El número de Reynolds es la relación de la fuerza de inercia sobre un elemento de fluido a la fuerza viscosa. La fuerza de inercia se desarrolla a partir de la segunda ley del movimiento de Newton $F = ma$. Como se vio en el capítulo 2, la fuerza viscosa se relaciona con el producto del esfuerzo cortante por el área.

Los flujos tienen números de Reynolds grandes debido a una velocidad elevada y/o una viscosidad baja, y tienden a ser turbulentos. Aquellos fluidos con viscosidad alta y/o que se mueven a velocidades bajas, tendrán números de Reynolds bajos y tenderán a comportarse en forma laminar. En la sección siguiente proporcionamos algunos datos cuantitativos con los cuales predecimos si un sistema de flujo dado será laminar o turbulento.

La fórmula para el número de Reynolds adopta una forma diferente para secciones transversales que no sean circulares, canales abiertos y el flujo alrededor de cuerpos sumergidos. Estudiaremos estas situaciones en otra parte de este libro.

8.4 NÚMEROS DE REYNOLDS CRÍTICOS

Para aplicaciones prácticas del flujo en tuberías, encontramos que si el número de Reynolds para el flujo es menor que 2000, éste será laminar. Si el número de Reynolds es mayor que 4000, el flujo será turbulento. En el rango de números de Reynolds entre 2000 y 4000 es imposible predecir qué flujo existe; por tanto, le denominaremos *región crítica*. Las aplicaciones prácticas involucran flujos que se encuentran bien dentro del rango laminar o bien dentro del turbulento, por lo que la existencia de dicha región de incertidumbre no ocasiona demasiadas dificultades. Si se encuentra que el flujo en un sistema se halla en la región crítica, la práctica usual es cambiar la tasa de flujo o diámetro del tubo para hacer que el flujo sea en definitiva laminar o turbulento. Entonces es posible realizar análisis más precisos.

Con la minimización cuidadosa de las perturbaciones externas es posible mantener el flujo laminar para números de Reynolds tan grandes como 50 000. Sin embargo, cuando N_R es mayor que 4000, una perturbación pequeña en la corriente ocasionará que el flujo cambie de forma súbita de laminar a turbulento. Por esta razón, y porque en este libro estudiamos aplicaciones prácticas, supondremos lo siguiente:

Si $N_R < 2000$, el flujo es laminar.

Si $N_R > 4000$, el flujo es turbulento.

☐ PROBLEMA MODELO 8.1 Determine si el flujo es laminar o turbulento si fluye glicerina a 25 °C en una tubería cuyo diámetro interior es de 150 mm. La velocidad promedio del flujo es de 3.6 m/s.

Solución Primero debe evaluarse el número de Reynolds por medio de la ecuación (8-1):

$$N_R = vD\rho/\eta$$

$$v = 3.6 \text{ m/s}$$

$$D = 0.15 \text{ m}$$

$$\rho = 1258 \text{ kg/m}^3 \qquad \text{(del apéndice B)}$$

$$\eta = 9.60 \times 10^{-1} \text{ Pa·s} \qquad \text{(del apéndice B)}$$

Entonces, tenemos

$$N_R = \frac{(3.6)(0.15)(1258)}{9.60 \times 10^{-1}} = 708$$

Como $N_R = 708$, menor que 2000, el flujo es laminar. Observe que cada término se expresó en unidades consistentes del SI antes de evaluar N_R.

□ PROBLEMA MODELO 8.2 Determine si el flujo es laminar o turbulento, si circula agua a 70 °C en un tubo de cobre de 1 pulg, tipo K, a razón de 285 L/min.

Solución Evalúe el número de Reynolds por medio de la ecuación (8-1):

$$N_R = \frac{vD\rho}{\eta} = \frac{vD}{\nu}$$

Para un tubo de cobre de 1 pulg y tipo K, $D = 0.02527$ m, y $A = 5.017 \times 10^{-4}$ m^2 (del apéndice H). Por tanto, tenemos

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{285\ \text{L/min}}{5.017 \times 10^{-4}\ \text{m}^2} \times \frac{1\ \text{m}^3/\text{s}}{60\,000\ \text{L/min}} = 9.47\ \text{m/s}$$

$$\nu = 4.11 \times 10^{-7}\ \text{m}^2/\text{s} \qquad \text{(del apéndice A)}$$

$$N_R = \frac{(9.47)(0.02527)}{4.11 \times 10^{-7}} = 5.82 \times 10^5$$

Debido a que el número de Reynolds es mayor que 4000, el flujo es turbulento.

□ PROBLEMA MODELO 8.3 Determine el rango de velocidad promedio donde el flujo estaría en la región crítica, si aceite con especificación SAE 10 a 60 °C fluyera por una tubería de 2 pulg, cédula 40. El aceite tiene una gravedad específica de 0.89.

Solución El flujo estaría en la región crítica si $2000 < N_R < 4000$. En primer lugar utilizamos la expresión del número de Reynolds y despejamos la velocidad:

$$N_R = \frac{vD\rho}{\eta}$$

$$v = \frac{N_R\eta}{D\rho} \tag{8-2}$$

Después, encontramos los valores de η, D y ρ:

$$D = 0.1723\ \text{pie} \qquad \text{(del apéndice F)}$$

$$\eta = 2.10 \times 10^{-3}\ \text{lb-s/pies}^2 \qquad \text{(del apéndice D)}$$

$$\rho = (\text{sg})(1.94\ \text{slugs/pies}^3) = (0.89)(1.94\ \text{slugs/pies}^3) = 1.73\ \text{slugs/pies}^3$$

Al sustituir estos valores en la ecuación (8-2), obtenemos

$$v = \frac{N_R(2.10 \times 10^{-3})}{(0.1723)(1.73)} = (7.05 \times 10^{-3})N_R$$

Para $N_R = 2000$, se tiene

$$v = (7.05 \times 10^{-3})(2 \times 10^3) = 14.1\ \text{pies/s}$$

Para $N_R = 4000$, tenemos

$$v = (7.05 \times 10^{-3})(4 \times 10^3) = 28.2\ \text{pies/s}$$

Por tanto, si $14.1 < v < 28.2$ pies/s, el flujo se encontrará en la región crítica. ■

8.5 ECUACIÓN DE DARCY

En la ecuación general de la energía

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} + h_A - h_R - h_L = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

al término h_L se le definió como la pérdida de energía en el sistema. Una componente de la pérdida de energía es la fricción en el fluido que circula. Para el caso del flujo en tuberías y tubos, la fricción es proporcional a la carga de velocidad del flujo y a la relación de la longitud al diámetro de la corriente. Esto se expresa en forma matemática como la ecuación de Darcy:

ECUACIÓN DE DARCY PARA CALCULAR LA PÉRDIDA DE ENERGÍA

$$h_L = f \times \frac{L}{D} \times \frac{v^2}{2g} \tag{8–3}$$

donde

h_L = pérdida de energía debido a la fricción (N·m/N, m, lb-pie/lb o pies)
L = longitud de la corriente del flujo (m o pies)
D = diámetro de la tubería (m o pies)
v = velocidad promedio del flujo (m/s o pies/s)
f = factor de fricción (adimensional)

La ecuación de Darcy se utiliza para calcular la pérdida de energía debido a la fricción en secciones rectilíneas y largas de tubos redondos, tanto para flujo laminar como turbulento. La diferencia entre los dos flujos está en la evaluación del factor de fricción adimensional *f*, como se explica en las dos secciones siguientes.

8.6 PÉRDIDA POR FRICCIÓN EN EL FLUJO LAMINAR

Cuando existe flujo laminar el fluido parece moverse como si fueran varias capas, una sobre la otra. Debido a la viscosidad del fluido, se crea un esfuerzo cortante entre sus capas. Se pierde energía del fluido por la acción de las fuerzas de fricción que hay que vencer, y que son producidas por el esfuerzo cortante. Debido a que el flujo laminar es tan regular y ordenado, es posible obtener una relación entre la pérdida de energía y los parámetros mensurables del sistema de flujo. Dicha relación se conoce como *ecuación de Hagen-Poiseuille*:

ECUACIÓN DE HAGEN-POISEUILLE

$$h_L = \frac{32\eta L v}{\gamma D^2} \tag{8–4}$$

Los parámetros que involucra son las propiedades del fluido en cuanto a viscosidad y peso específico, las características geométricas de longitud y diámetro de la tubería, y la dinámica del flujo caracterizada por la velocidad promedio. La ecuación de Hagen-Poiseuille ha sido verificada muchas veces en forma experimental. A partir de la ecuación (8-4) usted debe observar que la pérdida de energía en el flujo laminar es independiente de las condiciones de la superficie de la tubería. Son las pérdidas por fricción viscosa en el interior del fluido las que gobiernan la magnitud de la pérdida de energía.

La ecuación de Hagen-Poiseuille es válida sólo para el flujo laminar ($N_R < 2000$). Sin embargo, se dijo con anterioridad que también podía usarse la ecuación de Darcy (ecuación 8-3) para calcular la pérdida por fricción para el flujo laminar. Si igualamos las dos relaciones para h_L, podemos despejar el factor de fricción:

$$f \times \frac{L}{D} \times \frac{v^2}{2g} = \frac{32\eta L v}{\gamma D^2}$$

$$f = \frac{32\eta L v}{\gamma D^2} \times \frac{D2g}{Lv^2} = \frac{64\eta g}{vD\gamma}$$

Como $\rho = \gamma/g$, obtenemos

$$f = \frac{64\eta}{vD\rho}$$

Al número de Reynolds se le define como $N_R = vD\rho/\eta$. Por tanto, tenemos

FACTOR DE FRICCIÓN PARA EL FLUJO LAMINAR

$$f = \frac{64}{N_R} \tag{8-5}$$

En resumen, la pérdida de energía debido a la fricción en el *flujo laminar* puede calcularse con la ecuación de Hagen-Poiseuille,

$$h_L = \frac{32\eta L v}{\gamma D^2}$$

o con la ecuación de Darcy,

$$h_L = f \times \frac{L}{D} \times \frac{v^2}{2g}$$

en la que $f = 64/N_R$.

☐ **PROBLEMA MODELO 8.4** Determine la pérdida de energía si fluye glicerina a 25 °C por un tubo de 150 mm de diámetro y 30 m de longitud, a una velocidad promedio de 4.0 m/s.

Solución En primer lugar, hay que determinar si el flujo es laminar o turbulento por medio de la evaluación del número de Reynolds:

$$N_R = \frac{vD\rho}{\eta}$$

Con ayuda del apéndice B, encontramos que para la glicerina a 25 °C

$$\rho = 1258\ \text{kg/m}^3$$
$$\eta = 9.60 \times 10^{-1}\ \text{Pa·s}$$

Entonces, tenemos

$$N_R = \frac{(4.0)(0.15)(1258)}{9.60 \times 10^{-1}} = 786$$

Debido a que $N_R < 2000$, el flujo es laminar.

Con la ecuación de Darcy, obtenemos

$$h_L = f \times \frac{L}{D} \times \frac{v^2}{2g}$$

$$f = \frac{64}{N_R} = \frac{64}{786} = 0.081$$

$$h_L = 0.081 \times \frac{30}{0.15} \times \frac{(4.0)^2}{2(9.81)}\ \text{m} = 13.2\ \text{m}$$

Observe que expresamos todos los términos de cada ecuación en las unidades del SI. Por tanto, las unidades resultantes de h_L son m o N·m/N. Esto significa que se pierde 13.2 N·m de energía por cada newton de glicerina, mientras circula a lo largo de los 30 m de la tubería.

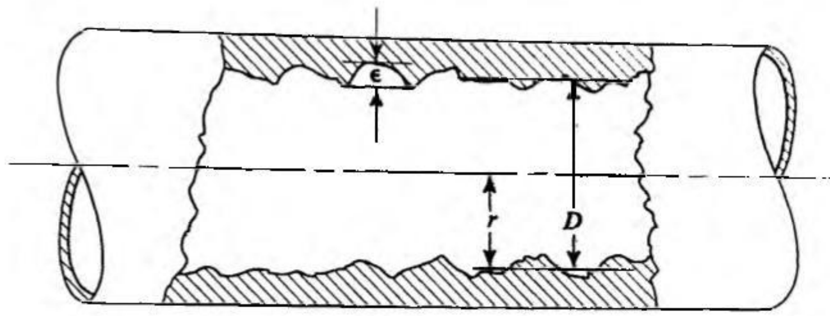
■

8.7 PÉRDIDA DE FRICCIÓN EN EL FLUJO TURBULENTO

Cuando hay flujo turbulento en tuberías es más conveniente usar la ecuación de Darcy para calcular la pérdida de energía debido a la fricción. El flujo turbulento es caótico y varía en forma constante. Por estas razones, para determinar el valor de f debemos recurrir a los datos experimentales.

Las pruebas han mostrado que el número adimensional f depende de otras dos cantidades adimensionales, el número de Reynolds y la rugosidad relativa de la tubería. La rugosidad relativa es la relación del diámetro de la tubería D a la rugosidad promedio de su pared ϵ (letra griega épsilon). En la figura 8.5 ilustramos (en forma exagerada) la rugosidad de la pared de la tubería como la altura de los picos de las irregularidades de la superficie. La condición de la superficie de la tubería depende sobre todo del material de que está hecho el tubo y el método de fabricación. Debido a que la rugosidad es algo irregular, con el fin de obtener su valor global tomaremos valores promedio.

FIGURA 8.5 Rugosidad (exagerada) de la pared de un tubo.



Como se aprecia en la tabla 8.2, se ha determinado el valor ϵ de la rugosidad promedio de la pared de tuberías y tubos existentes comercialmente. *Éstos son sólo valores promedio para tuberías nuevas y limpias. Es de esperarse cierta variación. Una vez que una tubería ha estado en servicio durante algún tiempo, la rugosidad cambia debido a la corrosión y a la formación de depósitos en la pared.*

El tubo de vidrio tiene una superficie interior virtualmente lisa en cuanto a la hidráulica, lo que indica un valor muy pequeño de rugosidad. Por tanto, su rugosidad relativa D/ϵ tiende al infinito. Las tuberías y tubos de plástico son casi tan lisos como el vidrio, así que utilizaremos el valor de rugosidad que se presenta en este libro. Son de esperar algunas variaciones. La forma y el tamaño definitivos del tubo de cobre, latón y ciertos aceros, se obtienen por extrusión sobre un molde interno, lo que deja una superficie bastante lisa. Para la tubería de acero estándar (como las de las cédulas 40 y 80) y tubos de acero soldado, se emplea el valor de rugosidad que se menciona para el acero comercial o soldado. El hierro galvanizado tiene adherido un recubrimiento metalúrgico de zinc para que sea resistente a la corrosión. Es común que al tubo de hierro dúctil se le recubra en su interior con un tipo de cemento para protegerlo de la corrosión y para mejorar la rugosidad de la superficie. En este libro utilizamos los valores de

TABLA 8.2 Valores de diseño de la rugosidad de tubos.

Material	Rugosidad ϵ (m)	Rugosidad ϵ (pie)
Vidrio	Liso	Liso
Plástico	3.0×10^{-7}	1.0×10^{-6}
Tubo extruido; cobre, latón y acero	1.5×10^{-6}	5.0×10^{-6}
Acero, comercial o soldado	4.6×10^{-5}	1.5×10^{-4}
Hierro galvanizado	1.5×10^{-4}	5.0×10^{-4}
Hierro dúctil, recubierto	1.2×10^{-4}	4.0×10^{-4}
Hierro dúctil, no recubierto	2.4×10^{-4}	8.0×10^{-4}
Concreto, bien fabricado	1.2×10^{-4}	4.0×10^{-4}
Acero remachado	1.8×10^{-3}	6.0×10^{-3}

rugosidad para el hierro dúctil recubierto, a menos que se diga otra cosa. La tubería elaborada por ciertos fabricantes tiene una superficie interior más lisa, que se acerca a la del acero. El tubo de concreto bien fabricado tiene valores de rugosidad similares a los del hierro dúctil recubierto, como se observa en la tabla. Sin embargo, existe un rango amplio de valores que debe obtenerse de los fabricantes. El acero remachado se emplea en ciertos ductos largos e instalaciones existentes.

8.7.1 Diagrama de Moody

Uno de los métodos más utilizados para evaluar el factor de fricción emplea el diagrama de Moody que se presenta en la figura 8.6. El diagrama muestra la gráfica del factor de fricción f *versus* el número de Reynolds N_R, con una serie de curvas paramétricas relacionadas con la rugosidad relativa D/ϵ. Estas curvas las generó L. F. Moody a partir de datos experimentales. (Consulte la referencia 2.)

Se grafica en escalas logarítmicas tanto a f como a N_R, debido al rango tan amplio de valores que se obtiene. A la izquierda de la gráfica, para números de Reynolds menores de 2000, la línea recta muestra la relación $f = 64/N_R$ para el flujo laminar. Para $2000 < N_R < 4000$ no hay curvas, debido a que ésta es la zona crítica entre el flujo laminar y el flujo turbulento, y no es posible predecir cuál de ellos ocurrirá. El cambio de flujo laminar a turbulento da como resultado valores para los factores de fricción dentro de la zona sombreada. Más allá de $N_R = 4000$, se grafica la familia de curvas para distintos valores de D/ϵ. Podemos hacer algunas observaciones importantes acerca de estas curvas:

1. Para un flujo con número de Reynolds dado, conforme aumentá la rugosidad relativa D/ϵ, el factor de fricción f disminuye.
2. Para una rugosidad relativa D/ϵ, el factor de fricción f disminuye con el aumento del número de Reynolds, hasta que se alcanza la zona de turbulencia completa.
3. Dentro de la zona de turbulencia completa, el número de Reynolds no tienen ningún efecto sobre el factor de fricción.
4. Conforme se incrementa la rugosidad relativa D/ϵ, también se eleva el valor del número de Reynolds donde comienza la zona de turbulencia completa.

La figura 8.7 es una representación simplificada del diagrama de Moody donde identificamos las zonas diferentes. Ya estudiamos la *zona laminar* de la izquierda. A la derecha de la línea punteada y hacia la parte inferior del diagrama se encuentra la *zona de turbulencia completa*. El factor de fricción más bajo posible para un número de Reynolds dado en el flujo turbulento está indicado por la línea de tuberías lisas.

Entre la línea de tuberías lisas y la línea que señala el inicio de la zona de turbulencia completa está la *zona de transición*. Aquí, las líneas distintas D/ϵ son curvadas y se debe tener cuidado para evaluar el factor de fricción en forma apropiada. Por ejemplo, puede observar que el valor del factor de fricción para una rugosidad relativa de 500 disminuye de 0.0420 para $N_R = 4000$ a 0.0240 para $N_R = 6.0 \times 10^5$, donde comienza la zona de turbulencia completa.

Por medio de la figura 8.6 compruebe su habilidad para leer el diagrama de Moody en forma correcta, con la verificación de los valores de los factores de fricción para los números de Reynolds y rugosidad relativa que proporcionamos a continuación.

N_R	D/ϵ	f
6.7×10^3	150	0.0430
1.6×10^4	2000	0.0284
1.6×10^6	2000	0.0171
2.5×10^5	733	0.0223