Capítulo 11

Fuerzas desarrolladas por los fluidos en movimiento

INTRODUCCION

El conocimiento de las fuerzas ejercidas por los fluidos en movimiento son de gran importancia en el análisis y diseño de dispositivos tales como bombas, turbinas, aviones, cohetes, hélices, barcos, cuerpos en movimiento, edificios y multitud de dispositivos hidráulicos. Las ecuaciones fundamentales de la energía no son suficientes para resolver la mayoría de estos problemas. Es más decisivo el empleo de otro principio de la mecánica, el de la cantidad de movimiento. La teoría de la capa límite proporciona una nueva base para un análisis más minucioso. La experimentación, cada vez más continua y extensa, proporciona sin cesar nuevos datos para conocer las leyes de variación de los coeficientes fundamentales.

EL PRINCIPIO DEL IMPULSO-CANTIDAD DE MOVIMIENTO de la dinámica establece que

$$\text{Impulso} = \text{variación de la cantidad de movimiento}$$

o

$$(\Sigma F)t = M(\Delta V)$$

Las magnitudes físicas que intervienen en la ecuación son magnitudes vectoriales y han de tratarse de acuerdo con el álgebra vectorial. Por lo general, es más conveniente utilizar componentes, y para evitar posibles errores en los signos se sugiere utilizar las siguientes formas:

(*a*) En la dirección X,

cantidad de movimiento inicial $\pm$ impulso = cantidad de movimiento final

$$MV_{x_1} \pm \Sigma F_x \cdot t = MV_{x_2} \tag{1}$$

(*b*) En la dirección Y,

$$MV_{y_1} \pm \Sigma F_y \cdot t = MV_{y_2} \tag{2}$$

donde M = masa cuya cantidad de movimiento varía en el tiempo t.

Estas expresiones pueden escribirse, utilizando los subíndices apropiados x, y o z, en la siguiente forma:

$$\Sigma F_x = \rho Q(V_2 - V_1)_x, \quad \text{etc.} \tag{3}$$

EL COEFICIENTE DE CORRECCION DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO β, que se calculará en el Problema 1, es

$$\beta = \frac{1}{A}\int_A (v/V)^2\, dA \tag{4}$$

Para flujo laminar en tuberías, $\beta = 1{,}33$. Para flujo turbulento en tuberías, β varía de 1,01 a 1,07. En la mayoría de los casos puede considerarse igual a la unidad.

RESISTENCIA

La resistencia o arrastre es la componente de la fuerza resultante, ejercida por el fluido sobre el cuerpo en dirección *paralela* al movimiento relativo del fluido. Usualmente se da en la forma

$$\text{Resistencia en kg} = C_D \rho A \frac{V^2}{2} \qquad (5)$$

SUSTENTACION

La sustentación es la componente de la fuerza resultante, ejercida por el fluido sobre el cuerpo en dirección *perpendicular* al movimiento relativo del fluido. Usualmente se da en la forma

$$\text{Sustentación en kg} = C_L \rho A \frac{V^2}{2} \qquad (6)$$

donde C_D = coeficiente de resistencia, adimensional
C_L = coeficiente de sustentación, adimensional
ρ = densidad del fluido, en UTM/m^3
A = un área característica, en m^2, que normalmente es la proyección del cuerpo sobre un plano perpendicular al movimiento relativo del fluido
V = velocidad relativa del fluido respecto del cuerpo, en m/seg.

RESISTENCIA TOTAL

La resistencia total está originada por la resistencia superficial y la resistencia de forma, debida a la presión. No obstante, muy raramente se presentan ambos efectos simultáneamente con el mismo orden de magnitud. En el caso de objetos, que no sufren una sustentación apreciable, la resistencia del perfil o superficial es sinónima de resistencia total.

Objeto	*Resistencia superficial*		*Resistencia de forma*		*Resistencia total*
1. Esferas.	despreciable	+	resistencia de forma	=	resistencia total
2. Cilindros (eje perpendicular a la velocidad).	despreciable	+	resistencia de forma	=	resistencia total
3. Discos y placas delgadas (perpendicular a la velocidad).	cero	+	resistencia de forma	=	resistencia total
4. Placas delgadas (paralelas a la velocidad).	resistencia superficial	+	despreciable o nula	=	resistencia total
5. Objetos fluidodinámicos.	resistencia superficial	+	pequeña o despreciable	=	resistencia total

COEFICIENTES DE RESISTENCIA

Los coeficientes de resistencia dependen del número de Reynolds para las velocidades bajas e intermedias, y se hacen independientes de dicho número para velocidades elevadas. Para velocidades muy altas el coeficiente de resistencia depende del número de Mach, cuya influencia es despreciable a velocidades bajas. Los Diagramas *F*, *G* y *H* dan las variaciones de los coeficientes de resistencia para algunas formas geométricas. En los Problemas 24 y 40 se estudian estas relaciones.

Para placas planas y perfiles de ala, los coeficientes de resistencia se tabulan, usualmente, para el área de la placa y para el producto de la cuerda por la longitud, respectivamente.

COEFICIENTES DE SUSTENTACION

Kutta ha determinado teóricamente los valores máximos de los coeficientes de sustentación para placas planas delgadas, en posición no perpendicular a la velocidad relativa del fluido, por

$$C_L = 2\pi \text{ sen } \alpha \tag{7}$$

donde α = ángulo de ataque o ángulo que forma la placa con la velocidad relativa del fluido. Para los ángulos normales de funcionamiento, las secciones de los perfiles de ala actuales dan valores del 90 % aproximadamente del valor máximo teórico. El ángulo α no deberá exceder de 25° aproximadamente.

NUMERO DE MACH

El número de Mach es una relación adimensional, que viene dada por el cociente de la velocidad del fluido por la velocidad del sonido (llamada más frecuentemente celeridad).

$$\text{Número de Mach} = N_M = \frac{V}{c} = \frac{V}{\sqrt{E/\rho}} \tag{8}$$

Para gases, $c = \sqrt{kgRT}$ (véase Capítulo 1).

Para valores de V/c hasta el valor crítico de 1,0 el flujo es subsónico; para el valor 1,0 el flujo es sónico y para valores mayores que 1,0 el flujo es supersónico (véase Diagrama H).

TEORIA DE LA CAPA LIMITE

La teoría de la capa límite fue introducida por Prandtl. Esta teoría establece que, para un fluido en movimiento, todas las pérdidas por fricción tienen lugar en una delgada capa adyacente al contorno del sólido (llamada capa límite), y que el flujo exterior a dicha capa puede considerarse como carente de viscosidad. La distribución de velocidades en la zona próxima al contorno es influenciada por la tensión cortante en el contorno. En general, la capa límite es muy delgada en la parte de aguas arriba del contorno y va aumentando su espesor hacia aguas abajo por la acción continuada de las tensiones cortantes.

Para números de Reynolds bajos, toda la capa límite es gobernada por la acción de las fuerzas viscosas y en su interior el flujo es laminar. Para valores intermedios del número de Reynolds la capa límite es laminar cerca de la superficie del contorno y turbulenta en las zonas algo más alejadas. Para valores del número de Reynolds muy elevados la capa límite es totalmente turbulenta.

PLACAS PLANAS

En el caso de una placa plana de L m de longitud, mantenida paralela al movimiento relativo del fluido, se aplican las siguientes ecuaciones.

1. **Capa límite laminar** (hasta números de Reynolds alrededor de 500.000).

(*a*) Coeficiente de resistencia medio $(C_D) = \dfrac{1{,}328}{\sqrt{R_E}} = \dfrac{1{,}328}{\sqrt{VL/\nu}}$ (9)

(*b*) Espesor de la capa límite δ (en m) a una distancia genérica x viene dada por

$$\frac{\delta}{x} = \frac{5{,}20}{\sqrt{R_{E_x}}} = \frac{5{,}20}{\sqrt{Vx/\nu}} \tag{10}$$

(*c*) Tensión cortante τ_0 en kg/m²; se calcula por

$$\tau_0 = 0{,}33\,\rho V^{3/2}\sqrt{\nu/x} = 0{,}33(\mu V/x)\sqrt{R_{E_x}} = \frac{0{,}33\,\rho V^2}{\sqrt{R_{E_x}}} \tag{11}$$

donde V = velocidad de aproximación del fluido al contorno (velocidad no perturbada)
x = distancia al borde de ataque en m
L = longitud total de la placa en m
R_{E_x} = número de Reynolds local para la distancia x.

Como ponen de manifiesto las fórmulas dadas, el espesor de la capa límite es directamente proporcional a la raíz cuadrada de la longitud x y a la raíz cuadrada de la viscosidad cinemática e inversamente proporcional a la raíz cuadrada de la velocidad. Análogamente, la tensión cortante en la superficie del contorno τ_0 es directamente proporcional a la raíz cuadrada del producto de ρ y μ y a la potencia tres medios de V e inversamente proporcional a la raíz cuadrada de x.

2. Capa límite turbulenta (contorno liso).

(*a*) Coeficiente de resistencia medio $(C_D) = \dfrac{0{,}074}{R_E^{0,20}}$ para $2 \times 10^5 < R_E < 10^7$ (*12*)

$$= \frac{0{,}455}{(\lg_{10} R_E)^{2,58}} \text{ para } 10^6 < R_E < 10^9 \qquad (13)$$

Para contornos rugosos, el coeficiente de resistencia varía con la rugosidad relativa ϵ/L y no con el número de Reynolds.

K. E. Schoenherr ha sugerido el empleo de la fórmula $1/\sqrt{C_D} = 4{,}13 \lg (C_D R_{E_x})$, ecuación considerada de mayor precisión que las (*12*) y (*13*), particularmente para números de Reynolds por encima de 2×10^7.

(*b*) El espesor δ de la capa límite se calcula mediante

$$\frac{\delta}{x} = \frac{0{,}38}{R_{E_x}^{0,20}} \quad \text{para } 5 \times 10^4 < R_E < 10^6 \qquad (14)$$

$$= \frac{0{,}22}{R_{E_x}^{0,167}} \quad \text{para } 10^6 < R_E < 5 \times 10^8 \qquad (15)$$

(*c*) La tensión cortante en la pared se estima por

$$\tau_0 = \frac{0{,}023\rho V^2}{((\delta V/\nu)^{1/4}} = 0{,}0587\frac{V^2}{2}\rho\left(\frac{\nu}{xV}\right)^{1/5} \qquad (16)$$

3. Capa límite en la transición de laminar a turbulenta sobre la placa (R_E de 500.000 a 20.000.000, aproximadamente).

(*a*) Coeficiente de resistencia medio $(C_D) = \dfrac{0{,}455}{(\lg_{10} R_E)^{2,58}} - \dfrac{1700}{R_E}$ (*17*)

El Diagrama *G* ilustra la variación de C_D con el número de Reynolds para estos tres regímenes del flujo.

GOLPE DE ARIETE

El golpe de ariete es un término que se utiliza para describir el choque producido por una súbita disminución en la velocidad del fluido. En una tubería, al cerrar una válvula, el tiempo que tarda la onda de presión en viajar aguas arriba hasta la embocadura de la tubería y volver aguas abajo hasta la válvula viene dado por

$$\text{Tiempo en seg} = 2 \times \frac{\text{longitud de la tubería en m}}{\text{celeridad de la onda de presión en m/seg}}$$

o

$$T = \frac{2L}{c} \qquad (18)$$

El aumento de presión producido por el cierre rápido de una válvula se calcula por

Variación de presión en kg/m² = densidad × celeridad × variación de velocidad

o $\qquad dp = \rho\, c\, dV \quad \text{o bien} \quad dh = c\, dV/g \qquad (19)$

donde dh es la variación de la altura de presión.

Para tuberías rígidas, la celeridad de la onda de presión es

$$c = \sqrt{\frac{\text{módulo de elasticidad volumétrico en kg/m}^2}{\text{densidad de fluido}}} = \sqrt{\frac{E_B}{\rho}} \tag{20}$$

Para tuberías deformables, la expresión toma la forma

$$c = \sqrt{\frac{E_B}{\rho[1 + (E_B/E)(d/t)]}} \tag{21}$$

donde E = módulo de elasticidad de la pared de la tubería, kg/m^2
d = diámetro de la tubería en cm
t = espesor de la pared de la tubería en cm.

VELOCIDADES SUPERSONICAS

A velocidades supersónicas cambia totalmente la naturaleza del flujo. El coeficiente de resistencia está relacionado con el número de Mach N_M (véase Diagrama H), ya que la viscosidad tiene una influencia muy pequeña sobre la resistencia. La perturbación producida en la presión forma un cono, cuyo vértice está en la parte delantera del cuerpo u ojiva en el caso de un proyectil. El cono representa el frente de onda u *onda de choque*, y puede ser fotografiado. El ángulo del cono o *ángulo de Mach* α viene dado por

$$\text{sen}\,\alpha = \frac{\text{celeridad}}{\text{velocidad}} = \frac{1}{V/c} = \frac{1}{N_M} \tag{22}$$

Problemas resueltos

1. Determinar el coeficiente de corrección β de la cantidad de movimiento, que ha de aplicarse cuando se emplea la velocidad media V en el principio de la cantidad de movimiento, en el caso de flujo bidimensional.

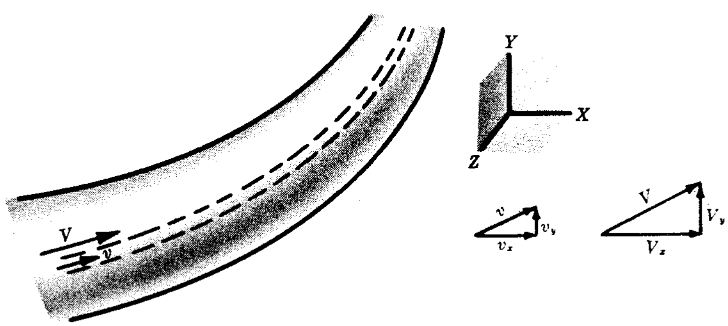


Fig. 11-1

Solución:

El caudal en masa dM que circula a través del tubo de corriente mostrado en la Fig. 11-1 es igual a $\rho\, dQ$. La cantidad de movimiento correcta en la dirección X es

$$(\text{Cont. mov.})_x = \int dM\, v_x = \int \rho\, dQ\, v_x = \int \rho v_x (v\, dA)$$

Utilizando la velocidad media, en la sección recta, la cantidad de movimiento correcta sería

$$(\text{Cant. mov.})_x = \beta(MV_x) = \beta(\rho Q V_x) = \beta\rho(AV)V_x$$

Igualando los dos valores anteriores

$$\beta = \frac{\int \rho v\,(v\,dA)}{\rho A V(V_x)} = \frac{1}{A}\int_A (v/V)^2\,dA$$

ya que del diagrama vectorial de las velocidades de la figura se deduce $v_x/V_x = v/V$.

2. Calcular el coeficiente de corrección de la cantidad de movimiento cuando el perfil de velocidades satisface la ecuación $v = v_{max}[(r_0^2 - r^2)/r_0^2]$. (Véase Capítulo 6, Problema 17, para el croquis).

Solución:

Del Problema 17 del Capítulo 6, la velocidad media es igual a $\frac{1}{2}v_{max}$. Utilizando este valor de la velocidad media para V, se obtiene

$$\beta = \frac{1}{A}\int_A \left(\frac{v}{V}\right)^2 dA = \frac{1}{\pi r_0^2}\int_0^{r_0}\left[\frac{v_{max}(r_0^2 - r^2)/r_0^2}{\frac{1}{2}v_{max}}\right]^2 (2\pi r\,dr)$$

$$= \frac{8}{r_0^6}\left(\tfrac{1}{2}r_0^6 - \tfrac{1}{2}r_0^6 + \tfrac{1}{6}r_0^6\right) = \tfrac{4}{3} = 1{,}33$$

3. Un chorro de agua de 10 cm de diámetro que se mueve hacia la derecha incide sobre una placa plana situada normalmente al eje del chorro. (*a*) Para una velocidad de 20,0 m/seg, ¿qué fuerza se requerirá para mantener la placa en equilibrio? (*b*) Comparar la presión dinámica media sobre la placa con la presión máxima (presión de estancamiento) si la placa tiene un área 20 veces mayor que la del chorro.

Solución:

Se toma el eje X en la dirección del eje del chorro. Así, la placa anula toda la cantidad de movimiento inicial en la dirección X. Llamando M a la masa de agua que reduce su cantidad de movimiento a cero en dt segundos y F_x la fuerza ejercida por la placa sobre el agua hacia la izquierda, se tiene:

(*a*) Cantidad de movimiento inicial − impulso = cantidad de movimiento final

$$M(20{,}0) - F_x\,dt = M(0)$$

$$\frac{wQ}{g}dt\,(20{,}0) - F_x\,dt = 0$$

y $$F_x = \frac{1000[\overset{A}{(\pi/4)(0{,}10)^2}](\overset{V}{20{,}0}) \times \overset{V}{20{,}0}}{9{,}8} = 320 \text{ kg (hacia la izquierda para mantener el equilibrio).}$$

No existe componente según la dirección Y de la fuerza en este problema, ya que las dos componentes, según esta dirección, en la placa se compensan una con otra. Se observa que también se va dt, por lo que hubiera podido escogerse igual a 1 segundo.

Es fácil ver que esta expresión del impulso-cantidad de movimiento puede ordenarse en la forma

$$F = MV = \frac{wQ}{g}V = \frac{w}{g}(AV)V = \rho A V^2 \quad \text{(kg)} \tag{1}$$

(*b*) Para obtener la presión media se divide la fuerza dinámica total por el área sobre la que actúa.

$$\text{Presión media} = \frac{\text{fuerza}}{\text{área}} = \frac{\rho A V^2}{20A} = \frac{\rho V^2}{20} = \frac{w}{10}\left(\frac{V^2}{2g}\right) \quad \text{(kg/m}^2\text{)}$$

De los Problemas 1 y 5 del Capítulo 9, la presión de estancamiento $= p_s = w(V^2/2g)$ (kg/m²).
Por tanto, la presión media es 1/10 de la presión de estancamiento, en este caso.

4. Una placa curvada desvía un ángulo de 45° un chorro de agua de 10 cm de diámetro. Para una velocidad del chorro de 40 m/seg, dirigida hacia la derecha, calcular el valor de las componentes de la fuerza desarrollada contra la placa curvada (se supone que no existe rozamiento).

Solución:

Las componentes se elegirán en la dirección inicial del chorro y en la dirección perpendicular a la anterior. El agua cambia su cantidad de movimiento por la acción ejercida por la fuerza que produce la placa sobre el chorro.

(*a*) Para la dirección X, tomando el signo + hacia la derecha y suponiendo F_x positiva,

Cantidad de movimiento inicial + impulso = cantidad de movimiento final.

$$MV_{x_1} + F_x\,dt = MV_{x_2}$$

$$\frac{wQ\,dt}{g}V_{x_1} + F_x\,dt = \frac{wQ\,dt}{g}V_{x_2}$$

Ordenando, y al observar que $V_{x_2} = +V_{x_1}\cos 45°$, se obtiene

$$F_x = \frac{1000[(\pi/4)(0{,}10)^2](40)}{9{,}8}(40 \times 0{,}707 - 40) = -375 \text{ kg}$$

donde el signo menos indica que F_x se dirige hacia la izquierda (se supuso dirigida hacia la derecha). Si F_x se hubiera supuesto dirigida hacia la izquierda se hubiera obtenido la solución +375, indicando el signo que la hipótesis había sido la correcta.

La acción del agua sobre la placa es igual y opuesta a la ejercida por la placa sobre el agua. De aquí, componente X sobre la placa = 375 kg y dirigida hacia la derecha.

(*b*) Para la dirección Y, tomando *hacia arriba* el sentido positivo,

$$MV_{y_1} + F_y\,dt = MV_{y_2}$$

$$O + F_y\,dt = \frac{1000(0{,}0079)(40)dt}{9{,}8}(0{,}707 \times 40)$$

y $F_y = +906$ kg dirigida hacia arriba y actuando sobre el agua. Por tanto, la componente Y sobre la placa = 906 kg y dirigida hacia abajo.

5. La fuerza ejercida por un chorro de agua de 2 cm de diámetro sobre una placa plana, mantenida normalmente al eje del chorro, es de 70 kg. ¿Cuál es el caudal en l/seg?

Solución:

De la ecuación (*1*) del Problema 3,

$$F_x = \frac{1000QV}{9{,}8} = \rho A V^2$$

$$70 = \frac{1000[(\pi/4)(0{,}02)^2]V^2}{9{,}8} \text{ y } V = 46{,}8 \text{ m/seg.}$$

De aquí, $Q = AV = [(\pi/4)(0{,}02)^2](46{,}8)10^3 = 14{,}7$ l/seg.

6. Si la placa del Problema 3 se estuviera moviendo hacia la derecha a una velocidad de 10,0 m/seg, ¿qué fuerza ejercería el chorro sobre la placa?

Solución:

Utilizando $t = 1$ segundo, MV_{x_1} inicial + $F_x(1) = MV_{x_2}$ final.

En este caso, la masa de agua que, por unidad de tiempo, está cambiando su cantidad de movimiento no es igual a la que lo hace en el caso de placa en reposo. En el caso de placa en reposo, en un segundo, una masa de agua de

$$(w/g)(\text{volumen}) = (w/g)(A \times 20{,}0)$$

cambia su cantidad de movimiento. Para la placa moviéndose, en un segundo la masa que incide contra la placa es

$$M = (w/g)[A(20{,}0 - 10{,}0)]$$

donde (20,0 − 10,0) es la velocidad relativa del agua respecto de la placa.

De aquí, $$F_x = \frac{1000[(\pi/4)(0{,}10)^2](20{,}0 - 10{,}0)}{9{,}8}(10{,}0 - 20{,}0)$$

y F_x = fuerza de la placa sobre el agua = −80 kg dirigida hacia la izquierda. Por tanto, la fuerza del agua sobre la placa será de 80 kg dirigida hacia la derecha.

Si la placa se hubiera movido hacia la izquierda a una velocidad de 10,0 m/seg, la masa de agua, que en un segundo cambia su cantidad de movimiento, sería mayor. El valor de V_{x_2} es ahora igual a $-10,0$ m/seg. El módulo de la fuerza sería

$$F_x = \frac{1000(0,0079)[20,0-(-10,0)]}{9,8}(-10,0-20,0) = -725 \text{ kg dirigida hacia la izquierda y que actúa sobre el agua.}$$

7. El álabe fijo mostrado en la Fig. 11-2 divide el chorro de forma que salen en cada una de las direcciones 30 l/seg. Para una velocidad inicial de 15,0 m/seg, determinar los valores de las componentes en las direcciones X e Y de la fuerza necesaria para mantener el álabe en equilibrio (suponer que no existe fricción).

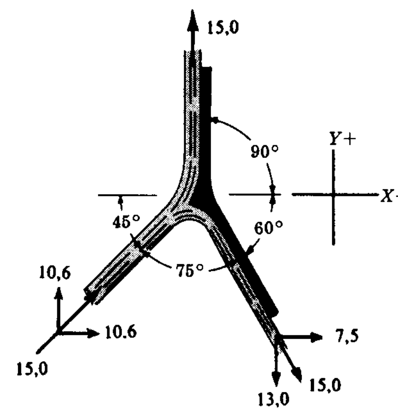


Fig. 11-2

Solución:

(*a*) En la dirección X, tomando $t = 1$ segundo,

$$MV_{x_1} - F_x(1) = \tfrac{1}{2}MV_{x_2} + \tfrac{1}{2}MV_{x_2}$$

$$\frac{1000(30\times10^{-3})}{9,8}(10,6) - F_x = \frac{1000}{9,8}\left(\frac{30\times10^{-3}}{2}\right)(0+7,5)$$

y $F_x = +32,4 - 11,5 = +20,9$ kg dirigida hacia la izquierda.

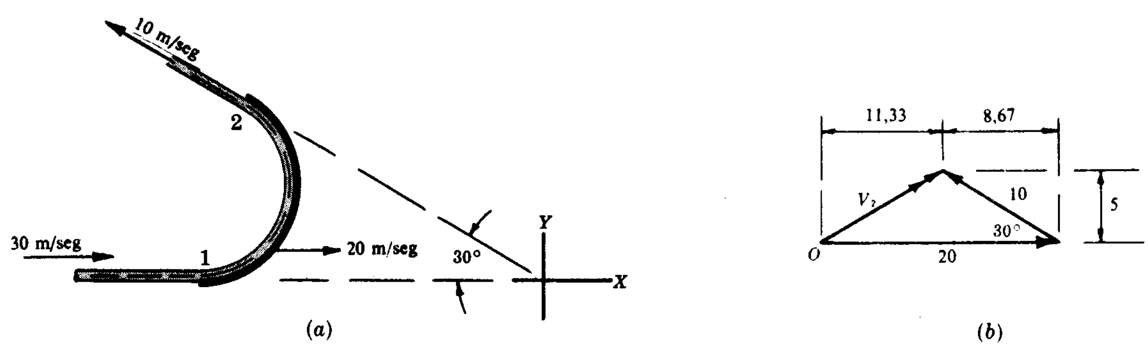
(*b*) En la dirección Y,

$$MV_{y_1} - F_y(1) = \tfrac{1}{2}MV_{y_2} - \tfrac{1}{2}MV'_{y_2}$$

$$\frac{1000(30\times10^{-3})}{9,8}(10,6) - F_y = \frac{1000}{9,8}\left(\frac{30\times10^{-3}}{2}\right)(+15,0-13,0)$$

y $F_y = +32,4 - 3,1 = 29,3$ kg dirigida hacia abajo.

8. Un chorro de 10 cm de diámetro y a una velocidad de 30 m/seg, incide sobre un álabe móvil, que lleva una velocidad de 20 m/seg en la misma dirección del chorro. La dirección de salida del álabe forma un ángulo de 150° con la de entrada. Suponiendo que no existe rozamiento, calcular las componentes en las direcciones X e Y de la fuerza que ejerce el agua sobre el álabe. [Véase Fig. 11-3(*a*).]



Solución:

Fig. 11-3

La velocidad relativa $V_{x_1} = 30 - 20 = 10$ m/seg hacia la derecha.

La velocidad del agua en 2 = $V_{\text{agua/álabe}} \leftrightarrow V_{\text{álabe}}'$ [véase Fig. 11-3(*b*)] de la cual $V_{2_x} = 11,33$ m/seg hacia la derecha y $V_{2_y} = 5,00$ m/seg hacia arriba.

Se aplica ahora el principio del impulso-cantidad de movimiento en la dirección X.

(*a*) $$(\text{Inicial})MV_x - F_x(1) = (\text{final})MV_x$$

$$M(30) - F_x = M(+11{,}33)$$

y $F_x = \frac{1000}{9{,}8}[\frac{\pi}{4}(0{,}10)^2 \times 10](30 - 11{,}33) = 149{,}5$ kg hacia la izquierda y actuando sobre el agua.

(*b*) $$(\text{Inicial})MV_y - F_y(1) = (\text{final})MV_y$$

$$M(0) - F_y = M(+5)$$

y $F_y = \frac{1000}{9{,}8}[\frac{\pi}{4}(0{,}10)^2 \times 10](0 - 5) = -40{,}0$ kg hacia arriba y actuando sobre el agua.

Las componentes de la fuerza ejercida por el agua sobre el álabe son 149,5 kg hacia la derecha y 40,0 kg hacia abajo.

9. Si en el Problema 8 el rozamiento reduce la velocidad del agua respecto del álabe de 10,0 m/seg a 9,0 m/seg, (*a*) ¿cuáles serán las componentes de la fuerza ejercida por el álabe sobre el agua? y (*b*) ¿cuál será la velocidad final absoluta del agua?

Solución:

Las componentes de la velocidad absoluta en (*2*) se determinarán resolviendo un triángulo análogo al de la Fig. 11-3(*b*) del Problema 8, utilizando un vector horizontal igual a 20,0 y otro igual a 9,0 dirigido hacia la izquierda y hacia arriba formando un ángulo de 30° con el anterior. Así,

$V_{2_x} = 12{,}2$ m/seg hacia la derecha y $V_{2_y} = 4{,}5$ m/seg hacia arriba

(*a*) Por tanto, $F_x = \frac{1000}{9{,}8}[\frac{\pi}{4}(0{,}10)^2 \times 10](30{,}0 - 12{,}2) = 142{,}5$ kg hacia la izquierda y actuando sobre el agua.

$F_y = \frac{1000}{9{,}8}[\frac{\pi}{4}(0{,}10)^2 \times 10](0 - 4{,}5) = -36{,}0$ kg hacia arriba y actuando sobre el agua.

(*b*) A partir de las componentes dadas antes, la velocidad absoluta con que el agua abandona el álabe será

$V_2 = \sqrt{(12{,}2)^2 + (4{,}5)^2} = 13{,}0$ m/seg hacia arriba y hacia la derecha formando un ángulo con la horizontal $\theta_x = \text{arc tg } (4{,}5/12{,}2) = 20{,}2°$.

10. Para una velocidad dada de un chorro, determinar las condiciones que producirán un trabajo (o potencia) máximo sobre una serie de álabes móviles (despreciando el rozamiento a lo largo de los álabes).

Solución:

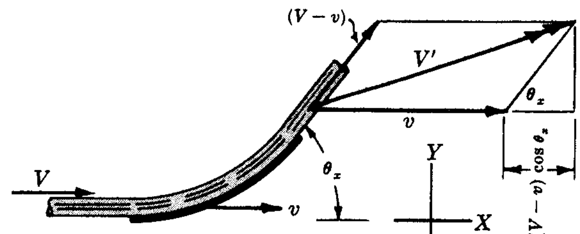


Fig. 11-4

Se considera en primer lugar la velocidad de los álabes que proporciona una potencia máxima. Con referencia a la Fig. 11-4, se va a obtener una expresión que dé la potencia desarrollada en la dirección X, suponiendo que los álabes se mueven a lo largo del eje X. Como el chorro completo incide sobre uno u otro álabe de los diversos que forman la serie, la masa total que está fluyendo es la que cambia su cantidad de movimiento, es decir, $M = (w/g)AV$.

Potencia = trabajo por segundo = fuerza × distancia recorrida en un segundo en la dirección de la fuerza.

(1) Se determina ahora la fuerza aplicando el principio de la cantidad de movimiento. La velocidad absoluta final en la dirección X es

$$V'_x = v + (V - v)\cos\theta_x$$

y cantidad de movimiento inicial − impulso = cantidad de movimiento final

$$MV - F_x(1) = M[v + (V - v)\cos\theta_x]$$
$$F_x = (wAV/g)[(V - v)(1 - \cos\theta_x)]$$

Entonces, $\qquad$ Potencia $P = (wAV/g)[(V - v)(1 - \cos\theta_x)]v \qquad (1)$

Como $(V - v)v$ es la variable que debe tomar un valor máximo para la potencia máxima, al igualar su primera derivada a cero se obtiene

$$dP/dv = (wAV/g)(1 - \cos\theta_x)(V - 2v) = 0$$

De donde $v = V/2$, es decir, los álabes deben moverse a una velocidad igual a la mitad de la velocidad del chorro.

(2) Por simple inspección de la fórmula (1) anterior se ve que para unos valores dados de V y v, la máxima potencia se obtiene cuando $\theta_x = 180°$. Como, por lo general, este ángulo no puede conseguirse en la práctica, un ángulo alrededor de 170° es el adecuado. La reducción de potencia es pequeña en tanto por ciento.

(3) En la dirección Y, la fuerza no compensada se equilibra utilizando álabes o cazoletas cuspidales, que desvían la mitad del caudal de agua del chorro a cada uno de los lados del eje Y.

11. (*a*) Con referencia a la Fig. 11-5, ¿con qué ángulo debe incidir un chorro de agua, que se mueve a una velocidad de 15,0 m/seg, sobre una serie de álabes, que se mueven a una velocidad de 6,0 m/seg, para que el agua entre tangencialmente en los álabes, es decir, no haya choque? (*b*) ¿Qué potencia se desarrollará si el caudal es de 125 l/seg? (*c*) ¿Cuál es el rendimiento de los álabes?

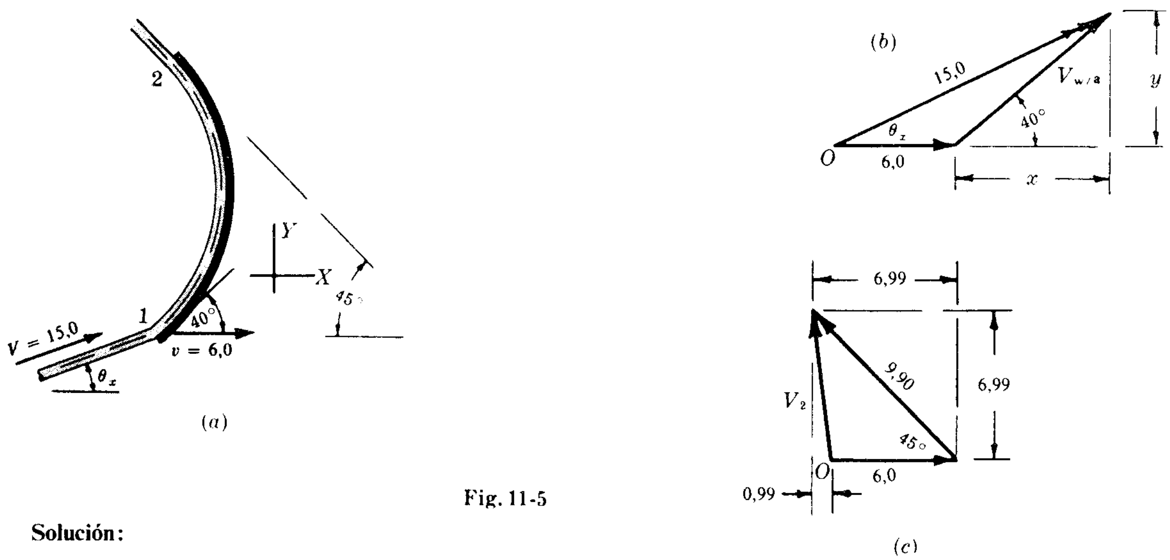


Fig. 11-5

Solución:

(*a*) $\qquad$ Velocidad del agua = velocidad del agua/álabes $\leftrightarrow$ velocidad de los álabes

o $\qquad$ 15,0 en $\angle\theta_x$ = ? en 40° $\leftrightarrow$ 6,0 $\rightarrow$

Del diagrama vectorial, Fig. 11-5(*b*), $15\cos\theta_x = 6{,}0 + x$, $15 \operatorname{sen}\theta_x = y$ y $\operatorname{tg} 40° = y/x = 0{,}8391$. Resolviendo estas ecuaciones, $\theta_x = 25°5'$.

(*b*) De la Fig. 11-5(*b*) puede determinarse la velocidad del agua respecto de los álabes.

$$y = 15 \operatorname{sen}\theta_x = 15 \operatorname{sen} 25°5' = 6{,}36 \text{ m/seg} \quad \text{y} \quad V_{ag/al} = y/(\operatorname{sen} 40°) = 9.90 \text{ m/seg}.$$

Además, V_{x_2} (absoluta) = 0,99 m/seg, hacia la izquierda, como se deduce de la Fig. 11-5(*c*). Por tanto,

$$\text{fuerza } F_x = \overset{M}{\frac{1000 \times 0{,}125}{9{,}8}}[\overset{V_1\cos\theta_x}{15 \times 0{,}906} - (-0{,}99)] = 161 \text{ kg y la potencia } E_x = 161 \times 6 = 966 \text{ kgm/seg.}$$

(*c*) Rendimiento $= \dfrac{966}{\frac{1}{2}M(15)^2} = \dfrac{966}{1435} = 67{,}3\,\%$.

12. Una tubería de 60 cm de diámetro, que transporta 900 l/seg de un aceite (Dr = 0,85), tiene un codo de 90° en un plano horizontal. La pérdida de carga en el codo es de 1,10 m de aceite y la presión a la entrada de 3,00 kg/cm^2. Determinar la fuerza resultante ejercida por el aceite sobre el codo.

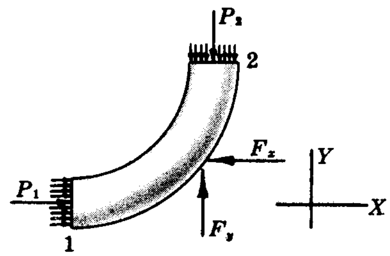


Fig. 11-6

Solución:

Con referencia a la Fig. 11-6, el diagrama del cuerpo libre, que se muestra, pone de manifiesto las fuerzas estáticas y dinámicas que actúan sobre la masa de aceite que ocupa el codo. Dichas fuerzas se calculan como sigue:

(*a*) $P_1 = p_1 A = 3{,}00 \times \frac{1}{4}\pi(60)^2 = 8480$ kg.

(*b*) $P_2 = p_2 A$, donde $p_2 = p_1 -$ pérdida en kg/cm^2, como se deduce a partir de la ecuación de Bernoulli, ya que $z_1 = z_2$ y $V_1 = V_2$. Por tanto, $P_2 = (3{,}00 - 0{,}85 \times 1000 \times 1{,}10/10^4) \times \frac{1}{4}\pi(60)^2 = 8220$ kg.

(*c*) Mediante el principio del impulso-cantidad de movimiento y sabiendo que $V_1 = V_2 = Q/A = 3{,}2$ m/seg,

$$MV_{x_1} + \Sigma\,(\text{fuerzas en la dirección } X) \times 1 = MV_{x_2}$$

$$8480 - F_x = (0{,}85 \times 1000 \times 0{,}9000/9{,}8)(0 - 3{,}2) = -250 \text{ kg}$$

y $\quad F_x = 8730$ kg hacia la izquierda y sobre el aceite

(*d*) Análogamente, para $t = 1$ segundo,

$$MV_{y_1} + \Sigma\,(\text{fuerzas en la dirección } Y) \times 1 = MV_{y_2}$$

$$F_y - 8220 = (0{,}85 \times 1000 \times 0{,}900/9{,}8)(3{,}2 - 0) = +250 \text{ kg}$$

y $\quad F_y = +8270$ kg hacia abajo y sobre el aceite.

Sobre el codo la fuerza resultante R actúa hacia la derecha y hacia abajo, y su valor es igual a

$$R = \sqrt{(8730)^2 + (8270)^2} = 12.025 \text{ kg con } \theta_x = \text{arc tg } (8270/8730) = 43{,}4°$$

13. La tubería de 60 cm del Problema 12 está conectada a una tubería de 30 cm mediante un cono *reductor* normal. Para el mismo caudal de 900 l/seg de aceite, y una presión de 2,80 kg/cm^2 en la sección 1 (Fig. 11-7), ¿cuál es la fuerza ejercida por el aceite sobre el cono reductor si se desprecian las pérdidas de carga en el mismo?

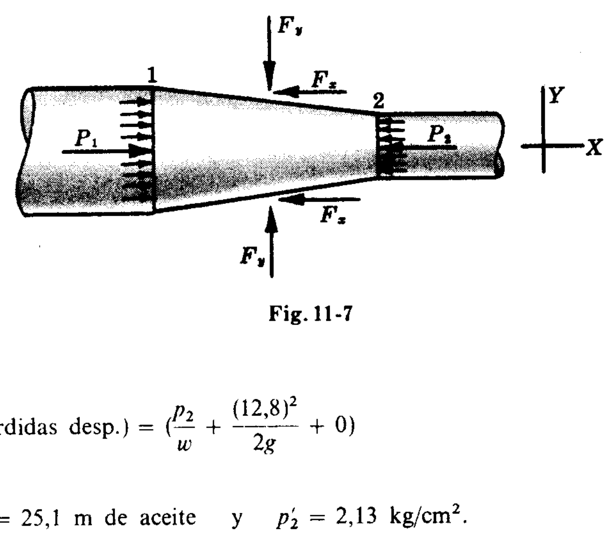


Fig. 11-7

Solución:

Como $V_1 = 3{,}2$ m/seg, $V_2 = (2/1)^2 \times 3{,}2 = 12{,}8$ m/seg. Además, al aplicar la ecuación de Bernoulli entre las secciones 1 y 2, a la entrada y salida del reductor, se obtiene

$$\left(\frac{p_1}{w} + \frac{(3{,}2)^2}{2g} + 0\right) - (\text{pérdidas desp.}) = \left(\frac{p_2}{w} + \frac{(12{,}8)^2}{2g} + 0\right)$$

Despejando, $\dfrac{p^2}{w} = \dfrac{2{,}80 \times 10^4}{0{,}85 \times 1000} + \dfrac{10{,}2}{2g} - \dfrac{163{,}8}{2g} = 25{,}1$ m de aceite $\quad$ y $\quad p_2' = 2{,}13$ kg/cm^2.

En la Fig. 11-7 se representan las fuerzas que actúan sobre la masa de aceite que ocupa el reductor.

$$P_1 = p_1 A_1 = 2{,}80 \times \tfrac{1}{4}\pi(60)^2 = 7920 \text{ kg (hacia la derecha)}$$
$$P_2 = p_2 A_2 = 2{,}13 \times \tfrac{1}{4}\pi(30)^2 = 1510 \text{ kg (hacia la izquierda)}$$

Varía la cantidad de movimiento del aceite en la dirección X. Por tanto,

$$MV_{x_1} + \Sigma \text{ (fuerzas en la dirección } X) \times 1 = MV_{x_2}$$

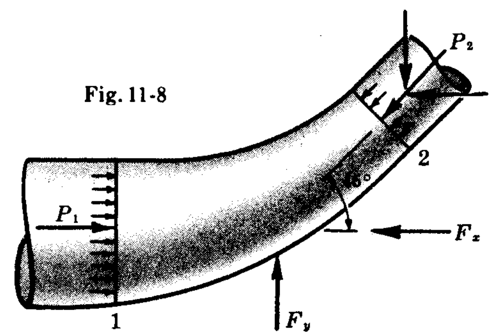
$$(7920 - 1510 - F_x)1 = (0{,}85 \times 1000 \times 0{,}900/9{,}8)(12{,}8 - 3{,}2)$$

y $F_x = 5660$ kg, actuando hacia la izquierda sobre el aceite.

Las fuerzas en la dirección Y se equilibran unas con otras y $F_y = 0$.
De aquí, la fuerza ejercida por el aceite sobre el cono reductor es de 5660 kg actuando hacia la derecha.

14. Por un codo reductor de 45°, de 60 cm de diámetro en la sección de aguas arriba y 30 cm en la de aguas abajo, circulan 450 l/seg de agua con una presión de 1,50 kg/cm² en la sección 1 (Fig. 11-8). Despreciando cualquier pérdida en el codo, calcular la fuerza ejercida por el agua sobre el codo reductor.

Fig. 11-8



Solución:

$V_1 = 0{,}450/A_1 = 1{,}60$ m/seg
y $V_2 = 6{,}40$ m/seg

La ecuación de Bernoulli, entre las secciones 1 y 2, da

$$\left(\frac{1{,}50 \times 10^4}{1000} + \frac{2{,}56}{2g} + 0\right) - (\text{pérdida desp.}) = \left(\frac{p_2}{w} + \frac{40{,}96}{2g} + 0\right)$$

de la cual, $p_2/w = 13{,}0$ m y $p_2' = 1{,}30$ kg/cm².

En la Fig. 11-8 se muestran las fuerzas estáticas y dinámicas que actúan sobre la masa de agua.

$$P_1 = p_1A_1 = 1{,}50 \times \tfrac{1}{4}\pi(60)^2 = 4240 \text{ kg}$$
$$P_2 = p_2A_2 = 1{,}30 \times \tfrac{1}{4}\pi(30)^2 = 920 \text{ kg}$$
$$P_{2_x} = P_{2_y} = 920 \times 0{,}707 = 650 \text{ kg}$$

En la dirección X,

$$MV_{x_1} + \Sigma \text{ (fuerzas en la dirección } X) \times 1 = MV_{x_2}$$
$$(4240 - 650 - F_x)1 = (1000 \times 0{,}450/9{,}8)(6{,}40 \times 0{,}707 - 1{,}60)$$

y $F_x = 3455$ kg hacia la izquierda.

En la dirección Y,

$$(+F_y - 650)1 = (1000 \times 0{,}450/9{,}8)(6{,}40 \times 0{,}707 - 0)$$

y $F_y = 860$ kg hacia arriba.

La fuerza ejercida por el agua sobre el codo reductor es $F = \sqrt{(3455)^2 + (860)^2} = 3560$ kg dirigida hacia la derecha y hacia abajo, siendo el ángulo que forma con la horizontal $\theta_x = \text{arc tg } (860/3455) = 13°59'$.

15. Con referencia a la Fig. 11-9, un chorro de agua de 5 cm de diámetro choca con una compuerta cuadrada de 1,20 m de lado y que forma con la dirección del chorro un ángulo de 30° La velocidad del chorro es de 20 m/seg e incide en el centro de gravedad de la compuerta. Despreciando el rozamiento, ¿qué fuerza normal a la compuerta habrá que aplicar en el extremo opuesto a la bisagra para mantenerla en equilibrio?

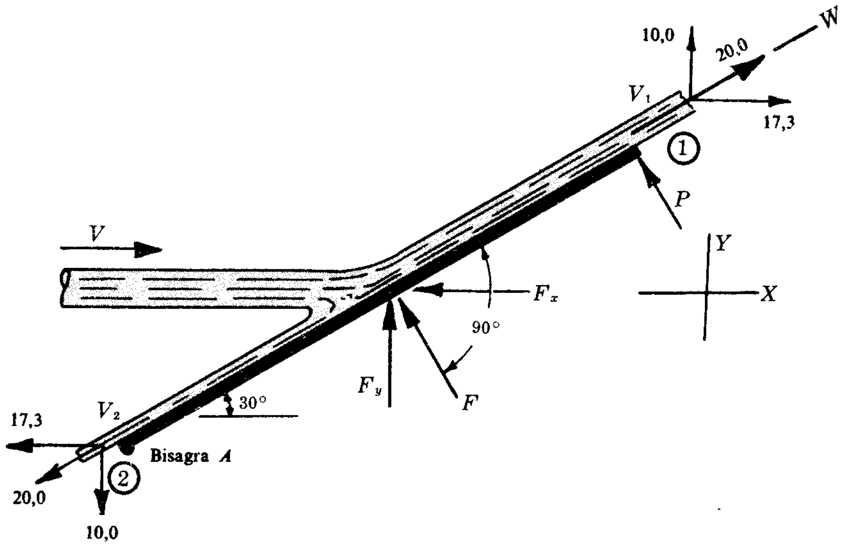


Fig. 11-9

Solución:

La fuerza ejercida por la compuerta sobre el agua será perpendicular a la compuerta, por no existir rozamie to. De aquí, por no actuar ninguna fuerza en la dirección W, mostrada en la figura, no habrá variación de la ca tidad de movimiento en esta dirección. Por tanto, utilizando las componentes en la dirección W,

$$\text{Cantidad de movimiento inicial} \pm 0 = \text{cantidad de movimiento final}$$
$$+M(V \cos 30°) = +M_1 V_1 - M_2 V_2$$
$$(w/g)(A_{chor.} V)(V \cos 30°) = (w/g)(A_1 V_1)V_1 - (w/g)(A_2 V_2)V_2$$

Pero $V = V_1 = V_2$ (por despreciarse el rozamiento). Entonces,

$$A_{chor.} \cos 30° = A_1 - A_2 \text{ y, por la ecuación de continuidad, } A_{chor.} = A_1 + A_2$$

Resolviendo este sistema,

$$A_1 = A_{chor.}(1 + \cos 30°)/2 = A_{chor.} \times 0{,}933 \quad \text{y} \quad A_2 = A_{chor.}(1 - \cos 30°)/2 = A_{chor.} \times 0{,}067$$

La corriente de agua se divide como se ha indicado y la ecuación de la cantidad de movimiento en la direc ción X da

$$[\frac{1000}{9{,}8}(\frac{1}{4}\pi)(0{,}05)^2 20]20 - F_x(1) = [\frac{1000}{9{,}8}(\frac{1}{4}\pi)(0{,}05)^2 0{,}933(20)]17{,}3 + [\frac{1000}{9{,}8}(\frac{1}{4}\pi)(0{,}05)^2 0{,}067(20)](-17{,}3)$$

de donde $F_x = 20{,}5$ kg.

Análogamente, en la dirección Y,

$$M(0) + F_y(1) = [\frac{1000}{9{,}8}(0{,}002)(0{,}933)20]\,10 + [\frac{1000}{9{,}8}(0{,}002)(0{,}067)20]\,(-10)\,.$$

de donde $F_y = 35{,}3$ kg.

Para la compuerta, como cuerpo libre, $\Sigma M_{bisagra} = 0$ y

$$+20{,}5(0{,}3) + 35{,}3(0{,}6 \times 0{,}866) - P(1{,}2) = 0 \quad \text{o} \quad P = 20{,}4 \text{ kg}$$

16. Determinar la reacción que produce un chorro que fluye por un orificio practicado en la pared lateral del depósito que contiene el líquido.

Solución:

En la figura adjunta se toma como un cuerpo libre la masa de líquido $ABCD$. Las únicas fuerzas horizontales presentes son F_1 y F_2, que producen la variación en la cantidad de movimiento del agua.

$(F_1 - F_2) \times 1 = M(V_2 - V_1)$, donde V_1 puede considerarse despreciable.

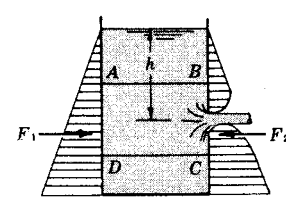


Fig. 11-10

Reacción $F = F_1 - F_2 = \frac{wQ}{g} V_2 = \frac{wA_2V_2}{g} V_2$.

Pero $A_2 = c_cA_o$ y $V_2 = c_v\sqrt{2gh}$.

De donde $F = \frac{w(c_cA_o)}{g} c_v^2(2gh) = (c\, c_v)wA_o(2h)$ (hacia la derecha sobre el líquido)

(1) Para los valores medios $c = 0{,}60$ y $c_v = 0{,}98$, la fuerza de reacción es $F = 1{,}176whA_0$. De aquí, la fuerza que actúa hacia la izquierda sobre el depósito es, aproximadamente, el 18 % mayor que la fuerza estática que actuaría sobre un tapón que cerrara justamente el orificio.

(2) Para un flujo ideal (sin rozamiento y sin contracción), $F = 2(whA_0)$.
Esta fuerza es igual al doble de la que actuaría sobre el tapón que cerrara el orificio.

(3) Para el caso de una boquilla ($c_c = 1{,}00$), la reacción es $F = c_v^2wA(2h)$, donde h representa la altura de carga efectiva que da lugar al flujo.

17. Los chorros de un aparato de riego por aspersión tienen 3 cm de diámetro y salen en dirección normal al radio de 60 cm. Si la presión en las bases de las boquillas es de 3,50 kg/cm², ¿qué fuerza debe aplicarse sobre cada uno de los brazos, a 30 cm del eje de giro, para mantener el aspersor en reposo? (Utilizar $c_v = 0{,}80$ y $c_c = 1{,}00$.)

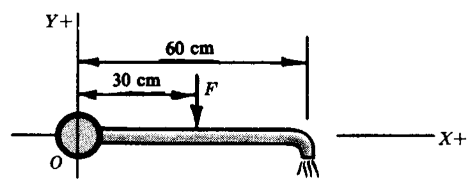


Fig. 11-11

Solución:

La reacción producida por el chorro del aspersor puede calcularse por el principio de la cantidad de movimiento. Además, como la fuerza que produce el cambio en la cantidad de movimiento en la dirección X actúa a lo largo del eje X, no da lugar a ningún par. Interesa, por tanto, la variación de la cantidad de movimiento en la dirección Y. Pero la cantidad de movimiento inicial en la dirección Y es nula. La velocidad del chorro será

$$V_Y = c_v\sqrt{2gh} = 0{,}80\sqrt{2g(35{,}0 + \text{altura de velocidad despreciable})} = 21{,}0 \text{ m/seg}$$

Así, $$F_Y\,dt = M(V_Y) = [\frac{1000}{9{,}8} \times \tfrac{1}{4}\pi(0{,}03)^2 \times 21{,}0\ dt](-21{,}0)$$

de donde $F_Y = -31{,}8$ kg dirigida hacia abajo y actuando sobre el agua. De aquí, la fuerza que el chorro ejerce sobre el aspersor es de $+31{,}8$ kg y dirigida hacia arriba. Finalmente,

$$\Sigma M_0 = 0, \quad F(0{,}3) - 0{,}6(31{,}8) = 0, \quad F = 63{,}6 \text{ kg para el equilibrio}$$

18. Desarrollar las ecuaciones básicas que dan el empuje en los dispositivos de propulsión.

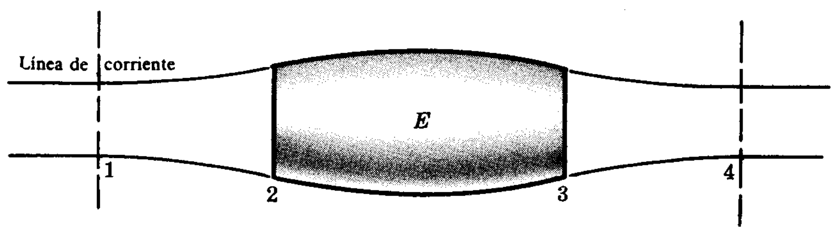


Fig. 11-12

Solución:

En la Fig. 11-12 se muestra un motor a reacción E, que utiliza W kg de aire por segundo. En la sección 1, la velocidad V_1 del aire que entra en el motor es igual a la velocidad de vuelo. También se considera que el aire entra a la presión atmosférica (a la que no tienen lugar ondas de choque). En el motor E el aire es comprimido y calentado por combustión. El aire abandona la tobera en la sección 3 a una gran velocidad, con lo que su cantidad de movimiento ha aumentado notablemente.

En la mayoría de los motores a reacción, el peso por segundo de aire que sale del motor es mayor que el que entra, debido a la adición del combustible. Este aumento viene a ser del 2 %. El peso de aire a la salida se mide, por lo general, en la sección 3.

El empuje se evalúa en función de la variación en la cantidad de movimiento como sigue:

$$\text{Empuje}\, F \;=\; \frac{W_{\text{sal}}\, V_4}{g} - \frac{W_1\, V_1}{g} \tag{A}$$

En los casos en que la presión en la sección 3 es mayor que la atmosférica se obtiene todavía una aceleración adicional del gas. La fuerza adicional es igual al producto de la diferencia de presiones por el área de la sección 3. Así, para la variación de la cantidad de movimiento entre las secciones 1 y 3, se obtiene

$$F \;=\; \frac{W_{\text{sal}}\, V_3}{g} + A_3(p_3 - p_4) - \frac{W_1\, V_1}{g} \tag{B}$$

Si se quiere determinar la velocidad efectiva de eyección, se resuelve el sistema de ecuaciones simultáneas (*A*) y (*B*),

$$V_4 \;=\; V_3 + \frac{gA_3}{W_3}(p_3 - p_4) \tag{C}$$

Se observará que si $p_3 = p_4$, $V_4 = V_3$.

El término $W_1 V_1/g$ se conoce con el nombre de empuje negativo o resistencia de atraque. El empuje bruto (producido por la tobera) es $W_3 V_4/g$ en la ecuación (*A*) y $W_3 V_3/g + A_3(p_3 - p_4)$ en la ecuación (*B*).

Para un motor cohete el empuje se calcula mediante la ecuación (*A*) por ser $V_1 = 0$ en estos dispositivos.

19. En el laboratorio se ensaya un motor a chorro. El motor consume 23,0 kg/seg de aire y 0,20 kg/seg de combustible. Si la velocidad de salida de los gases es de 450 m/seg, ¿qué valor tiene el empuje?

Solución:

Mediante la fórmula (*A*) del Problema 18, empuje $F = (23{,}2 \times 450 - 23 \times 0)/9{,}8 = 1060$ kg.

20. Un motor a chorro funciona a 180 m/seg y consume un caudal en peso de aire de 23,0 kg/seg. ¿A qué velocidad ha de descargar el aire para que el empuje sea igual a 680 kg?

Solución:

Empuje $F = 680 = (23/9{,}8)(V_{\text{sal.}} - 180)$, de donde $V_{\text{sal.}} = 470$ m/seg.

21. En el laboratorio se ensaya un motor turborreactor bajo unas condiciones semejantes a las que reinan en cierta altitud, donde la presión atmosférica es de 3830 kg/m² (ab), la temperatura $T = 238{,}5°$ K y el peso específico $w = 0{,}549$ kg/m³. Si el área de la sección de salida del motor es de 1400 cm² y la presión de salida la atmosférica, ¿cuál es el número de Mach si el empuje bruto es de 670 kg? (Utilizar $k = 1{,}33$.)

Solución:

Como en la ecuación (*B*) del Problema 18, $p_3 = p_4$ y $V_1 = 0$,

$$F = W_s V_s/g = (wA_s V_s)V_s/g, \quad 670 = 0{,}549(0{,}140)V_s^2/g, \quad V_s = 292 \text{ m/seg}$$

$$\text{El número de Mach } N_M = V_s/c = V_s/\sqrt{kgRT} = 292/\sqrt{1{,}33(9{,}8)(29{,}3)(238{,}5)} = 0{,}97$$

22. En el Problema 21, ¿cuál será el empuje bruto si la presión de salida fuera de 0,70 kg/cm² (ab) y el número de Mach igual a 1,00? (Utilizar $k = 1{,}33$.)

Solución:

Con el fin de calcular la velocidad de salida para las nuevas condiciones en la salida, se calcula la temperatura en dicha sección a partir de

$T_s/238{,}5 = (0{,}70 \times 10^4/3830)^{(k-1)/k}$, de donde $T_s = 277^\circ$ K.

Entonces, $V_s = N_M c = N_M\sqrt{kgRT} = 1{,}00\sqrt{1{,}33(9{,}8)(29{,}3)(277)} = 325$ m/seg.

Además, se calculará el peso específico en la salida a partir de

$$(w_1/w_2)^k = p_1/p_2, \quad (w_s/0{,}549)^{1{,}33} = 0{,}70 \times 10^4/3830, \quad w_e = 0{,}864 \text{ kg/m}^3$$

Mediante la ecuación (B) del Problema 18,

$$F = 0{,}864(0{,}140)(325)^2/9{,}8 + 0{,}140(7000 - 3830) - 0 = 1746 \text{ kg.}$$

23. Un motor cohete quema su propulsor a razón de 6,90 kg/seg. Los gases, productos de la combustión, abandonan el cohete a la presión atmosférica y a una velocidad relativa de 980 m/seg. La tobera de empuje tiene un área de salida de 320 m^2 y el peso bruto del cohete es de 230 kg. En un instante determinado, el motor cohete desarrolla una potencia de 2500 CV. ¿Cuál es la velocidad del cohete?

Solución:

En un motor cohete no entra aire del exterior de forma que los términos de la sección 1 en la ecuación (B) del Problema 18 se anulan. Además, como la presión de salida es la atmosférica, $p_3 = p_4$. Así, el empuje

$$F_T = (W_s/g)V_s = (6{,}90/9{,}8)(980) = 690 \text{ kg}$$

$$\text{y como } 2500 \text{ CV} = F_T V_{\text{cohete}}/75, \quad V_{\text{cohete}} = 272 \text{ m/seg}$$

24. Suponiendo que la resistencia es función de las magnitudes físicas: densidad, viscosidad, elasticidad y velocidad del fluido, y de un área característica, demostrar que la resistencia es función de los números de Mach y de Reynolds (véase Capítulo 5, Problemas 9 y 16).

Solución:

Como ya quedó establecido en el Capítulo 5, un estudio mediante el análisis dimensional conducirá a la relación deseada, como se indica a continuación.

$$F_D = f_1(\rho, \mu, E, V, A)$$

o

$$F_D = C\rho^a \mu^b E^c V^d L^{2e}$$

Entonces, dimensionalmente, $F^1 L^0 T^0 = (F^a T^{2a} L^{-4a})(F^b T^b L^{-2b})(F^c L^{-2c})(L^d T^{-d}) L^{2e}$

y $\quad 1 = a + b + c, \quad 0 = -4a - 2b - 2c + d + 2e, \quad 0 = 2a + b - d$

Resolviendo el sistema en función de b y c se obtiene

$$a = 1 - b - c, \qquad d = 2 - b - 2c, \qquad e = 1 - b/2$$

Sustituyendo, $F_D = C\rho^{1-b-c}\mu^b E^c V^{2-b-2c} L^{2-b}$

Expresando esta ecuación en la forma usual se llega a

$$F = CA\rho V^2 \left(\frac{\mu}{L\rho V}\right)^b \left(\frac{E}{\rho V^2}\right)^c$$

o

$$F = A\rho V^2 f_2(R_E, N_M)$$

Esta ecuación pone de manifiesto que el coeficiente de resistencia de objetos sumergidos en corrientes fluidas de forma geométrica dada y orientados de forma definida respecto de la corriente, dependen únicamente de los números de Reynolds y de Mach.

En el caso de fluidos incompresibles el número de Reynolds es el predominante, y la influencia del número de Mach es pequeña o despreciable; por tanto, los coeficientes de resistencia son función exclusiva del número de Reynolds R_E. (Véanse Diagramas F y G del Apéndice.) En realidad, para valores pequeños de N_M el fluido puede considerarse incompresible en lo que se refiere al coeficiente de resistencia.

Cuando el número de Mach N_M es igual o mayor que 1,0 (con velocidades del fluido iguales o mayores qu la velocidad de propagación del sonido) el coeficiente de resistencia es solo función de N_M. (Véase Diagrama del Apéndice.) No obstante, frecuentemente se presentan situaciones en que el coeficiente de resistencia depenc tanto de R_E como de N_M.

Puede hacerse un estudio análogo del coeficiente de sustentación, y las conclusiones a que se han llegad son aplicables a este coeficiente de sustentación. Se sugiere el empleo del teorema de Pi de Buckingham.

25. Un viento de una velocidad de 80 km/h choca contra una pancarta de señalización de 2,0 m po 2,5 m incidiendo normalmente a su superficie. Para una lectura barométrica normal, ¿cuál es l fuerza que actúa contra la señal? (w = 1,200 kg/m³.)

Solución:

Para un chorro de fluido, de pequeña sección transversal, que incide sobre una placa en reposo de grande dimensiones, se ha visto que la fuerza ejercida por el fluido es

$$(\text{Fuerza})_x = \Delta(MV_x) = (w/g)(AV_x)V_x = \rho A V_x^2$$

La placa en reposo que se considera en este problema afecta a una gran cantidad de aire. Su cantidad de movimiento no se reduce a cero en la dirección X, como sucedía en el caso del chorro de agua. Los ensayo realizados con placas que se mueven a través de fluidos a diferentes velocidades muestran que el coeficiente de resistencia varía con la relación de longitud a anchura y que su valor es prácticamente constante por encima de números de Reynolds iguales a 1000. (Véase Diagrama F del Apéndice.) Es indiferente que el objeto se mueva a través de un fluido en reposo o sea el fluido el que se mueva alrededor del objeto en reposo; los coeficientes de resistencia y las resistencias totales son iguales en ambos casos. La velocidad relativa es la magnitud significativa.

El coeficiente (C_D) se emplea en la siguiente ecuación: Fuerza $F = C_D\rho A \dfrac{V^2}{2}$.

Esta ecuación se escribe a veces para incluir la altura de velocidad, en la siguiente forma:

$$\text{Fuerza } F = C_D w A \frac{V^2}{2g}.$$

Utilizando C_D = 1,20, obtenido en el Diagrama F, Fuerza $F = 1{,}20(\dfrac{1{,}200}{9{,}8})(5)\dfrac{(80 \times 1000/3600)^2}{2} = 181$ kg.

26. Una placa plana de 1,2 m por 1,2 m se mueve a una velocidad de 6,5 m/seg en dirección normal a su plano. Determinar la resistencia que se opone al movimiento (a) cuando se mueve a través del aire a 20° C y presión atmosférica normal y (b) cuando lo hace a través de agua a 15° C.

Solución:

(a) Del Diagrama F, para longitud/anchura = 1, C_D = 1,16.

$$\text{Resistencia} = C_D\rho A \frac{V^2}{2} = 1{,}16(\frac{1{,}200}{9{,}8})(1{,}2 \times 1{,}2)\frac{(6{,}5)^2}{2} = 4{,}3 \text{ kg.}$$

(b) $$\text{Resistencia} = C_D\rho A \frac{V^2}{2} = 1{,}16(102)(1{,}2 \times 1{,}2)\frac{(6{,}5)^2}{2} = 3600 \text{ kg.}$$

27. Un hilo de cobre de gran longitud y 12 mm de diámetro está tensado y expuesto a un viento de 27,0 m/seg, que incide normalmente al eje del hilo. Calcular la resistencia por metro de longitud.

Solución:

Para aire a 20° C la Tabla 1 da ρ = 0,1224 UTM/m³ y $\nu = 1{,}488 \times 10^{-5}$ m²/seg. Entonces,

$$R_E = \frac{Vd}{\nu} = \frac{27 \times 12 \times 10^{-3}}{1{,}488} \times 10^5 = 21.800$$

Del Diagrama F, C_D = 1,30. De aquí,

$$\text{Resistencia} = C_D\rho A \frac{V^2}{2} = 1{,}30(0{,}1224)(1 \times 0{,}012)\frac{(27)^2}{2} = 0{,}696 \text{ kg por metro de longitud}$$

28. Una placa plana de 0,9 m por 1,2 m se mueve a una velocidad de 12 m/seg a través de aire en reposo, formando un ángulo de 12° con la horizontal. Utilizando un coeficiente de resistencia de C_D = 0,17 y un coeficiente de sustentación de C_L = 0,72, determinar (a) la fuerza resultante que ejerce el aire sobre la placa, (b) la fuerza debida al rozamiento y (c) la potencia, en CV, necesaria para mantener el movimiento. (Utilizar w = 1,200 kg/m³.)

Solución:

(*a*) Resistencia $= C_D(\frac{w}{g})A\frac{V^2}{2}$

$= 0,17(\frac{1,200}{9,8})(1,08)\frac{(12)^2}{2} = 1,62$ kg.

Sustentación $= C_L(\frac{w}{g})A\frac{V^2}{2}$

$= 0,72(\frac{1,200}{9,8})(1,08)\frac{(12)^2}{2} = 6,85$ kg.

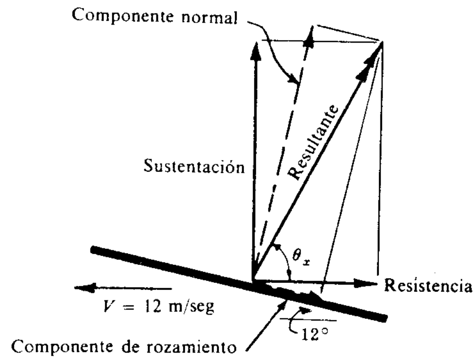


Fig. 11-13

Con referencia a la Fig. 11-13, la resultante de las componentes de resistencia y sustentación será

$R = \sqrt{(1,62)^2 + (6,85)^2} = 7,02$ kg, que actúa sobre la placa formando un ángulo $\theta_x = \text{arc tg }(6,85/1,62) = 76°42'$ con la horizontal.

(*b*) La resultante puede descomponerse también en una componente normal a la placa y una tangencial o de rozamiento (dibujadas a trazos en la figura). Del triángulo vectorial,

componente del rozamiento $= R\cos(\theta_x + 12°) = (7,02)(0,0227) = 0,16$ kg.

(*c*) Potencia (CV) = (fuerza en dirección del movimiento × velocidad)/75 = (1,62 × 12)/75 = 0,259 CV

29. Si un avión pesa 1800 kg y la superficie de sus alas es de 28 m², ¿qué *ángulo de ataque* han de formar las alas con la horizontal a una velocidad de 160 km/h? Suponer que el coeficiente de sustentación varía linealmente de 0,35 a 0° hasta 0,80 a 6° y utilizar para el aire $w = 1,200$ kg/m³.

Solución:

Para el equilibrio en dirección vertical, $\Sigma Y = 0$. Por tanto, sustentación − peso = 0, es decir,

$$\text{Peso} = C_L w A\frac{V^2}{2g}, \qquad 1800 = C_L(1,200)(28)\frac{(160 \times 1000/3600)^2}{2g}, \qquad C_L = 0,53$$

Por interpolación entre 0° y 6°, ángulo de ataque = 2,4°.

30. ¿Qué superficie de alas se necesita para soportar un avión de 2300 kg, cuando vuela a una velocidad de 28 m/seg con un *ángulo de ataque* de 5°? Utilizar los coeficientes dados en el Problema 29.

Solución:

Por los datos del problema anterior, o bien de una curva, $C_L = 0,725$ para 5°. Como en el Problema 29,

$$\text{Peso} = \text{sustentación}, \qquad 2300 = 0,725(1,200/9,8)A(28)^2/2, \qquad A = 66,16 \text{ m}^2$$

31. Un perfil de ala de 40 m² de área y con un ángulo de ataque de 6° se mueve a una velocidad de 25 m/seg. Si el coeficiente de resistencia varía linealmente de 0,040 a 4° hasta 0,120 a 14°, ¿qué potencia se requiere para mantener dicha velocidad en aire a 5° C y 0,90 kg/cm² de presión absoluta?

Solución:

$$w = \frac{p}{RT} = \frac{0,90 \times 10^4}{29,3(273 + 5)} = 1,105 \text{ kg/m}^3, \text{ para el aire}$$

Para un ángulo de ataque de 6°, por interpolación, $C_D = 0,056$.

$$\text{Resistencia} = C_D\rho A\, V^2/2 = 0,056(1,105/9,8)(40)(25)^2/2 = 79 \text{ kg}$$
$$\text{Potencia (CV)} = (79 \text{ kg})(25 \text{ m/seg})/75 = 26,3 \text{ CV}$$

32. En el problema precedente, para un coeficiente de sustentación de 0,70 y una cuerda de 1,50 m de longitud, determinar (*a*) la sustentación y (*b*) los números de Reynolds y Mach.

Solución:

(*a*) Sustentación $F_L = C_L \rho A\, V^2/2 = 0{,}70(1{,}105/g)(40)(25)^2/2 = 985$ kg.

(*b*) La longitud característica en el número de Reynolds es la longitud de la cuerda. Así,

$$R_E = \frac{VL\rho}{\mu} = \frac{25 \times 1{,}5 \times 1{,}105}{(1{,}77 \times 10^{-6})(9{,}8)} = 2.386.400$$

Se recordará que la viscosidad absoluta no varía con la presión.

$$N_M = V/\sqrt{E/\rho} = V/\sqrt{kgRT} = 25/\sqrt{(1{,}4)(9{,}8)(29{,}3)(278)} = 0{,}075$$

33. Un perfil de ala de 25 m² de área se mueve a una velocidad de 25,0 m/seg. Si la potencia requerida para mantener el movimiento es de 14,0 CV, ¿cuál es el ángulo de ataque empleado si las variaciones del coeficiente de resistencia son las dadas en el Problema 31? Utilizar, como en el Problema 31, $w = 1{,}105$ kg/m³.

Solución:

$$14{,}0 \text{ CV} = (\text{fuerza})(25{,}0 \text{ m/seg})/75, \qquad \text{fuerza} = 42{,}0 \text{ kg}$$

$$\text{Fuerza} = C_D \rho A V^2/2, \qquad 42{,}0 = C_D(1{,}105/9{,}8)(25)(25)^2/2, \qquad C_D = 0{,}0477$$

Mediante los datos que relacionan el ángulo de ataque con C_D, por interpolación, se obtiene como ángulo de ataque 5,0°.

34. Un furgón tiene 50 m² de área de uno de sus lados. Calcular la fuerza resultante sobre dicho lado del furgón cuando el viento está soplando a una velocidad de 16 km/h normal al área lateral del furgón (*a*) si el furgón está en reposo y (*b*) cuando se mueve a una velocidad de 45 km/h normal a la dirección del viento. En (*a*) utilizar $C_D = 1{,}30$, y en (*b*) $C_D = 0{,}25$ y $C_L = 0{,}60$. ($\rho = 0{,}1245$ UTM/m³.)

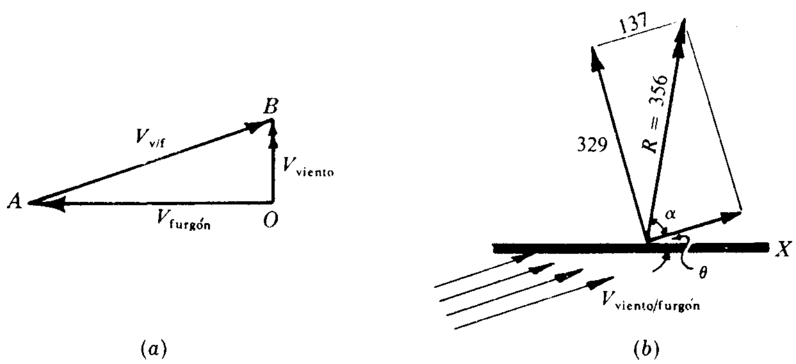


Fig. 11-14

Solución:

(*a*) Fuerza que actúa normal al área $= C_D(\rho/2)AV^2$. Así,

$$\text{Fuerza resultante} = 1{,}30(0{,}1245/2)(50)(16.000/3600)^2 = 80 \text{ kg normal al área}$$

(*b*) Es necesario calcular la velocidad relativa del viento respecto del furgón. Por composición vectorial,

$$V_{viento} = V_{viento/furgón} \leftrightarrow V_{furgón}$$

La Fig. 11-14(*a*) indica esta relación vectorial, es decir,

$$OB = OA \leftrightarrow AB = 45{,}0 \leftrightarrow V_{v/f}$$

Por tanto, la velocidad relativa $= \sqrt{(45)^2 + (16)^2} = 47{,}8$ km/h, dirigida hacia la derecha y hacia abajo, formando un ángulo $\theta = \text{arc tg}\ (16/45) = 19{,}6°$.

La componente de la resultante, perpendicular a la velocidad relativa del viento respecto del furgón es

$$\text{Sustentación} = C_L(\rho/2)AV^2 = 0{,}60(0{,}1245/2)(50)(47800/3600)^2$$
$$= 329 \text{ kg normal a la velocidad relativa}$$

La componente de la resultante, paralela a la velocidad relativa del viento respecto del furgón, es

$$\text{Resistencia} = C_D(\rho/2)AV^2 = 0{,}25(0{,}1245/2)(50)(47800/3600)^2$$
$$= 137 \text{ kg paralela a la velocidad relativa}$$

Con referencia a la Fig. 11-14(*b*), la fuerza resultante $= \sqrt{(329)^2 + (137)^2} = 356$ kg, formando un ángulo $\alpha = \text{arc tg}\,(329/137) = 67{,}4°$. De aquí, el ángulo con el eje longitudinal (eje X) será $19{,}6° + 67{,}4° = 87{,}0°$.

35. Una cometa pesa 1,10 kg y tiene un área de 0,75 m^2. La fuerza de tracción en el hilo de sujeción de la cometa es de 3,00 kg cuando dicho hilo forma un ángulo con la horizontal de 45°. Para un viento de 32 km/h, ¿cuáles son los coeficientes de sustentación y de resistencia si la cometa forma con la horizontal un ángulo de 8°? Considerar la cometa como una placa plana y $w_{\text{aire}} = 1{,}205$ kg/m^3.

Solución:

En la Fig. 11-15 se muestran las fuerzas que actúan sobre la cometa, considerada como un cuerpo libre. Las componentes de la fuerza de tracción sobre el hilo son iguales a 2,12 kg.

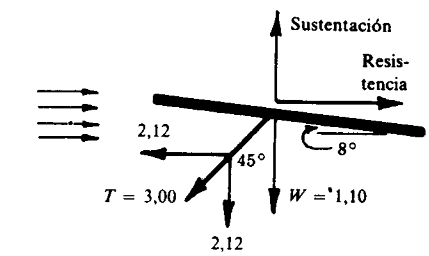


Fig. 11-15

De $\Sigma X = 0$, resistencia $= 2{,}12$ kg.

De $\Sigma Y = 0$, sustentación $= 2{,}12 + 1{,}10 = 3{,}22$ kg.

Resistencia $= C_D\rho AV^2/2$, $\quad 2{,}12 = C_D(1{,}205/9{,}8)(0{,}75)(32.000/3600)^2/2$, $\quad C_D = 0{,}58$.

Sustentación $= C_L\rho AV^2/2$, $\quad 3{,}22 = C_L(1{,}205/9{,}8)(0.75)(32.000/3600)^2/2$, $\quad C_L = 0{,}88$.

36. Un hombre que pesa 77 kg se lanza desde un avión con un paracaídas de 5,50 m de diámetro. Suponiendo que el coeficiente de resistencia es igual a 1,00 y despreciando el peso del paracaídas ¿cuál será la velocidad límite de descenso?

Solución:

Las fuerzas que actúan sobre el paracaídas son el peso del hombre, dirigida hacia abajo, y la resistencia, dirigida hacia arriba.

Para el equilibrio, $\Sigma Y = 0$ (para velocidad de descenso constante),

$$W = C_D\rho AV^2/2, \qquad 77 = 1{,}00(1{,}205/9{,}8)(\pi 2{,}75^2)V^2/2, \qquad V = 7{,}3 \text{ m/seg}$$

37. Una bola de acero de 3 mm de diámetro y peso específico 7,87 g/cm^3 cae a través de una masa de aceite de densidad relativa 0,908 y viscosidad cinemática $1{,}46 \times 10^{-4}$ m^2/seg. ¿Cuál es la velocidad límite alcanzada por la bola?

Solución:

Las fuerzas que actúan sobre la bola de a[illegible] peso de la misma, dirigida hacia abajo; el empuje hidrostático, dirigida hacia arriba, y l[illegible]ncia, dirigida hacia arriba. Cuando se alcance la velocidad constante, $\Sigma Y = 0$, y transponiendo [illegible]nos,

$$\text{peso de la esfera} - \text{empuje hidrostático} = \text{resistencia}$$

o

$$w_s(\text{volumen}) - w_0(\text{volumen}) = C_D\rho AV^2/2$$

Utilizando kg/cm^3 × cm^3 = peso,

$$\frac{4}{3}\pi(0{,}15)^3(0{,}00787 - \frac{0{,}908 \times 1000}{10^6}) = C_D(\frac{0{,}908 \times 1000}{9{,}8})\pi(\frac{0{,}003}{2})^2\frac{V^2}{2}$$

Suponiendo un valor de C_D de 3,00 (véase Diagrama F, esferas) y despejando,

$$V^2 = 0{,}30/C_D = 0{,}100 \quad \text{y} \quad V = 0{,}316 \text{ m/seg}$$

Se comprueba ahora el valor supuesto para C_D, se calcula el número de Reynolds y se entra en el Diagrama F.

$$R_E = \frac{Vd}{\nu} = \frac{0{,}316 \times 0{,}003}{1{,}46 \times 10^{-4}} = 6{,}5 \quad \text{y} \quad C_D = 6{,}0 \text{ (aumenta } C_D)$$

Se repiten los cálculos y se comprueba, para $C_D = 7{,}0$,

$$V^2 = 0{,}30/7{,}0 = 0{,}0428, \quad V = 0{,}207, \quad R_E = 4{,}22, \quad C_D = 8{,}1 \text{ (aumenta } C_D)$$

Ensayando $C_D = 8{,}5$,

$$V^2 = 0{,}30/8{,}5 = 0{,}0353, \quad V = 0{,}188, \quad R_E = 3{,}86, \quad C_D = 8{,}5 \text{ (correcto)}$$

Por tanto, la velocidad límite = 0,19 m/seg.

Cuando el número de Reynolds es menor de 0,60, la ecuación para determinar la resistencia puede escribirse en la forma

$$C_D \rho A V^2/2 = (24/R_E)\rho A V^2/2 = (24\nu/Vd)\rho(\pi d^2/4)V^2/2.$$

Como $\mu = \rho\nu$, resistencia $= 3\pi\mu d V$.

38. Una esfera de plomo de 25 mm de diámetro y peso específico 11.400 kg/m³ desciende a través de una masa de aceite a una velocidad constante de 35 cm/seg. Calcular la viscosidad absoluta del aceite si su densidad relativa es 0,93.

Solución:

Como en el problema precedente, al utilizar peso = kg/m³ × m³,

$$(w_s - w_o)(\text{volumen}) = C_D \rho A V^2/2$$

Luego $(11.400 - 0{,}93 \times 1000)(4\pi/3)(0{,}0125)^3 = C_D(0{,}93 \times 1000/9{,}8)\pi(0{,}0125)^2(0{,}35)^2/2$ y $C_D = 30{,}0$.

Del Diagrama F, para $C_D = 30{,}0$, $R_E = 0{,}85$ y

$$0{,}85 = Vd/\nu = (0{,}35)(0{,}025)/\nu, \quad \nu = 0{,}0103 \text{ m}^2/\text{seg}$$

Por tanto, $\mu = \nu\rho = 0{,}0103(0{,}93 \times 1000)/9{,}8 = 0{,}978$ kg seg/m²

39. Una esfera de 13 mm de diámetro asciende en una masa de aceite a la velocidad límite de 3,6 cm/seg. ¿Cuál es el peso específico de la esfera si la densidad del aceite es 93 UTM/m³ y su viscosidad absoluta 0,00347 kg seg/m²?

Solución:

Para la velocidad límite, constante, $\Sigma Y = 0$ y

$$\text{empuje hidrostático} - \text{peso} - \text{resistencia} = 0$$

$$(4\pi/3)(0{,}013/2)^3(93 \times 9{,}8 - w_s) = C_D(93)\pi(0{,}013/2)^2(0{,}036)^2/2$$
$$(911 - w_s) = 6{,}96 C_D \qquad (1)$$

El coeficiente de resistencia puede evaluarse mediante el Diagrama F y el número de Reynolds.

$$\text{Número de Reynolds} = \frac{Vd\rho}{\mu} = \frac{0{,}036 \times 0{,}013 \times 93}{0{,}00347} = 12{,}53$$

Ahora, del Diagrama F, $C_D = 3{,}9$ (para esferas) y, a partir de (1),

$$w_s = 911 - 6{,}96 \times 3{,}9 = 884 \text{ kg/m}^3$$

40. Para flujos laminares, con números de Reynolds bajos, demostrar que el coeficiente de resistencia de la esfera es igual a 24 dividido por el número de Reynolds (se muestra gráficamente en el Diagrama *F* del Apéndice).

Solución:

La resistencia $F = C_D \rho A V^2/2$, como se vio anteriormente.

Para flujo laminar la resistencia depende de la viscosidad y velocidad del fluido y del diámetro d de la esfera. Así,

$$F_D = f(\mu, V, d) = C\,\mu^a V^b d^c$$

Entonces,

$$F^1 L^0 T^0 = (F^a T^a L^{-2a})(L^b T^{-b})(L^c)$$

y

$$1 = a, \quad 0 = -2a + b + c, \quad 0 = a - b$$

de donde $a = 1$, $b = 1$ y $c = 1$. Por tanto, resistencia $F_D = C(\mu V d)$. G. G. Stokes ha demostrado matemáticamente que $C = 3\pi$, lo que ha sido confirmado por la experiencia.

Se igualan ahora las dos expresiones de la resistencia sustituyendo el área proyectada por $\frac{1}{4}\pi d^2$ y despejando C_D.

$$3\pi\mu V d = C_D \rho(\tfrac{1}{4}\pi d^2)V^2/2 \quad \text{y} \quad C_D = \frac{24\mu}{Vd\rho} = \frac{24}{R_E}$$

41. Desarrollar una expresión que dé el espesor δ de la capa límite, para el flujo laminar de un fluido que pasa por una placa delgada, suponiendo que la ecuación que da la distribución de velocidades es $v = V\left(\frac{2y}{\delta} - \frac{y^2}{\delta^2}\right)$.

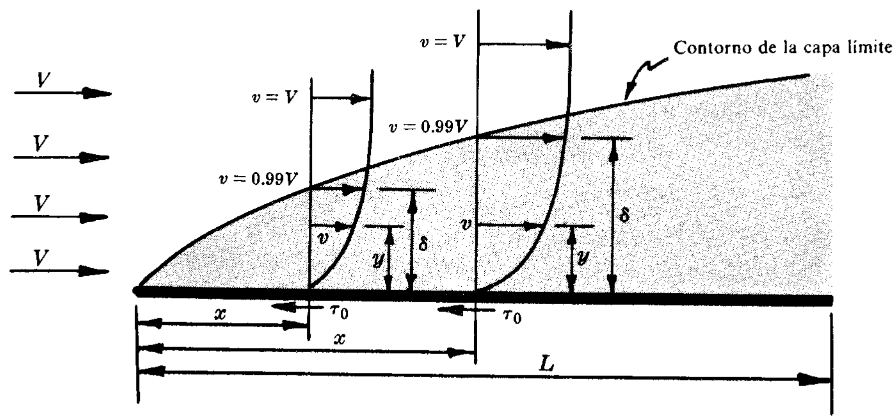


Fig. 11-16

Solución:

Se hacen las siguientes hipótesis: que el flujo es permanente ($\partial v/\partial t = 0$), que la velocidad fuera de la capa límite es en todos los puntos igual a la velocidad de aproximación V, que δ es muy pequeño respecto de la distancia x y que $dp/dy = 0 = dp/dx$, satisfaciéndose estas dos últimas tanto en el exterior como en el interior de la capa límite. Además, por definición, el contorno de la capa límite es el lugar geométrico de los puntos en los que la velocidad es 0,99 de la velocidad de aproximación V (velocidad no perturbada).

La masa que atraviesa cualquier sección de la capa límite, por unidad de anchura, es $\int_0^\delta \rho v(dy \times 1)$ y la variación de la velocidad en un punto cualquiera es $(V - v)$. Además, como las fuerzas debidas a la presión en la sección considerada se equilibran, no intervienen en la variación de la cantidad de movimiento, siendo ésta producida exclusivamente por la fuerza cortante $\tau_0\, dA$ o $\tau_0(dx \times 1)$. De lo anterior, la variación en la cantidad de movimiento por unidad de tiempo será

$$\int_0^\delta \rho(V - v)v(dy \times 1)$$

Esta expresión es igual al impulso producido por la fuerza cortante, también en la unidad de tiempo, es decir,

$$\text{Resistencia/unidad de anchura, } F'_D = \int_0^x \tau_0(dx \times 1) = \int_0^\delta \rho(V - v)v(dy \times 1)$$

Sustituyendo la velocidad por su expresión como distribución parabólica en la ecuación anterior

$$F'_D = \int_0^\delta \rho(V - 2yV/\delta + y^2V/\delta^2)(V)(2y/\delta - y^2/\delta^2)\,dy$$

$$= \rho V^2 \int_0^\delta (1 - 2y/\delta + y^2/\delta^2)(2y/\delta - y^2/\delta^2)\,dy = \tfrac{2}{15}\rho V^2 \delta \qquad (A)$$

Con el fin de obtener una útil expresión de δ, se tiene en cuenta que el flujo es laminar y que $\tau_0\,dx$ = la resistencia unitaria diferencial dF'_D. Entonces, en $\tau_0 = \mu(dv/dy)_0$, el término

$$\left(\frac{dv}{dy}\right)_0 = \frac{d}{dy}[V(2y/\delta - y^2/\delta^2)] = \frac{2V}{\delta}(1 - y/\delta) \qquad (B)$$

Sustituyendo los valores anteriores en $\mu(dv/dy)_0 = dF'_D/dx$ y estableciendo que la tensión cortante es igual a τ_0 cuando $y = 0$, se obtiene $\mu(2V/\delta) = \frac{2}{15}\rho V^2(d\delta/dx)$ o bien

$$\int_0^\delta \delta\,d\delta = \frac{15\mu}{\rho V}\int_0^x dx$$

de la que se obtiene

$$\delta^2 = \frac{30\mu x}{\rho V} \qquad \text{o} \qquad \frac{\delta}{x} = \sqrt{\frac{30\nu}{xV}} = \frac{5{,}48}{\sqrt{R_{E_x}}} \qquad (C)$$

La solución, más exacta, de Blasius da 5,20 como numerador de (C).

42. Para un flujo laminar deducir la expresión que dé (a) la tensión cortante en la pared (en la superficie de la placa) en el problema precedente y (b) el coeficiente de resistencia local C_D.

Solución:

(a) De (B), Problema 41, cuando $y = 0$, $\tau_0 = 2\mu V/\delta$. Entonces, mediante el valor de δ, dado por la ecuación (C) anterior,

$$\tau_0 = \frac{2\mu V}{\sqrt{30\mu x/\rho V}} = 0{,}365\sqrt{\frac{\rho V^3\mu}{x}} = 0{,}365\frac{\rho V^2}{\sqrt{R_{E_x}}} \qquad (A)$$

Experimentalmente se ha determinado la fórmula más exacta

$$\tau_0 = 0{,}33\sqrt{\frac{\rho V^3\mu}{x}} = 0{,}33\frac{\rho V^2}{\sqrt{R_{E_x}}} \qquad (B)$$

(b) El coeficiente de resistencia local C_{D_x} se obtiene al igualar $\tau_0 A$ a la resistencia local, es decir,

$$F_D = \tau_0 A = C_{D_x}\rho A V^2/2$$

o

$$C_{D_x} = \frac{2\tau_0}{\rho V^2} = \frac{0{,}66\rho V^2}{\rho V^2\sqrt{R_{E_x}}} = \frac{0.66}{\sqrt{R_{E_x}}} \qquad (C)$$

Puede verse que la resistencia total sobre una de las caras de la placa es igual a la suma de todas las ($\tau_0 dA$)

$$F_D = \int_0^L \tau_0(dx\cdot 1) = \int_0^L 0{,}33\sqrt{\rho V^3\mu}\,(x^{-1/2}\,dx) = 0.33(2L^{1/2})\sqrt{\rho V^3\mu}$$

Para la forma usual, $F_D = C_D\rho AV^2/2$. Teniendo en cuenta que en este caso $A = L \times 1$, se obtiene

$$C_D\rho LV^2/2 = 0{,}33(2)\sqrt{\rho V^3\mu L} \qquad \text{y} \qquad C_D = 1{,}32\sqrt{\frac{\mu}{\rho VL}} = \frac{1{,}32}{\sqrt{R_E}} \qquad (D)$$

43. Una placa delgada y plana se mantiene paralela a una corriente de aire de 3 m/seg en condiciones normales. Las dimensiones de la placa son 1,20 m por 1,20 m. Calcular (a) la resistencia superficial de la placa, (b) el espesor de la capa límite en el borde de salida (arista posterior de la placa) y (c) la tensión cortante en el borde de salida.

Solución:

(a) Como el coeficiente de resistencia por «rozamiento superficial» depende del número de Reynolds, es necesario determinar R_E.

$$R_E = VL/\nu = 3(1{,}2)/(1{,}48 \times 10^{-5}) = 243.000 \text{ (intervalo laminar)}$$

Suponiendo que reina el flujo laminar sobre toda la placa,

$$\text{coeficiente } C_D = 1{,}328/\sqrt{R_E} = 1{,}328/\sqrt{243.000} = 0{,}00269$$

$$\text{Resistencia } D \text{ (sobre las dos caras)} = 2C_D\rho A V^2/2 = (0{,}00269)(1{,}205/9{,}8)(1{,}2 \times 1{,}2)(3)^2 = 0{,}0042 \text{ kg}$$

(*b*) $\dfrac{\delta}{x} = \dfrac{5{,}20}{\sqrt{R_{E_x}}}$ y $\delta = \dfrac{5{,}20(1{,}2)}{\sqrt{243.000}} = 0{,}0126 \text{ m} = 12{,}6 \text{ mm}.$

(*c*) $\tau = 0{,}33\dfrac{\mu V}{x}\sqrt{R_{E_x}} = 0{,}33\dfrac{(1{,}84 \times 10^{-6})10^3}{1{,}2}\sqrt{243.000} = 0{,}00075 \text{ kg/m}^2.$

44. Una placa lisa de 3,0 m por 1,2 m se mueve a través del aire (15° C) con una velocidad relativa de 1,2 m/seg, manteniéndose el movimiento paralelo a su superficie y a su longitud. Calcular la resistencia en una de las caras de la placa (*a*) suponiendo condiciones laminares, y (*b*) suponiendo condiciones turbulentas sobre toda la placa. (*c*) Para condiciones laminares, calcular el espesor de la capa límite en el centro de la placa y en el borde de salida.

Solución:

(*a*) Se calcula el número de Reynolds: $R_E = VL/\nu = 1{,}2(3)/(1{,}47 \times 10^{-5}) = 245.000.$

Para condiciones laminares, $C_D = \dfrac{1{,}328}{\sqrt{R_E}} = \dfrac{1{,}328}{\sqrt{245.000}} = 0{,}00268$ (véase también Diagrama *G*).

$$\text{Resistencia} = C_D\rho A V^2/2 = 0{,}00268(0{,}1245)(3 \times 1{,}2)(1{,}2)^2/2 = 0{,}000865 \text{ kg} = 0{,}865 \text{ g}$$

(*b*) Para régimen turbulento, con $R_E < 10^7$, $C_D = \dfrac{0{,}074}{R_E^{0{,}20}}$ [véase ecuación (*12*)].

Así, $C_D = \dfrac{0{,}074}{(245.000)^{0{,}20}} = \dfrac{0{,}074}{11{,}97} = 0{,}00618$ (véase también Diagrama *G*).

$$\text{Resistencia} = C_D\rho A V^2/2 = 0{,}00618(0{,}1245)(3 \times 1{,}2)(1{,}2)^2/2 = 0{,}00200 \text{ kg}$$

(*c*) Para $x = 1{,}5$ m, $R_{E_x} = 1{,}2(1{,}5)/(1{,}47 \times 10^{-5}) = 122.500.$

Obsérvese que el número de Reynolds se ha calculado para $L = x$ m. Este valor del número de Reynolds se llama número de Reynolds local. Entonces,

$$\delta = \frac{5{,}20x}{\sqrt{R_{E_x}}} = \frac{(5{,}20)1{,}5}{\sqrt{122.500}} = 0{,}0222 \text{ m} = 22{,}2 \text{ mm}$$

Para $x = 3$ m, $R_E = 245.000$ y $\delta = \dfrac{5{,}20x}{\sqrt{R_{E_x}}} = \dfrac{5{,}20(3)}{\sqrt{245.000}} = 0{,}0315 \text{ m} = 31.5 \text{ mm}$

45. Una placa rectangular lisa de 1,2 m por 24 m se mueve a través de una masa de agua a 21° C en la dirección de su longitud. La resistencia sobre la placa (ambos lados) es de 820 kg. Determinar (*a*) la velocidad de la placa, (*b*) el espesor de la capa límite en el borde de salida y (*c*) la longitud x_c de la capa límite laminar si en el borde de ataque reinan las condiciones laminares.

Solución:

(*a*) Para la longitud de la placa y el fluido agua puede considerarse como buena la hipótesis de flujo turbulento. Del Diagrama *G*, se supone $C_D = 0{,}002$.

$$\text{Resistencia} = 2C_D\rho A V^2/2, \qquad 820 = C_D(102)(1{,}2 \times 24)V^2$$

y $$V^2 = \frac{0{,}278}{C_D} = \frac{0{,}278}{0{,}002}, \qquad V = 11{,}8 \text{ m/seg}$$

Número de Reynolds $R_E = 11{,}8(24)/(9{,}8 \times 10^{-7}) = 289 \times 10^6$. Por tanto, la capa límite es turt lenta, como se había supuesto. Haciendo una nueva aproximación,

$$C_D = \frac{0{,}455}{(\log 289 \times 10^6)^{2{,}58}} = 0{,}00186, \qquad V^2 = \frac{0{,}278}{0{,}00186} = 150, \qquad V = 12{,}2 \text{ m/seg}$$

Al calcular de nuevo el número de Reynolds, se obtiene 298×10^6; de aquí,

$$C_D = \frac{0{,}455}{(\log 298 \times 10^6)^{2{,}58}} = 0{,}00184, \qquad \text{y} \qquad V = 12{,}3 \text{ m/seg}$$

Este valor está dentro de la precisión esperada.

(*b*) El espesor de la capa límite, para flujo turbulento, se calcula mediante la ecuación (*15*).

$$\frac{\delta}{x} = \frac{0{,}22}{R_E^{0{,}167}} \qquad \text{y} \qquad \delta = \frac{0{,}22(24)}{(298 \times 10^6)^{0{,}167}} = 0{,}204 \text{ m}$$

(*c*) Suponiendo que el número de Reynolds crítico es 500.000, aproximadamente, es decir, el límite inferi de la zona de transición,

$$R_{E_c} = \frac{Vx_c}{\nu}, \qquad 500.000 = \frac{12{,}3x_c}{9{,}8 \times 10^{-7}}, \qquad x_c = 0{,}04 \text{ m}$$

46. La placa de 3 m por 1,2 m del Problema 44 se mantiene sumergida en una corriente de 1,2 m/seg de agua a 10° C, paralelamente a su longitud. Suponiendo las condiciones laminares, en el borde de ataque de la placa, en la capa límite, (*a*) determinar la posición de paso de capa límite laminar a turbulenta, (*b*) calcular el espesor de la capa límite en el punto anterior, y (*c*) calcular la resistencia superficial sobre la placa.

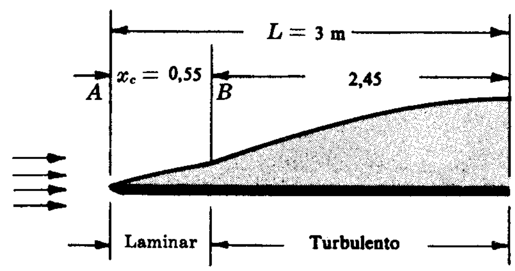


Fig. 11-17

Solución:

(*a*) Número de Reynolds $R_E = VL/\nu = 1{,}2(3)/(1{,}31 \times 10^{-6}) = 2.740.000$.

Este valor del número de Reynolds indica que el flujo en la capa límite está en la zona de transiciór Suponiendo que el valor crítico del número de Reynolds es igual a 500.000, la localización del punto en qu terminan las condiciones laminares puede calcularse mediante la relación

$$\frac{x_c}{L} = \frac{R_E \text{ crítico}}{R_E \text{ para toda la placa}} \qquad \text{o bien} \qquad x_c = 3\left(\frac{500.000}{2.740.000}\right) = 0{,}55 \text{ m}$$

(*b*) El espesor de la capa límite en este punto se evalúa mediante

$$\delta_c = \frac{5{,}20x_c}{\sqrt{R_{E_c}}} = \frac{5{,}20(0{,}55)}{\sqrt{500.000}} = 0{,}00405 \text{ m} = 4{,}05 \text{ mm}$$

(*c*) La resistencia superficial se calcula sumando a la resistencia producida por la zona de capa límite lámina que llega hasta x_c (véase Fig. 11-17), la resistencia a que da lugar la zona de capa límite turbulenta, de *B* a (Este último valor se determina calculando la resistencia como si toda la placa estuviera con capa límite tu bulenta y restando a continuación la resistencia producida por la capa límite turbulenta ficticia de *A* a

(1) Resistencia laminar, de *A* a *B*, sobre una de las caras

$$\text{Resistencia} = C_D\rho A\frac{V^2}{2} = \frac{1{,}328}{\sqrt{R_{E_c}}}\rho A\frac{V^2}{2} = \frac{1{,}328}{\sqrt{500.000}}(102)(1{,}2 \times 0{,}55)\frac{1{,}2^2}{2} = 0{,}091 \text{ kg}$$

(2) Resistencia turbulenta, de A a C, si las condiciones fueran turbulentas en la longitud total de la placa.

$$\text{Resistencia} = C_D \rho A \frac{V^2}{2} \quad \text{(sobre una de las caras)}$$

$$= \frac{0{,}074}{R_E^{0{,}20}} \rho A \frac{V^2}{2} = \frac{0{,}074}{(2.740.000)^{0{,}20}} (102)(1{,}2 \times 0{,}55) \frac{1{,}2^2}{2} = 1{,}010 \text{ kg}$$

(3) Resistencia turbulenta ficticia, de A a B.

$$\text{Resistencia} = C_D \rho A \frac{V^2}{2} \quad \text{(sobre una de las caras)}$$

$$= \frac{0{,}074}{R_{E_c}^{0{,}20}} \rho A \frac{V^2}{2} = \frac{0{,}074}{(500.000)^{0{,}20}} (102)(1{,}2 \times 0{,}55) \frac{1{,}2^2}{2} = 0{,}260 \text{ kg}$$

$$\text{Resistencia total (ambas caras)} = 2[0{,}091 + (1{,}010 - 0{,}260)] = 1{,}682 \text{ kg}$$

Si el número de Reynolds, para la placa entera, fuera superior a 10^7, habría que haber utilizado la ecuación (*13*) del principio del capítulo en la parte (2) anterior.

Podría, ahora, determinarse un valor medio C'_D para la placa entera, igualando la resistencia total anterior a la expresión que da la resistencia, como sigue.

$$\text{Resistencia total} = 2C'_D \rho A \frac{V^2}{2}, \qquad 1{,}682 = 2C'_D (102)(1{,}2 \times 3) \frac{1{,}2^2}{2}, \qquad C'_D = 0{,}00318$$

47. Una esfera de 15 cm de diámetro está inmersa en una corriente de aire a 20° C. Se midió la fuerza para mantener la esfera en reposo dando 0,114 kg. ¿Qué velocidad tenía la corriente de aire?

Solución:

Resistencia total $= C_D \rho A V^2/2$, donde C_D = coeficiente de resistencia global.
Como no pueden determinarse directamente ni el número de Reynolds ni C_D, se supone $C_D = 1{,}00$. Entonces,

$$0{,}114 = C_D (0{,}123) \tfrac{1}{4}\pi (0{,}15)^2 (V^2/2), \qquad V^2 = \frac{105}{C_D}, \qquad V = 10{,}2 \text{ m/seg}$$

Se calcula, ahora, $R_E = \frac{Vd}{\nu} = \frac{10{,}2(0{,}15)}{1{,}488 \times 10^{-5}} = 103.000$. Del Diagrama *F*, $C_D = 0{,}59$ (para esferas).

Entonces, $V^2 = \frac{105}{0{,}59} = 178$, $V = 13{,}3$ m/seg. Anticipando el resultado, se ensaya $V = 13{,}6$ m/seg.

Se recalcula $R_E = \frac{Vd}{\nu} = \frac{13{,}6(0{,}15)}{1{,}488 \times 10^{-5}} = 137.500$. Del Diagrama *F*. $C_D = 0{,}56$.

De aquí, $V^2 = 105/0{,}56 = 188$, $V = 13{,}7$ m/seg (precisión satisfactoria).

48. Determinar el aumento de presión que se produce al cerrar instantáneamente una válvula en una tubería de transporte.

Solución:

Sea p' la variación de presión debida al cierre de la válvula. Al aplicar la ecuación del impulso-cantidad de movimiento, para obtener la variación de presión, se llega a

$$F_x = \frac{wQ}{g}(V_2 - V_1) \quad \text{en la dirección } x \tag{A}$$

Despreciando la influencia del rozamiento, la fuerza no equilibrada que produce el cambio en la cantidad de movimiento del líquido de la tubería será $p'A$. Entonces la ecuación (A) queda

$$-p'A = \frac{w(Ac)}{g}(0 - V_1) \tag{B}$$

donde wAc/g representa la masa de líquido que ha cambiado su cantidad de movimiento y c es la celeridad de la onda de presión. Esta onda de presión reduce a cero la velocidad del fluido al pasar por cada una de las secciones. Así,

$$p' = \rho c V_1 \qquad (C)$$

La ecuación (C) puede escribirse en función de la altura de presión h', es decir,

$$h' = \frac{cV_1}{g} \qquad (D)$$

49. ¿Cuál es la fórmula que da la celeridad de la onda de presión producida por el cierre rápido de una válvula en una tubería de transporte, considerando la tubería rígida (no deformable)?

Solución:

Los términos «cierre rápido» o «cierre instantáneo» significan un tiempo de cierre de la válvula cualquiera, siempre que sea $\leq 2L/c$. Para obtener una expresión de la celeridad c se aplicarán los principios de la energía y de la cantidad de movimiento.

La energía cinética del agua se convierte por compresión en energía elástica. La energía cinética del agua es $MV_1^2/2 = (wAL/g)V_1^2/2$, donde A es el área de la sección recta de la tubería y L su longitud.

El módulo de elasticidad volumétrico del agua es $E_B = \dfrac{-\Delta p}{(\Delta \text{ volumen})/(\text{volumen original})}$ (kg/m^2).

Por tanto, la reducción de volumen, Δ volumen $= \dfrac{(\text{volumen})(\Delta p)}{E_B} = \dfrac{(AL)(wh)}{E_B}$.

Trabajo de compresión = presión media por la reducción de volumen, es decir,

$$\tfrac{1}{2}(wAL/g)V_1^2 = \tfrac{1}{2}wh(ALwh/E_B) \qquad (A)$$

o

$$h^2 = V_1^2 E_B/gw \qquad (B)$$

Mediante el principio de la cantidad de movimiento (despreciando el rozamiento), se obtiene

$$MV_1 - \Sigma(F_x\,dt) = MV_2, \qquad -whA = (wQ/g)(0 - V_1), \qquad whA = (w/g)(Ac)V_1$$

o

$$h = cV_1/g \qquad (C)$$

Sustituyendo en (B), se llega a $c^2V_1^2/g^2 = V^2E_B/gw$, de la cual

$$c = \sqrt{E_B/\rho} \qquad (D)$$

50. Desarrollar una expresión que dé la celeridad de una onda de presión, debida al cierre rápido de una válvula en una tubería de transporte, considerando la tubería como deformable.

Solución:

En este caso hay que considerar la elasticidad de las paredes de la tubería, en adición a las magnitudes incluidas en la solución del problema precedente.

Para la tubería, el trabajo por la tracción de las paredes de la tubería es igual al producto de la fuerza media ejercida en las paredes de la tubería por la deformación. A partir del diagrama de cuerpo libre de la mitad de la sección recta de la tubería, sabiendo que $\Sigma Y = 0$, $2T = pdL = whdL$. Además, la deformación unitaria $\epsilon = \sigma/E$ donde $\sigma = pr/t = whr/t$. (Véase tensión en anillos o tubos de pared delgada en el Capítulo 2.) En esta deducción, la altura h representa la altura de presión sobre la normal de funcionamiento causada por el cierre rápido de la válvula.

$$\begin{aligned}\text{Trabajo} &= \text{fuerza media} \times \text{deformación} = \tfrac{1}{2}(\tfrac{1}{2}whdL)(2\pi r\epsilon) \quad \text{en kgm}\\ &= \tfrac{1}{4}whdL(2\pi r)(whr/tE)\end{aligned}$$

Sumando este valor al de la ecuación (A) del problema anterior, se obtiene

$$\tfrac{1}{2}(wAL/g)V_1^2 = \tfrac{1}{2}wh(ALwh/E_B) + whdL(2\pi whr^2/tE)$$

que, después de sustituir $h = cV_1/g$, por (C) del Problema 49, da

$$\frac{V_1^2}{g} = \frac{c^2V_1^2}{g^2}\left(\frac{w}{E_B} + \frac{wd}{tE}\right)$$

$$\text{Celeridad } c = \sqrt{\frac{1}{\rho(1/E_B + d/Et)}} = \sqrt{\frac{E_B}{\rho(1 + E_B d/Et)}}$$

51. Determinar las celeridades de las ondas de presión que se propagan a lo largo de una tubería rígida que contiene (*a*) agua a 15° C, (*b*) glicerina a 20° C y (*c*) un aceite de Dr = 0,800. Utilizar, como valores del módulo de elasticidad volumétrico, de la glicerina y del aceite 44.350 y 14.100 kg/cm², respectivamente.

Solución:

$$c = \sqrt{\frac{\text{módulo de elasticidad volumétrico en kg/m}^2}{\text{densidad de fluido}}}$$

(*a*) $$c = \sqrt{\frac{22.000 \times 10^4}{102}} = 1470 \text{ m/seg}$$

(*b*) $$c = \sqrt{\frac{44.350 \times 10^4}{1,262 \times 1000/9,8}} = 1850 \text{ m/seg}$$

(*c*) $$c = \sqrt{\frac{14.100 \times 10^4}{0,800 \times 1000/9,8}} = 1310 \text{ m/seg}$$

52. En el Problema 51, si los líquidos fluyeran por una tubería de 30 cm de diámetro a 1,2 m/seg y fueran frenados instantáneamente, ¿qué aumento de presión podría esperarse, suponiendo la tubería rígida?

Solución:

Aumento de presión = ρc × variación de la velocidad

(*a*) Aumento de presión = 102(1470)(1,2 − 0) = 180.000 kg/m² = 18,0 kg/cm².
(*b*) Aumento de presión = 129(1850)(1,2) = 286.000 kg/m² = 28,6 kg/cm².
(*c*) Aumento de presión = 82(1310)(1,2) = 129.000 kg/m² = 12,9 kg/cm².

53. Una tubería de acero de 120 cm de diámetro y paredes de 9,5 mm de espesor transporta agua a 15° C y a una velocidad de 1,8 m/seg. Si el tramo de tubería tiene una longitud de 3000 m y una válvula existente en el extremo de descarga se cierra en 2,50 seg, ¿qué aumento en la tensión de las paredes de la tubería puede esperarse?

Solución:

La onda de presión se propagará desde la válvula hasta la embocadura de la tubería, retrocediendo de nuevo hasta la válvula en un

$$\text{Tiempo} = 2\left(\frac{\text{longitud de la tubería}}{\text{celeridad de la onda de presión}}\right)$$

La celeridad de la onda de presión, para una tubería deformable, viene dada por

$$c = \sqrt{\frac{E_B\ (\text{kg/m}^2)}{\rho[1 + (E_B/E)(d/t)]}}$$

donde las dos relaciones del denominador son adimensionales al utilizar unidades acordes.

Tomando para el acero $E = 2,10 \times 10^6$ kg/cm², $c = \sqrt{\dfrac{22.000 \times 10^4}{102\left[1 + \dfrac{22.000}{2,10 \times 10^6}\left(\dfrac{120}{0,95}\right)\right]}} = 964$ m/seg

y tiempo = 2(3000/964) = 6,22 seg.

Como el tiempo de cierre de la válvula es de 2,50 seg, es equivalente a un *cierre instantáneo*, ya que el tiempo de recorrido de ida y vuelta de la onda de presión es superior al tiempo de cierre.

Aumento de presión = $\rho c(dV)$ = 102(964)(1,8) = 176.990 kg/m² = 17,70 kg/cm².

Por la fórmula que da la tensión en anillos de pared delgada,

$$\text{Tensión de tracción } \sigma = \frac{\text{presión} \times \text{radio}}{\text{espesor}} = \frac{17,70 \times 60}{0,95} = 1120 \text{ kg/cm}^2 \text{ de aumento}$$

Este aumento de la tensión añadido al valor de diseño de 1130 kg/cm^2 hace que el valor final se aproxime al del límite elástico del acero. La duración del cierre de la válvula debería aumentarse al menos a 6,50 seg, aunque es preferible hacerlo varias veces mayor que los 6,35 seg calculados.

Para el cierre lento de válvulas, cuando el tiempo de cierre es mayor que $2L/c$, Norman R. Gibson ha sugerido un método de integración aritmética. En caso necesario, puede consultarse el volumen 83 de las «Transactions of the American Society of Civil Engineers» de 1919.

54. En una tubería de 7,5 cm que transporta glicerina a 20° C se efectúa el cierre rápido de una válvula. El aumento de presión es de 7,0 kg/cm^2. ¿Cuál es el caudal probable en l/seg? Utilizar $\rho = 129$ UTM/m^3 y $E_B = 44.350$ kg/cm^2.

Solución:

El valor de la celeridad, igual a 1850 m/seg, se ha calculado ya en el Problema 51.

Aumento de presión = $\rho c \times$ variación de la velocidad

$$7{,}0 \times 10^4 = 129(1850)V, \quad \text{de donde} \quad V = 0{,}293 \text{ m/seg.}$$

Por tanto, $Q = AV = \frac{1}{4}\pi(0{,}075)^2 \times 0{,}293 \times 10^3 = 1{,}29$ l/seg.

55. A través de un conducto de ventilación de sección cuadrada de 1,5 m de lado circula aire a una velocidad de 6,0 m/seg y 27° C. Si los dispositivos de control se cierran rápidamente, ¿qué fuerza se ejercerá sobre la superficie de cierre de 1,5 m por 1,5 m?

Solución:

Para aire a 27° C, $\rho = 120$ UTM/m^3 y la celeridad

$$c = \sqrt{kgRT} = \sqrt{1{,}4(9{,}8)(29{,}3)(273 + 27)} = 347{,}5 \text{ m/seg.}$$

Utilizando ahora $\Delta p = \rho c V$, la fuerza

$$F = \Delta p \times \text{área} = (\rho c V)A = 0{,}120(347{,}5)(6)(1{,}5 \times 1{,}5) = 563 \text{ kg}$$

56. Un transmisor de sonar opera a 2 impulsos por segundo. Si el dispositivo se mantiene en la superficie libre de agua dulce a 2° C y el eco se recibe en la mitad entre la emisión de dos impulsos, ¿qué profundidad tiene el agua? (Se sabe que la profundidad es menor de 600 m.)

Solución:

La celeridad de la onda sonora en el agua a 2° C se calcula mediante

$$c = \sqrt{\frac{\text{mód. volumétrico de elasticidad}}{\text{densidad de fluido}}} = \sqrt{\frac{20.830 \times 10^4}{102}} = 1430 \text{ m/seg}$$

(*a*) La distancia recorrida por la onda sonora (hasta llegar al fondo y volver a la superficie) en $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{2}$ seg, o sea, en $\frac{1}{4}$ seg, (la mitad entre dos impulsos) es

$$2 \times \text{profundidad} = \text{velocidad} \times \text{tiempo}$$
$$= 1430 \times \tfrac{1}{4} \quad \text{y} \quad \text{profundidad} = 179 \text{ m (mínima profundidad)}$$

(*b*) Si la profundidad excediera de 179 m, para que el eco se oiga entre dos impulsos (en su punto medio), la onda sonora habrá viajado 3/2 de 1/2 seg, o sea, 3/4 seg. Entonces,

$$\text{profundidad} = \tfrac{1}{2}(1430) \times \tfrac{3}{4} = 537 \text{ m}$$

(c) Para profundidades mayores de 600 m se obtendría

$$\text{profundidad} = \tfrac{1}{2}(1430) \times \tfrac{5}{4} = 895 \text{ m}$$
$$\text{profundidad} = \tfrac{1}{2}(1430) \times \tfrac{7}{4} = 1253 \text{ m, y así sucesivamente}$$

57. Un proyectil se mueve a 660 m/seg a través de aire en reposo a 38° C y 1,02 kg/cm^2 (ab). Determinar (*a*) el número de Mach, (*b*) el ángulo de Mach y (*c*) la resistencia para la forma *B* del Diagrama *H*, suponiendo que el diámetro es igual a 20 cm.

Solución:

(*a*) Celeridad $c = \sqrt{kgRT} = \sqrt{1{,}4(9{,}8)(29{,}3)(273 + 38)} = 354$ m/seg.

$$\text{Número de Mach } N_M = \frac{V}{c} = \frac{660}{354} = 1{,}86$$

(*b*) Angulo de Mach $\alpha = \text{arc sen } \dfrac{1}{N_M} = \text{arc sen } \dfrac{1}{1{,}86} = 32{,}5°$.

(*c*) Del Diagrama *H*, forma *B*, para un número de Mach de 1,86, $C_D = 0{,}60$.

El peso específico del aire será $w = \dfrac{p}{RT} = \dfrac{1{,}02 \times 10^4}{29{,}3(273 + 38)} = 1{,}1193$ kg/m^3.

$$\text{Resistencia} = C_D \rho A V^2/2 = 0{,}60(1{,}1193/9{,}8) \times \tfrac{1}{4}\pi(0{,}20)^2 \times (660)^2/2 = 468 \text{ kg.}$$

58. El ángulo de Mach, medido en una fotografía del proyectil moviéndose en el aire, fue de 40°. Calcular la velocidad del proyectil, para el aire en las condiciones del problema anterior. (Celeridad $c = 354$ m/seg.)

Solución:

Sen $\alpha = \dfrac{c}{V} = \dfrac{1}{N_M}$. Luego sen $40° = \dfrac{354}{V}$ y $V = 550$ m/seg.

59. ¿Qué diámetro debería tener una esfera, de densidad relativa 2,50, para que en caída libre la velocidad límite fuera la velocidad de propagación del sonido? Utilizar $\rho = 0{,}1245$ UTM/m^3.

Solución:

Para la caída libre de un cuerpo, cuando se alcance la velocidad límite, resistencia − peso = 0 y, del Diagrama *H*, $C_D = 0{,}80$.

Para el aire a 15° C, $c = \sqrt{kgRT} = \sqrt{1{,}4(9{,}8)(29{,}3)(273 + 15)} = 340$ m/seg.

Como Peso = resistencia

$$(2{,}50 \times 1000)(4\pi/3)(d/2)^3 = 0{,}80(0{,}1245)(\pi d^2/4)(340)^2/2, \qquad d = 3{,}45 \text{ m}$$

Problemas propuestos

60. Demostrar que el coeficiente de corrección β de la cantidad de movimiento en el Problema 74 del Capítulo 6 es 1,20.

61. Demostrar que el coeficiente de corrección β de la cantidad de movimiento en el Problema 72 del Capítulo 7 es 1,02.

62. Determinar el coeficiente de corrección β de la cantidad de movimiento para el Problema 79 del Capítulo 6.

Sol. $\dfrac{(K+1)^2(K+2)^2}{2(2K+1)(2K+2)}$

63. Demostrar que el coeficiente de corrección β de la cantidad de movimiento en el Problema 59 del Capítulo 7 es 1,12.

64. Un chorro de aceite de 5 cm de diámetro choca contra una placa plana mantenida en posición normal al eje del chorro. Para una velocidad del chorro de 25 m/seg, calcular la fuerza ejercida sobre la placa por el aceite, de densidad relativa 0,85. *Sol.* 106 kg

65. En el Problema 64, si la placa se mueve en la misma dirección y sentido que el chorro a una velocidad de 9 m/seg, ¿qué fuerza ejercerá el aceite sobre la placa? Si la velocidad de 9 m/seg tiene sentido opuesto al del chorro, ¿qué valor tendría la fuerza anterior? *Sol.* 44 kg, 197 kg

66. Un chorro de agua de 5 cm de diámetro ejerce una fuerza de 270 kg sobre una placa plana mantenida normalmente a la trayectoria del chorro. ¿Cuál es el caudal de desagüe del chorro? *Sol.* 72 l/seg

67. Un chorro de agua con un caudal de 35 l/seg incide sobre una placa plana mantenida normalmente al eje del chorro. Si la fuerza ejercida sobre la placa es de 75 kg, calcular el diámetro del chorro. *Sol.* 4,6 cm

68. Un chorro de agua de 5 cm de diámetro incide sobre un álabe curvo en reposo que desvía el chorro 135° respecto de su dirección y sentido originales. Despreciando el rozamiento a lo largo del álabe, determinar la fuerza resultante ejercida sobre el álabe si la velocidad del chorro es de 28 m/seg. *Sol.* 290 kg, $\theta_x = -22{,}5°$

69. Si en el problema precedente el álabe se mueve en la misma dirección y sentido contrario al del chorro de agua, a una velocidad de 6 m/seg, ¿cuál es la fuerza ejercida sobre el álabe y cuál la potencia requerida para mantener el movimiento? *Sol.* 428, 31,6 CV

70. Un álabe fijo desvía 180° un chorro de agua de 5 cm de diámetro y que se mueve a una velocidad de 35 m/seg. ¿Qué fuerza ejerce el álabe sobre el agua? *Sol.* 492 kg

71. Una tubería horizontal de 30 cm de diámetro se contrae a 15 cm de diámetro. Si el caudal es de 130 l/seg de un aceite de densidad relativa 0,88 y la presión en la tubería de diámetro menor es de 2,70 kg/cm², ¿cuál es la fuerza resultante ejercida sobre la contracción si se desprecia el rozamiento? *Sol.* 1525 kg

72. Por un codo reductor vertical (véase Fig. 11-18) circulan 350 l/seg de un aceite, Dr = 0,85, con una presión a la entrada del codo en A de 1,40 kg/cm². El diámetro en A es de 40 cm y en B de 30 cm y el volumen entre A y B de 0,10 m³. Despreciando el rozamiento, determinar la fuerza sobre el codo.
Sol. 2220 kg, $\theta_x = -76{,}2°$

73. El modelo de una lancha motora es movido a 450 m/seg mediante un chorro de agua de 25 mm de diámetro, expulsado directamente por la popa. La velocidad del chorro con relación al modelo es de 36 m/seg. ¿Cuál es la fuerza motora? *Sol.* 50 kg

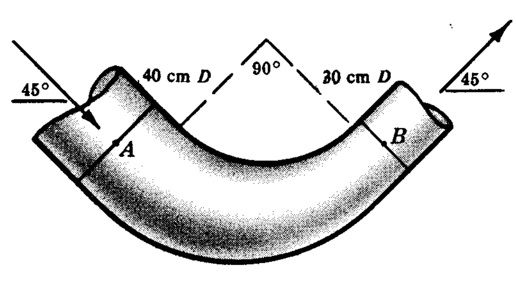


Fig. 11-18

74. Una boquilla de 5 cm de diámetro, $c_v = 0{,}97$, descarga un chorro horizontal de aceite, Dr = 0,80, por la pared lateral de un depósito, bajo una carga de 12 m. ¿Qué fuerza horizontal se ejerce sobre el depósito? *Sol.* 35,5 kg

75. El globo de un niño, de peso 0,10 kg, está lleno de aire, $\rho = 0{,}132$ UTM/m³. El tubo de llenado, de 6 mm de diámetro, se dirige hacia abajo al mismo tiempo que se abre. Si el caudal con que inicialmente se vacía es de 8 l/seg, ¿qué valor tiene la aceleración instantánea si se desprecia el rozamiento? *Sol.* 19,5 m/seg²

76. Una lancha accionada por un dispositivo de propulsión a chorro se mueve hacia aguas arriba en un río con una velocidad absoluta de 8,60 m/seg. La corriente del río es de 2,30 m/seg. El chorro de agua que arroja el dispositivo tiene una velocidad de 18,0 m/seg respecto de la lancha. Si el caudal del chorro es de 1400 l/seg, ¿qué empuje desarrolla el dispositivo de propulsión? *Sol.* 1015 kg

77. ¿Qué peso sustentará un ala de avión de 50 m^2 con un ángulo de ataque de 4° y una velocidad de 30 m/seg? Utilizar $C_L = 0{,}65$ y aire a 15° C. *Sol.* 1830 kg

78. ¿A qué velocidad vuela un avión que pesa 2700 kg si la superficie de sus alas es de 50 m^2 y el ángulo de ataque 8°? Utilizar $C_L = 0{,}90$. *Sol.* 31,0 m/seg

79. ¿Qué superficie de ala debe tener un avión que pesa 900 kg para que pueda aterrizar a una velocidad de 56 km/h? Utilizar el valor máximo de $C_L = 1{,}50$. *Sol.* 39,7 m^2

80. Si la resistencia sobre un ala de avión de 30 m^2 de superficie es de 310 kg, ¿a qué velocidad debe moverse el perfil con un ángulo de ataque de 7°? Utilizar $C_D = 0{,}05$. *Sol.* 58 m/seg

81. Sobre el plano de una señal de tráfico de 3,60 m por 0,60 m incide el viento a una velocidad de 46 km/h y con un ángulo de 8°. Utilizando los valores $C_L = 0{,}52$ y $C_D = 0{,}09$, calcular (*a*) la fuerza ejercida sobre la señal perpendicularmente a la dirección del viento y (*b*) la fuerza ejercida paralelamente a la dirección del viento. Suponer aire normal a 15° C. *Sol.* 11,5 kg, 2,0 kg

82. Demostrar que para un ángulo de ataque dado la resistencia sobre un perfil de ala es la misma para cualquier altitud. (Para un ángulo de ataque determinado, C_D no varía con la altitud.)

83. Un modelo de ala de avión de 1,00 m de alargamiento (longitud) y 10 cm de cuerda se ensaya en el túnel aerodinámico con un ángulo de ataque constante. El aire a presión normal y 27° C circula a 100 km/h. La sustentación y resistencia medidas son, respectivamente, 2,80 kg y 0,23 kg. Determinar los coeficientes de sustentación y resistencia. *Sol.* 0,605, 0,050

84. Calcular el número de Mach para (*a*) un avión que se mueve a una velocidad de 480 km/h, (*b*) un cohete que va a 3840 km/h y (*c*) un proyectil cuya velocidad es de 1920 km/h. Los tres se mueven a través de aire normal a 20° C. *Sol.* 0,388, 3,106, 1,553

85. Un motor turborreactor toma por el difusor de entrada 20 kg/seg de aire cuando se mueve a una velocidad de 210 m/seg. Si el empuje desarrollado es de 1220 kg cuando la velocidad de eyección de los gases es de 750 m/seg, ¿cuál es el peso del combustible consumido por segundo? *Sol.* 1,28 kg/seg

86. Por el conducto de entrada de un motor a reacción penetra el aire a la presión atmosférica y a una velocidad de 150 m/seg. El combustible se quema en el motor a razón de 1 parte por 50 partes de aire entrante en peso. El área de la sección de entrada es de 1550 cm^2 y la densidad del aire 0,126 UTM/m^3. Si la velocidad de eyección de los gases es de 1500 m/seg y la presión la atmosférica, ¿qué empuje desarrolla el motor? *Sol.* 4045 kg

87. Un automóvil tiene un área proyectada de 3,20 m^2 y se mueve a una velocidad de 80 km/h en aire en reposo a 27° C. Si $C_D = 0{,}45$, ¿qué potencia se consume para vencer la resistencia? *Sol.* 12,6 CV

88. Un tren de 150 m de longitud se mueve a través de aire normal a 15° C a una velocidad de 120 km/h. Se consideran los 1500 m^2 de superficie del tren como si pertenecieran a una placa plana. Para una capa límite turbulenta desde el borde de ataque, ¿cuál es la resistencia superficial debida a la fricción? *Sol.* 187 kg

89. Un cilindro de 60 cm de diámetro y 4,5 m de longitud se mueve a 50 km/h a través de agua a 15° C (paralelamente a su longitud). ¿Cuál es el coeficiente de resistencia si la resistencia superficial es de 165 kg? *Sol.* $C_D = 0{,}002$

90. Calcular la resistencia superficial debida al rozamiento sobre una placa plana de 30 cm de anchura y 90 cm de longitud, colocada longitudinalmente (*a*) en una corriente de agua a 21° C que fluye a una velocidad de 30 cm/seg y (*b*) en una corriente de un fuel-oil pesado a 21° C y una velocidad de 30 cm/seg. *Sol.* 0,0064 kg, 0,0696 kg

91. Un globo de 1,20 m de diámetro, que pesa 1,80 kg, está sometido a un empuje hidrostático medio de 2,25 kg. Utilizando $\rho = 0{,}120$ UTM/m^3 y $\nu = 1{,}58 \times 10^{-5}$ m^2/seg, evaluar la velocidad con que ascenderá. *Sol.* 6,07 m/seg

92. Calcular la velocidad límite a que caerá un grano de granizo de 13 mm de diámetro si la temperatura del aire es igual a 4,5° C y la densidad relativa del granizo 0,90. *Sol.* 16,5 m/seg

93. Un objeto que tiene un área proyectada de 0,60 m^2 se mueve a una velocidad de 50 km/h. Si el coeficiente de resistencia es de 0,30, calcular la resistencia al moverse a través de agua a 15° C y a través de aire normal a 15° C. *Sol.* 1770 kg, 2,16 kg

94. Un cuerpo se mueve a través de aire normal a 15° C a una velocidad de 80 km/h y para mantener esta velocidad se requiere una potencia de 5,5 CV. Si el área proyectada es de 1,20 m^2, determinar el coeficiente de resistencia. *Sol.* 0,503

95. Una placa rectangular lisa de 0,60 m de anchura por 24,0 m de longitud se mueve a una velocidad de 12,0 m/seg en la dirección de su longitud a través de una masa de aceite. Calcular la resistencia sobre la placa y el espesor de la capa límite en el borde de salida. ¿Sobre qué longitud de la placa se mantiene la capa límite laminar? Utilizar la viscosidad cinemática = $1{,}49 \times 10^{-5}$ m^2/seg y w = 850 kg/m^3. *Sol.* 471 kg, 0,321 m, 0,622 m

96. Suponiendo rígida una tubería de acero de 60 cm, ¿qué aumento de presión tiene lugar cuando se frena instantáneamente un flujo de 560 l/seg de aceite, de densidad relativa 0,85 y módulo de elasticidad volumétrico 17.500 kg/cm^2? *Sol.* 24,4 kg/cm^2

97. Si la tubería del Problema 96 tiene 2400 m de longitud, ¿qué tiempo debe durar la operación de cierre de una válvula para evitar el golpe de ariete? *Sol.* Más de 3,38 seg

98. Si una tubería de 60 cm de diámetro y 2400 m de longitud se ha diseñado para una tensión de trabajo de 1050 kg/cm^2, bajo una presión estática máxima de 325 m de agua, ¿cuál será el aumento de tensión en las paredes de la tubería por el cierre instantáneo de una válvula que frena un flujo de 840 l/seg? (E_B = 21.000 kg/cm^2.) *Sol.* 33,90 kg/cm^2

99. Calcular el ángulo de Mach para una bala que lleva una velocidad de 510 m/seg a través del aire a 1,033 kg/cm^2 y 15° C. *Sol.* 41°51′

100. ¿Cuál es el valor de la resistencia de un proyectil (forma *A*, Diagrama *H*) de 100 mm de calibre cuando lleva una velocidad de 570 m/seg a través del aire a 10° C y 1,033 kg/cm^2? *Sol.* 84,3 kg