisión de los resultados obtenidos al tener en cuenta las pérdidas menores es ficticia ya que f no se conoce con ese grado de precisión.

(*b*) La altura de presión en B puede determinarse estableciendo la ecuación de la energía entre A y B o entre B y C. En el primer caso los cálculos son más reducidos; así

$$\left(1{,}62 + \frac{V_{40}^2}{2g} + 0\right) + 39{,}3 = \left(\frac{p_B}{w} + \frac{V_{40}^2}{2g} + 0\right)$$

Por tanto, $p_B/w = 40{,}92$ m y $p'_B = wh/10^4 = (0{,}861 \times 1000)(40{,}92)/10^4 = 3{,}52$ kg/cm².

La línea de alturas piezométricas aparece dibujada en la Figura 7-2.

En A, $(30{,}0 + 1{,}62)$ m $= 31{,}62$ m
En B, $(30{,}0 + 40{,}92)$ m $= 70{,}92$ m (o $31{,}62 + 39{,}3$)
En C, elevación $= 54$ m

21. En el punto A de una tubería horizontal de 30 cm ($f = 0{,}020$) la altura de presión es de 60 m. A una distancia de 60 m de A, la tubería de 30 cm sufre una contracción brusca hasta un diámetro de 15 cm de la nueva tubería. A una distancia de esta contracción brusca de 30 m la tubería de 15 cm ($f = 0{,}015$) sufre un ensanchamiento brusco, conectándose con una tubería de 30 cm. El punto F está 30 m aguas abajo de este cambio de sección. Para una velocidad de 2,41 m/seg en las tuberías de 30 cm, dibujar la línea de alturas piezométricas. Referirse a la Figura 7-3.

Solución:

Las alturas de velocidad son $V_{30}^2/2g = (2{,}41)^2/2g = 0{,}30$ m y $V_{15}^2/2g = 4{,}80$ m.

La línea de alturas totales cae en la dirección del flujo en cantidades iguales a las pérdidas de carga. La línea de alturas piezométricas está por debajo de la de alturas totales en una cantidad igual a la altura de velocidad correspondiente a cada sección. Obsérvese en la Fig. 7-3 que la *línea de alturas piezométricas* puede elevarse cuando tiene lugar un ensanchamiento brusco.

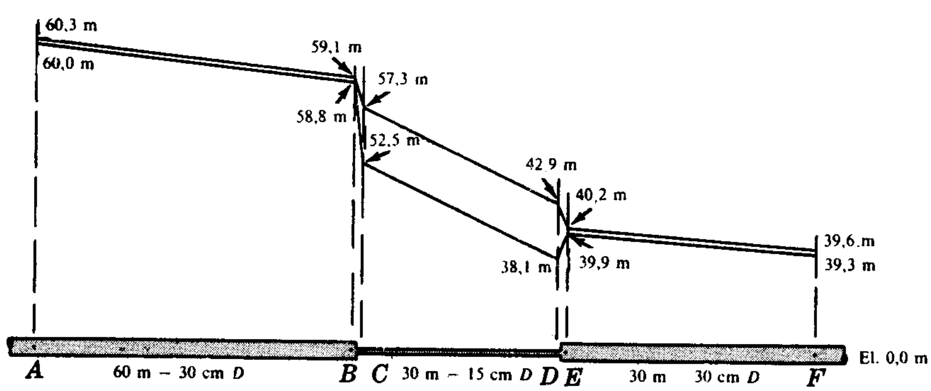


Fig. 7-3

Tabulando los resultados con una aproximación de 0,1 m,

Pérdidas de carga en m			Alturas totales, m	$\frac{V^2}{2g}$ m	Alturas piezométricas, m
En	**Desde**	**Cálculos**			
A	(Elev. 0,0)		60,3	0,3	60,0
B	A a B	$0{,}020 \times 60/0{,}3 \times 0{,}3 = 1{,}2$	59,1	0,3	58,8
C	B a C	$K_C{}^* \times 4{,}8 = 0{,}37 \times 4{,}8 = 1{,}8$	57,3	4,8	52,5
D	C a D	$0{,}015 \times 30/0{,}15 \times 4{,}8 = 14{,}4$	42,9	4,8	38,1
E	D a E	$\frac{(V_{15} - V_{30})^2}{2g} = \frac{(9{,}6 - 2{,}4)^2}{19{,}6} = 2{,}7$	40,2	0,3	39,9
F	E a F	$0{,}020 \times 30/0{,}3 \times 0{,}3 = 0{,}6$	39,6	0,3	39,3

* [K_C se ha obtenido de la Tabla 5; el término correspondiente al ensanchamiento brusco (de D a E) se ha tc mado de la Tabla 4.]

22. Está fluyendo un aceite desde el depósito A a través de una tubería nueva de fundición asfaltada de 15 cm y 150 m de longitud hasta el punto B, a una elevación de 30,0 m, como se muestra en la Fig. 7-4. ¿Qué presión, en kg/cm², tendrá que actuar sobre A para que circulen 13,0 l/seg de aceite? (Dr = 0,840 y $\nu = 2{,}10 \times 10^{-6}$ m²/seg.) Utilizar $\epsilon = 0{,}012$ cm.

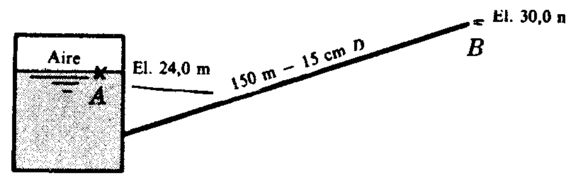


Fig. 7-4

Solución:

$$V_{15} = \frac{Q}{A} = \frac{13{,}0 \times 10^{-3}}{1{,}77 \times 10^{-2}} = 0{,}735 \text{ m/seg} \quad \text{y} \quad R_E = \frac{Vd}{\nu} = \frac{0{,}735 \times 0{,}15}{2{,}10} \times 10^6 = 52.500.$$

Del Diagrama A-1, $f = 0{,}0235$ y aplicando la ecuación de Bernoulli entre A y B, con plano de referencia el horizontal que pasa por A, se obtiene

$$\left(\frac{p_A}{w} + 0 + 0\right) - 0{,}50\frac{(0{,}735)^2}{2g} - 0{,}0235\frac{150}{0{,}15}\frac{(0{,}735)^2}{2g} = \left(0 + \frac{(0{,}735)^2}{2g} + 6\right)$$

Despejando, $p_A/w = 6{,}7$ m de aceite y $p'_A = wh/10^4 = (0{,}840 \times 1000)(6{,}7)/10^4 = 0{,}56$ kg/cm².

23. La presión en el punto A de una tubería nueva horizontal de fundición, de 10 cm de diámetro interior, es de 3,50 kg/cm² (ab), cuando el caudal que circula es de 0,34 kg/seg de aire en condiciones isotérmicas. Calcular la presión que reina en el interior de la tubería en la sección B, situada 540 m aguas abajo de la sección A. (Viscosidad absoluta = $1{,}90 \times 10^{-6}$ kg seg/m² y $t = 32°$ C.) Utilizar $\epsilon = 0{,}009$ cm.

Solución:

La densidad del aire varía a lo largo del flujo al ir variando la presión.

En el Capítulo 6 se aplicó el teorema de Bernoulli a fluidos compresibles cuando las condiciones no implicaban pérdidas de carga (flujo ideal). La ecuación de la energía, teniendo en cuenta la pérdida de carga, para una longitud de tubería dL y cuando $z_1 = z_2$ será

$$\frac{dp}{w} + \frac{V\,dV}{g} + f\frac{dL}{d}\frac{V^2}{2g} = 0$$

Dividiendo por $\frac{V^2}{2g}$

$$\frac{2g}{V^2}\frac{dp}{w} + \frac{2\,dV}{V} + \frac{f}{d}dL = 0$$

Para un flujo permanente, el número de kg/seg que están fluyendo es constante; por tanto, $W = wQ = wAV$ y puede sustituirse V por W/wA en el término que da la altura de presión, obteniéndose

$$\frac{2gw^2A^2}{W^2w}dp + \frac{2\,dV}{V} + \frac{f}{d}dL = 0$$

Como las condiciones son isotérmicas, $p_1/w_1 = p_2/w_2 = RT$ o bien $w = p/RT$. Sustituyendo el valor de w,

$$\frac{2gA^2}{W^2RT}\int_{p_1}^{p_2} p\,dp + 2\int_{V_1}^{V_2}\frac{dV}{V} + \frac{f}{d}\int_0^L dL = 0$$

en la que f puede considerarse constante, como se verá más abajo. Integrando y sustituyendo límites,

$$\frac{gA^2}{W^2RT}(p_2^2 - p_1^2) + 2(\ln V_2 - \ln V_1) + f(L/d) = 0 \qquad (A)$$

Para compararla con la forma más común (con $z_1 = z_2$) se pone en la forma

$$(Kp_1^2 + 2\ln V_1) - f(L/d) = (Kp_2^2 + 2\ln V_2) \qquad (B)$$

donde $K = \dfrac{gA^2}{W^2RT}$. Ordenando términos,

$$p_1^2 - p_2^2 = \frac{W^2RT}{gA^2}\left[2\ln\frac{V_2}{V_1} + f\frac{L}{d}\right] \qquad (C)$$

Ahora bien, $W^2/A^2 = w_1^2A_1^2V_1^2/A_1^2 = w_1^2V_1^2$ y $RT = p_1/w_1$; de aquí

$$\frac{W^2RT}{gA^2} = \frac{w_1V_1^2p_1}{g} \qquad (D)$$

Entonces (C) se puede poner $\quad (p_1 - p_2)(p_1 + p_2) = \dfrac{w_1p_1V_1^2}{g}\left[2\ln\dfrac{V_2}{V_1} + f\dfrac{L}{d}\right]$

$$\frac{(p_1 - p_2)}{w_1} = \frac{2\left[2\ln\frac{V_2}{V_1} + f\frac{L}{d}\right]\frac{V_1^2}{2g}}{(1 + p_2/p_1)} = \text{Pérdida de carga} \qquad (E)$$

Los límites de las presiones y las velocidades se estudiarán en el Capítulo 11.

Antes de sustituir valores en esta expresión es importante estudiar la posible variación de f ya que la velocidad V no se mantiene constante en los gases cuando su densidad varía.

$$R_E = \frac{Vd}{\mu/\rho} = \frac{Vd\rho}{\mu} = \frac{Wd\rho}{wA\mu}. \qquad \text{Como } g = \frac{w}{\rho}, \text{ luego } R_E = \frac{Wd}{Ag\mu} \qquad (F)$$

Se observará que el número de Reynolds es constante para el flujo permanente ya que μ solo varía cuando lo hace la temperatura. De aquí, el coeficiente de rozamiento f es constante en este problema a pesar de que la velocidad aumentará al disminuir la presión. Sustituyendo valores en (F), utilizando la viscosidad absoluta dada,

$$R_E = \frac{0{,}34 \times 0{,}10 \times 10^6}{(\pi/4)(0{,}10)^2 \times 9{,}8 \times 1{,}90} = 232.000.$$ Del Diagrama A-1, para $\epsilon/d = 0{,}0009$, $f = 0{,}0205$.

Mediante la (C) anterior, despreciando $2\ln V_2/V_1$, que es muy pequeño comparado al término $f(L/d)$,

$$(3{,}50 \times 10^4)^2 - p_2^2 = \frac{(0{,}34)^2 \times 29{,}3(32 + 273)}{9{,}8[(\pi/4)(0{,}10)^2]^2}\left[\text{desp.} + (0{,}0205)\frac{540}{0{,}10}\right]$$

de la cual $p_2 = 3{,}22 \times 10^4$ kg/m² y $p_2' = 3{,}22$ kg/cm² (ab).

En B: $w_2 = \dfrac{3{,}22 \times 10^4}{29{,}3(32 + 273)} = 3{,}61$ kg/m³, $\quad V_2 = \dfrac{W}{w_2A} = \dfrac{0{,}34}{3{,}61 \times 7{,}87 \times 10^{-3}} = 12{,}0$ m/seg.

En A: $w_1 = \dfrac{3{,}50 \times 10^4}{29{,}3(32 + 273)} = 3{,}92$ kg/m³, $\quad V_1 = \dfrac{0{,}34}{3{,}92 \times 7{,}87 \times 10^{-3}} = 11{,}0$ m/seg.

De aquí, $2\ln V_2/V_1 = 2\ln(12{,}0/11{,}0) = 2 \times 0{,}077 = 0{,}157$, que es despreciable frente al término $f(L/d) = 111$. Por tanto, la presión en la sección B es $p_2' = 3{,}22$ kg/cm².

Si el aire se supone incompresible, se tiene

$$\frac{p_1 - p_2}{w_1} = f\frac{L}{d}\frac{V^2}{2g} = 0{,}0205 \times \frac{540}{0{,}10} \times \frac{(11{,}0)^2}{2g} = 687 \text{ m/seg}$$

$$\Delta p = w_1h = 3{,}92 \times 687 = 2680 \text{ kg/m}^2 = 0{,}268 \text{ kg/cm}^2$$

y $p_2' = 3{,}50 - 0{,}27 = 3{,}23$ kg/cm², acuerdo poco frecuente.

24. Una tubería horizontal de hierro forjado, de 15 cm de diámetro interior y algo corroída, transporta 2,00 kg de aire por segundo desde A a B. En A la presión absoluta es 4,90 kg/cm^2 y en B debe mantenerse una presión absoluta de 4,60 kg/cm^2. El flujo es isotérmico a 20° C. ¿Cuál es la longitud de la tubería que une A con B? Utilizar $\epsilon = 0{,}039$ cm.

Solución:

Se calculan los valores de partida (véase Apéndice para 20° C y 1,033 kg/cm^2),

$$w_1 = 1{,}205(4{,}90/1{,}033) = 5{,}70 \text{ kg/m}^3, \qquad w_2 = 1{,}205(4{,}60/1{,}033) = 5{,}35 \text{ kg/m}^3$$

$$V_1 = \frac{W}{w_1 A} = \frac{2{,}00}{5{,}70 \times \frac{1}{4}\pi(0{,}15)^2} = 19{,}8 \text{ m/seg}, \qquad V_2 = \frac{2{,}00}{5{,}35 \times \frac{1}{4}\pi(0{,}15)^2} = 21{,}2 \text{ m/seg}$$

$$R_E = \frac{19{,}8 \times 0{,}15}{(1{,}033/4{,}90)(1{,}499 \times 10^{-5})} = 943.000. \text{ Del Diagrama A-1, } f = 0{,}025, \text{ para } \epsilon/d = 0{,}0026.$$

Mediante la ecuación (E) del Problema 23,

$$\frac{(4{,}90 - 4{,}60)10^4}{5{,}70} = \frac{2[2 \ln 21{,}2/19{,}8 + 0{,}025(L/0{,}15)](19{,}8)^2/2g}{(1 + 4{,}60/4{,}90)} \quad \text{y} \quad L = 152 \text{ m}$$

Nota: Para el flujo de gases en tuberías, cuando el valor de p_2 no es menor del 10 % que el valor de p_1, se comete un error menor del 5 % en la pérdida de presión al utilizar la ecuación de Bernoulli en su forma habitual, suponiendo el fluido como incompresible.

25. Las elevaciones de las líneas de alturas totales y de alturas piezométricas en el punto G son, respectivamente, 13,0 m y 12,4 m. Para el sistema mostrado en la Fig. 7-5 calcular (a) la potencia extraída entre G y H, si la altura total en H es de 1,0 m y (b) las alturas de presión en E y F, cuya elevación es de 6,0 m. (c) Dibujar, con aproximación de 0,1 m, las líneas de alturas totales y de alturas piezométricas, suponiendo para la válvula CD $K = 0{,}40$ y $f = 0{,}010$ para las tuberías de 15 cm.

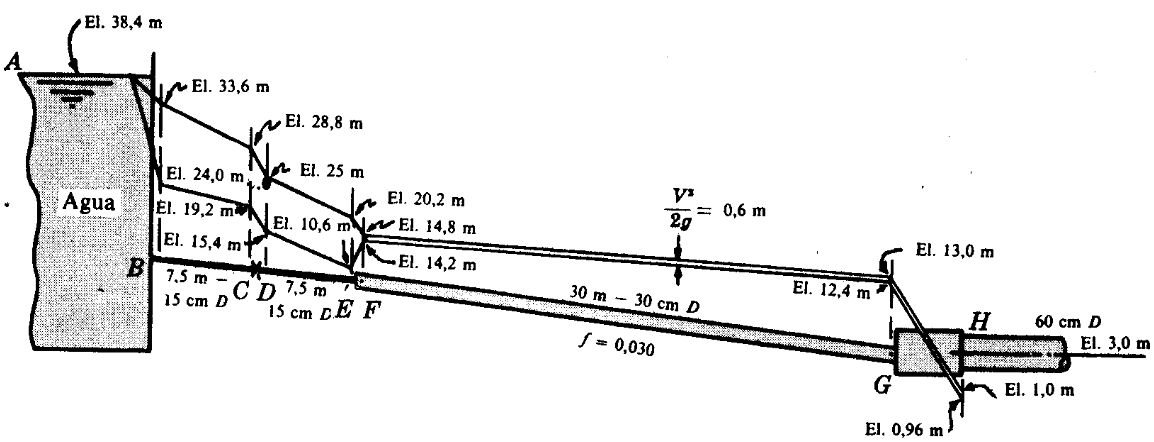


Fig. 7-5

Solución:

La corriente debe de circular hacia G, desde el depósito, ya que la línea de alturas totales en G está por debajo de la superficie libre del depósito. GH es una turbina. Antes de poder determinar la potencia extraída es necesario calcular el caudal Q y la pérdida de altura en la turbina.

(a) En G, $V_{30}^2/2g = 0{,}6$ m (diferencia entre las líneas de alturas totales y piezométricas).

Además $V_{15}^2/2g = 16 \times 0{,}6 = 9{,}6$ m y $V_{60}^2/2g = \frac{1}{16}(0{,}6) = 0{,}04$ m. Para obtener Q,

$$V_{30} = 3{,}43 \text{ m/seg} \quad \text{y} \quad Q = \tfrac{1}{4}\pi(0{,}3)^2 \times 3{,}43 = 0{,}242 \text{ m}^3\text{/seg}$$

$$\text{Potencia (CV)} = wQH_T/75 = 1000(0{,}242)(13{,}0 - 1{,}0)/75 = 38{,}8 \text{ CV extraídos}$$

(b) De F a G, cota cero: (Energía en F) $- 0{,}030(30/0{,}3)(0{,}6) =$ (Energía en $G = 13{,}0$)

$$\text{Energía en } F = 13{,}0 + 1{,}8 = 14{,}8 \text{ m}$$

De E a F, cota cero: (Energía en E) $- (13{,}72 - 3{,}43)^2/2g =$ (Energía en $F = 14{,}8$)

Energía en $E = 14{,}8 + 5{,}4 = 20{,}2$ m

$z + V^2/2g$

Altura de presión en $E = 20{,}2 - (6{,}0 + 9{,}6) = 4{,}6$ m de agua.
Altura de presión en $F = 14{,}8 - (6{,}0 + 0{,}6) = 8{,}2$ m de agua.

(*c*) Yendo hacia atrás desde E:

Pérdida de altura total de D a $E = 0{,}010(7{,}5/0{,}15)(9{,}6) = 4{,}8$ m
Pérdida de altura total de C a $D = 0{,}40(9{,}6) = 3{,}8$ m
Pérdida de altura total de B a $C =$ pérdida de D a $E = 4{,}8$ m
Pérdida de altura total de A a $B = 0{,}50(9{,}6) = 4{,}8$ m

(Elev. en $D - 4{,}8$) = Elev. en $E = 20{,}2$, Elev. $D = 25{,}0$ m
(Elev. en $C - 3{,}8$) = Elev. en $D = 25{,}0$, Elev. $C = 28{,}8$ m
(Elev. en $B - 4{,}8$) = Elev. en $C = 28{,}8$, Elev. $B = 33{,}6$ m
(Elev. en $A - 4{,}8$) = Elev. en $B = 33{,}6$, Elev. $A = 38{,}4$ m

La línea de alturas piezométricas está situada por debajo de la línea de alturas totales una cantidad igual a $V^2/2g$: 9,6 m en la tubería de 15 cm, 0,6 m en la de 30 cm y 0,04 m en la de 60 cm. Estos valores se han representado en la figura.

. Un conducto rectangular usado, de 30 cm × 45 cm de sección, y 450 m de longitud transporta aire a 20° C y a una presión en la sección de entrada de 1,07 kg/cm^2 (ab) con una velocidad media de 2,90 m/seg. Determinar la pérdida de carga y la caída de presión, suponiendo el conducto horizontal y las imperfecciones superficiales de un tamaño igual a 0,054 cm.

Solución:

La fórmula que da la pérdida de carga debe escribirse de forma conveniente para poderla aplicar a conductos de sección recta, no circular. La ecuación resultante se aplica a flujos turbulentos con una precisión razonable. Se sustituye el diámetro, en la fórmula, por el cuádruplo del *radio hidráulico*, que se define por el cociente del área de la sección recta por el perímetro mojado, es decir, $R = a/p$.

Para una tubería circular, $R = \frac{1}{4}\pi d^2/\pi d = d/4$, y la fórmula de Darcy puede escribirse en la forma

$$\text{Pérdida de carga} = \frac{f}{4}\,\frac{L}{R}\,\frac{V^2}{2g}$$

Para f en relación con la rugosidad del conducto y el número de Reynolds se emplea en lugar de d el valor $4R$, así

$$R_E = Vd/\nu = V(4R)/\nu$$

Para el conducto de 30 cm × 45 cm, $R = \dfrac{a}{p} = \dfrac{0{,}30 \times 0{,}45}{2(0{,}30 + 0{,}45)} = 0{,}09$ m . y

$$R_E = \frac{4VR}{\nu} = \frac{4 \times 2{,}90 \times 0{,}09}{(1{,}033/1{,}070)(1{,}499)} \times 10^5 = 72.600$$

Del Diagrama A-1, $f = 0{,}024$ para $\epsilon/d = \epsilon/4R = 0{,}054/(4 \times 9) = 0{,}0015$. Por tanto,

$$\text{Pérdida de carga} = \frac{0{,}024}{4} \times \frac{450}{0{,}09} \times \frac{(2{,}90)^2}{2g} = 12{,}9 \text{ m de aire}$$

y la caída de presión $= wh/10^4 = (1{,}070/1{,}033)(1{,}205)(12{,}9)/10^4 = 1{,}60 \times 10^{-3}$ kg/cm^2.

Puede observarse que la hipótesis de densidad constante en el aire es satisfactoria.

Problemas propuestos

27. Si la tensión cortante en la pared de una tubería de 30 cm es de 5,0 kg/m^2 y $f = 0{,}040$, ¿cuál es la velocidad media (*a*) si fluye agua a 21° C, (*b*) si fluye un líquido de densidad relativa 0,70?
Sol. 3,13 m/seg, 3,74 m/seg

28. ¿Cuáles son las velocidades de corte en el problema precedente? *Sol.* 0,221 m/seg, 0,264 m/seg

29. A través de una tubería de 15 cm y 60 m de longitud está fluyendo agua y la tensión cortante en las paredes es 4,60 kg/m^2. Determinar la pérdida de carga. *Sol.* 7,36 m

30. ¿Qué radio ha de tener una tubería para que la tensión cortante en la pared sea de 3,12 kg/m^2 cuando al fluir agua a lo largo de 100 m de tubería produce una pérdida de carga de 6 m? *Sol.* $r = 10{,}4$ cm

31. Calcular la velocidad crítica (inferior) para una tubería de 10 cm que transporta agua a 27° C.
Sol. $1{,}730 \times 10^{-2}$ m/seg

32. Calcular la velocidad crítica (inferior) para una tubería de 10 cm que transporta un fuel-oil pesado a 43° C.
Sol. 0,892 m/seg

33. ¿Cuál será la caída de la altura de presión en 100 m de una tubería nueva de fundición, horizontal, de 10 cm de diámetro, que transporta un fuel-oil medio a 10° C, si la velocidad es de 7,5 cm/seg? *Sol.* $1{,}26 \times 10^{-2}$ m

34. ¿Cuál será la caída de la altura de presión en el Problema 33 si la velocidad del fuel-oil es de 1,20 m/seg?
Sol. 2,20 m

35. Considerando únicamente las pérdidas en la tubería, ¿qué altura de carga se necesita para transportar 220 l/seg de un fuel-oil pesado a 38° C a través de 1000 m de una tubería nueva de fundición de 30 cm de diámetro interior? Utilizar $\epsilon = 0{,}024$ cm. *Sol.* 47,70 m

36. En el Problema 35, ¿qué valor mínimo de la viscosidad cinemática del fuel-oil producirá un flujo laminar?
Sol. $4{,}67 \times 10^{-4}$ m^2/seg

37. Al considerar las pérdidas en la tubería únicamente, ¿qué diferencia en la elevación de dos depósitos, que distan 250 m, dará un caudal de 30 l/seg de un aceite lubricante medio a 10° C, a través de una tubería de 15 cm de diámetro? *Sol.* 16,60 m

38. Un aceite de densidad relativa 0,802 y viscosidad cinemática $1{,}86 \times 10^{-4}$ m^2/seg fluye desde el depósito *A* al depósito *B* a través de 300 m de tubería nueva, siendo el caudal de 88 l/seg. La altura disponible es de 16 cm. ¿Qué tamaño de tubería deberá utilizarse? *Sol.* 60 cm

39. Mediante una bomba se transporta fuel-oil pesado, a 15° C, a través de 1000 m de tubería de 5 cm de diámetro hasta un depósito 10 m más elevado que el depósito de alimentación. Despreciando las pérdidas menores, determinar la potencia de la bomba en CV si su rendimiento es del 80 % para un caudal de 3,5 l/seg. *Sol.* 78,4 CV

40. Agua a 38° C está fluyendo entre *A* y *B* a través de 250 m de tubería de fundición ($\epsilon = 0{,}06$ cm) de 30 cm de diámetro interior. El punto *B* está 10 m por encima de *A* y la presión en *B* debe mantenerse a 1,4 kg/cm^2. Si por la tubería circulan 220 l/seg, ¿qué presión ha de existir en *A*? *Sol.* 3,38 kg/cm^2

41. Una tubería comercial usada de 100 cm de diámetro interior y 2500 m de longitud, situada horizontalmente, transporta 1,20 m^3/seg de fuel-oil pesado, de densidad relativa 0,912, con una pérdida de carga de 22,0 m. ¿Qué presión debe mantenerse en la sección de entrada *A* para que la presión en *B* sea de 1,4 kg/cm^2? Utilizar $\epsilon = 1{,}37$ cm.
Sol. 3,41 kg/cm^2

42. Una tubería vieja, de 60 cm de diámetro interior y 1200 m de longitud, transporta un fuel-oil medio a 27° C desde *A* a *B*. Las presiones en *A* y *B* son, respectivamente, 4,0 kg/cm^2 y 1,4 kg/cm^2, y el punto *B* está situado 20 m por encima de *A*. Calcular el caudal en m^3/seg utilizando $\epsilon = 0{,}048$ cm. *Sol.* 0,65 m^3/seg

43. Desde un depósito *A*, cuya superficie libre está a una cota de 25 m, fluye agua hacia otro depósito *B*, cuya superficie está a una cota de 18 m. Los depósitos están conectados por una tubería de 30 cm de diámetro y 30 m de longitud ($f = 0{,}020$) seguida por otros 30 m de tubería de 15 cm ($f = 0{,}015$). Existen dos codos de 90° en cada tubería ($K = 0{,}50$ para cada uno de ellos), *K* para la contracción es igual a 0,75 y la tubería de 30 cm es entrante en el depósito *A*. Si la cota de la contracción brusca es de 16 m, determinar la altura de presión en las tuberías de 30 y 15 cm en el cambio de sección. *Sol.* 8,51 m, 5,90 m

44. En la Fig. 7-6 el punto B dista 180 m del recipiente. Si circulan 15 l/seg de agua, calcular (a) la pérdida de carga debida a la obstrucción parcial C y (b) la presión absoluta en B.
Sol. 1,68 m, 0,98 kg/cm^2 (ab)

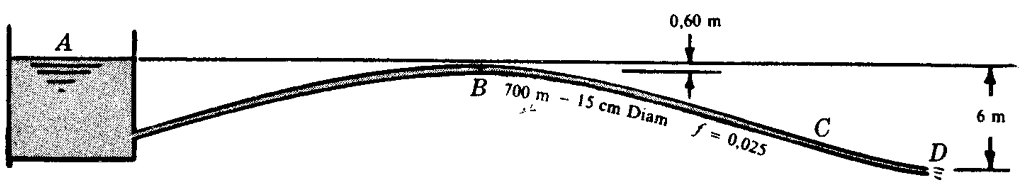


Fig. 7-6

45. Un disolvente comercial a 21° C fluye desde un depósito A a otro B a través de 150 m de una tubería nueva de fundición asfaltada de 15 cm de diámetro. La diferencia de elevación entre las superficies libres es de 7 m. La tubería es entrante en el depósito A y dos codos en la línea producen una pérdida de carga igual a dos veces la altura de velocidad. ¿Cuál es el caudal que tiene lugar? Utilizar ϵ = 0,0135 cm. *Sol.* 41,6 l/seg

46. Un conducto de acero de sección rectangular de 5 cm × 10 cm transporta 18 l/seg de agua a una temperatura media de 15° C y a presión constante al hacer que la línea de alturas piezométricas sea paralela al eje del conducto. ¿Qué altura ha de descender el conducto en 100 m al suponer la rugosidad absoluta de la superficie del conducto igual a 0,025 cm? (Utilizar $\nu = 1{,}132 \times 10^{-6}$ m^2/seg.) *Sol.* 27,8 m

47. Cuando circulan 40 l/seg de un fuel-oil medio a 15° C entre A y B a través de 1000 m de una tubería nueva de fundición de 15 cm de diámetro, la pérdida de carga es de 40 cm. Las secciones A y B tienen cotas de 0,0 m y 18,0 m, respectivamente, siendo la presión en B de 3,50 kg/cm^2. ¿Qué presión debe mantenerse en A para que tenga lugar el caudal establecido? *Sol.* 8,48 kg/cm^2

48. (a) Determinar el caudal de agua que circula a través de las tuberías nuevas de fundición mostradas en la Fig. 7-7. (b) ¿Cuál es la presión en B si está a 30 m del depósito A? (Utilizar la Tabla 3.) *Sol.* 98 l/seg, 703 kg/m^2

49. A través del sistema mostrado en la Fig. 7-8 fluye agua a 38° C. Las tuberías son nuevas de fundición asfaltada y sus longitudes 50 m la de 7,5 cm y 30 m la de 15 cm. Los coeficientes de pérdida de los accesorios y válvulas son: Codos de 7,5 cm, K = 0,40 cada uno; codo de 15 cm, K = 0,60 y válvula de 15 cm, K = 3,0. Determinar el caudal. *Sol.* 13,6 l/seg

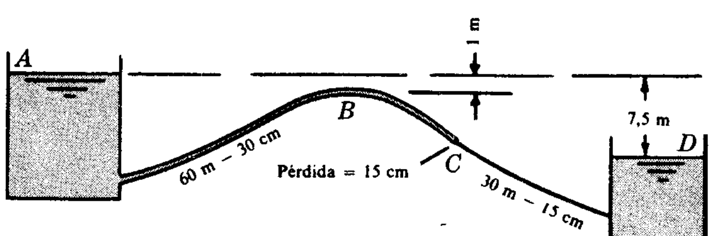


Fig. 7-7

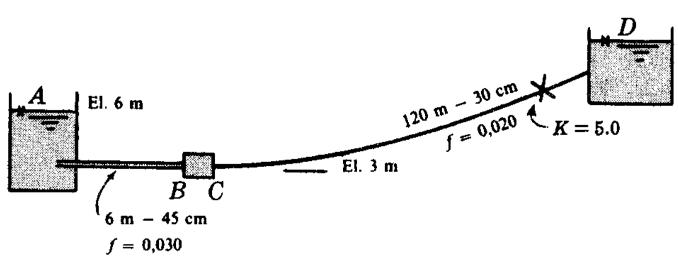


Fig. 7-9

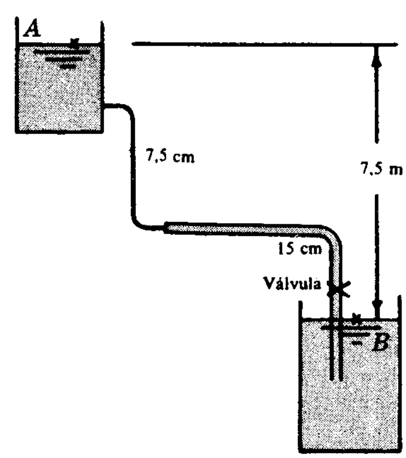


Fig. 7-8

50. Si la bomba B de la Fig. 7-9 transfiere al fluido 70 CV cuando el caudal de agua es de 220 l/seg, ¿a qué elevación puede situarse el depósito D? *Sol.* 21,0 m

51. Una bomba situada a una cota topográfica de 3 m mueve 210 l/seg de agua a través de un sistema de tuberías horizontales hasta un depósito cerrado, cuya superficie libre está a una cota de 6,0 m. La altura de presión en la sección de succión, de 30 cm de diámetro, de la bomba es de $-1,20$ m y en la sección de descarga, de 15 cm de diámetro, de 58,0 m. La tubería de 15 cm ($f = 0,030$) tiene 30 m de longitud, sufre un ensanchamiento brusco hasta 30 cm, continuando con una tubería de este diámetro ($f = 0,020$) y una longitud de 180 m hasta el depósito. Una válvula de 30 cm, $K = 1,0$, está situada a 30 m del depósito. Determinar la presión sobre la superficie libre del agua del depósito. Dibujar las líneas de alturas totales y piezométricas. *Sol.* 0,88 kg/cm^2

52. ¿Qué diámetro debe de tener una tubería medio nueva de fundición para transportar 30 l/seg de agua a 21° C a través de 1200 m con una pérdida de altura piezométrica de 20 m? (Utilizar la Tabla 3.) *Sol.* 16,5 m

53. La bomba *BC* transporta agua hasta el depósito *F* y en la Fig. 7-10 se muestra la línea de alturas piezométricas. Determinar (*a*) la potencia suministrada al agua por la bomba *BC*, (*b*) la potencia extraída por la turbina *DE* y (*c*) la cota de la superficie libre mantenida en el depósito *F*. *Sol.* 950 CV, 67,3 CV, 89,6 m

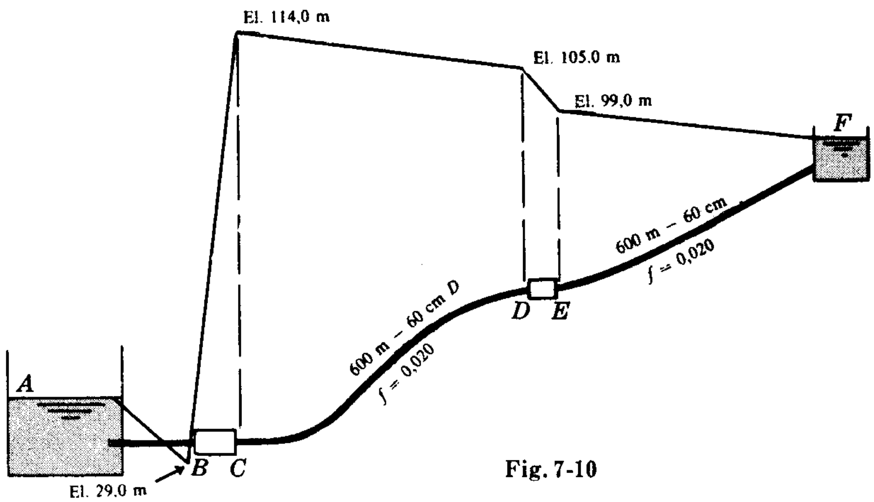


Fig. 7-10

54. A través de una tubería de 5 cm de diámetro circulan 68 g/seg de aire a la temperatura constante de 20° C. La tubería es usada y el material de fundición. En la sección *A* la presión absoluta es de 3,80 kg/cm^2. ¿Cuál será la presión absoluta 150 m aguas abajo de *A* si la tubería es horizontal? Utilizar $\epsilon = 0,0249$ cm.
Sol. 3,68 kg/cm^2 (ab)

55. A través de un tramo horizontal de 60 m de longitud de una tubería nueva de hierro forjado de 10 cm de diámetro fluye anhídrido carbónico a 38° C. La presión manométrica en la sección *A* de aguas arriba es de 8,40 kg/cm^2 y la velocidad media de 12 m/seg. Suponiendo las variaciones de densidad despreciables, ¿cuál es la caída de presión en los 60 m de tubería? (La viscosidad absoluta del CO_2 a 38° C es $\mu = 16 \times 10^{-7}$ kg seg/m^2.)
Sol. 0,123 kg/cm^2

56. A través de un conducto de sección rectangular de 20 cm de altura tiene lugar un flujo en régimen laminar. Suponiendo que la distribución de velocidades viene dada por la ecuación $v = 48y(1 - 5y)$, calcular (*a*) el caudal por metro de anchura, (*b*) el coeficiente de corrección de la energía cinética y (*c*) la relación de la velocidad media a la máxima. *Sol.* 320 l/(seg m), $\alpha = 1,543$, 0,67

57. En un ensayo de laboratorio se utiliza una tubería de plástico de 25 cm de diámetro interior para demostrar el flujo en régimen laminar. Si la velocidad crítica inferior resultó ser 3,0 m/seg, ¿qué valor tendrá la viscosidad cinemática del líquido utilizado? *Sol.* $3,75 \times 10^{-5}$ m^2/seg

58. Para el flujo laminar en tuberías $f = 64/R_E$. Mediante esta información, desarrollar una expresión de la velocidad media en función de la pérdida de carga, diámetro y otras magnitudes oportunas.
Sol. $V = gd^2h_L/32\nu L$

59. Determinar el caudal en una tubería de 30 cm de diámetro si la ecuación de la distribución de velocidades es $v^2 = 70(y - y^2)$, con el origen de distancias en la pared de la tubería. *Sol.* 126 l/seg