

Capítulo 8

Sistemas de tuberías equivalentes, compuestas, en paralelo y ramificadas

ISTEMAS DE TUBERIAS

Los sistemas de tuberías que distribuyen el agua en las ciudades o en grandes plantas industriales pueden ser extremadamente complicados. En este capítulo solo se considerarán unos pocos casos bajo condiciones relativamente sencillas. En la mayoría de los casos, el fluido que circula es el agua, si bien los procedimientos de análisis y resolución pueden aplicarse a otros fluidos. Por lo general, la relación de longitud a diámetro será grande (véase Capítulo 7, Problema 20) y podrán despreciarse las pérdidas menores.

En los Problemas 18, 19 y 20 se presentará el método de Hardy Cross para analizar los flujos en redes de tuberías. Los caudales y caídas de presión en los sistemas de distribución muy extensos de las ciudades pueden analizarse mediante calculadores analógicos.

ISTEMAS DE TUBERIAS EQUIVALENTES

Una tubería es equivalente a otra tubería, o a un sistema de tuberías, si para una pérdida de carga dada tiene lugar el mismo caudal en la tubería equivalente que en el sistema de tuberías dado. Frecuentemente, es conveniente sustituir un sistema de tuberías complejo por una sola tubería equivalente.

ISTEMAS DE TUBERIAS COMPUESTAS O EN SERIE, EN PARALELO Y RAMIFICADAS

Un sistema compuesto está constituido por varias tuberías en serie.

Un sistema de tuberías en paralelo está constituido por dos o más tuberías que, partiendo de un punto, vuelven a unirse de nuevo en otro punto, aguas abajo del primero.

Un sistema de tuberías ramificadas está constituido por dos o más tuberías que se ramifican en un punto y no vuelven a unirse aguas abajo otra vez.

MÉTODOS DE RESOLUCION

Los métodos de resolución implican el establecimiento en número suficiente de un sistema de ecuaciones simultáneas o el empleo de modificaciones especiales de la fórmula de Darcy en las que el coeficiente de fricción depende únicamente de la rugosidad relativa de la tubería. Para el caso del agua (o de otros líquidos de viscosidad parecida), dichas fórmulas han sido obtenidas por Manning, Schoder, Cobey, Hazen-Williams y otros.

FÓRMULA DE HAZEN-WILLIAMS

En este capítulo se utilizará la fórmula de Hazen-Williams. La resolución se hará con la ayuda del Diagrama B del Apéndice, en lugar de utilizar, en la mayoría de los casos, procedimientos algebraicos más laboriosos. La fórmula que da la velocidad es

$$V = 0,8494C_1R^{0,63}S^{0,54} \quad (1)$$

donde V = velocidad en m/seg, R = radio hidráulico en m, S = pendiente de la línea de alturas pie-

zométricas y $C_1 =$ coeficiente de la rugosidad relativa de Hazen-Williams. Los valores para C_1 se dan en la Tabla 6 del Apéndice.

La relación entre esta fórmula empírica y la de Darcy se da en el Problema 1. La principal de la fórmula de Hazen-Williams es que el coeficiente C_1 depende únicamente de la rugosidad.

En el Diagrama B, el caudal Q se expresa en l/seg y en millones de galones por día (mgd) los factores de conversión son

$$1 \text{ mgd} = 1,547 \text{ ft}^3/\text{seg} = 43,656 \text{ l/seg}$$

Problemas resueltos

1. Transformar la fórmula de Hazen-Williams en una del tipo de la de Darcy.

Solución:

$$V = 0,8494 C_1 R^{0,63} S^{0,54}$$

Se tiene $S = h/L$ y $R = d/4$ (véase Capítulo 7. Problema 26). Despejando h

$$h^{0,54} = \frac{4^{0,63}}{0,8494} \frac{L^{0,54}}{d^{0,63}} \frac{V}{C_1}$$

$$h = \frac{2g(4)^{1,165}}{(0,8494)^{1,850}} \left(\frac{L}{d}\right) \frac{V^2}{2g} \left[\frac{d^{-0,015}}{V^{0,150} d^{0,150} C_1^{1,850}} \right] = \frac{133,4 d^{-0,015}}{C_1^{1,850}} \left(\frac{L}{d}\right) \frac{V^2}{2g} \left[\frac{1}{d^{0,150} V^{0,150}} \right]$$

Para incluir el número de Reynolds en la ecuación se multiplica por $(v/\nu)^{0,150}$, y se obtiene

$$h = \frac{133,4 d^{-0,015}}{C_1^{1,850} \nu^{0,150}} \left(\frac{L}{d}\right) \frac{V^2}{2g} \left[\frac{\nu^{0,150}}{V^{0,150} d^{0,150}} \right] = \frac{133,4 d^{-0,015}}{C_1^{1,850} \nu^{0,150} R_E^{0,150}} \left(\frac{L}{d}\right) \frac{V^2}{2g} = f_1 \left(\frac{L}{d}\right) \frac{V^2}{2g}$$

Se observará que si se omite el factor $d^{-0,015}$, muy próximo a la unidad, el coeficiente de fricción f_1 únicamente del número de Reynolds y del coeficiente de rugosidad C_1 para todos los líquidos cuya viscosidad no varíe apreciablemente (en tanto por ciento) con los cambios de temperatura. En tales casos, se utilizará el valor medio (o representativo) de la viscosidad, que se supondrá constante en esta fórmula del tipo de la d

2. Comparar los resultados obtenidos por resolución algebraica y mediante el Diagrama B para un caudal que circula por una tubería nueva de 30 cm de diámetro con una pérdida de altura métrica de 4,30 m en 1500 m de tubería y (b) la pérdida de carga que tiene lugar en 1800 m de tubería vieja de fundición de 60 cm de diámetro, cuando el caudal que circula es de 250 l/s.

Solución:

- (a) **Algebraicamente.** $S = 4,30/1500 = 0,00287$ y $R = d/4 = 7,5$ cm.

De la Tabla 6 del Apéndice, $C_1 = 130$. De aquí,

$$Q = AV = \frac{1}{4}\pi(0,30)^2 [0,8494 \times 130(0,075)^{0,63}(0,00287)^{0,54}] = 0,061 \text{ m}^3/\text{seg} = 61 \text{ l/seg}$$

Por el diagrama. El Diagrama B está construido para $C_1 = 100$.

$D = 30$ cm y $S = 0,00287$ o $2,87$ m/1000 m.

Con estos valores, $Q_{100} = 48$ l/seg (leyendo el nomograma de acuerdo con las instrucciones que en el mismo).

Al observar la fórmula de Hazen-Williams se ve que V y Q son directamente proporcionales a C_1 el caudal para $C_1 = 130$ será

$$Q_{130} = (130/100)(48) \text{ l/seg} = 62,3 \text{ l/seg}$$

(b) **Algebraicamente.** ($C_1 = 100$). $Q = 250$ l/seg.

$$0,250 = \frac{1}{4}\pi(0,60)^2 [0,8494 \times 100(0,60/4)^{0,63} S^{0,54}] \quad \text{y} \quad S = 0,00195$$

Por el diagrama. $Q = 250$ l/seg, $D = 60$ cm.
 $S = 0,002$ m/1000 m = 0,002 (del diagrama).

3. Una tubería usada de 30 cm de diámetro de fundición transporta 100 l/seg de agua. ¿Cuál será la pérdida de altura en 1200 m de tubería (a) mediante la fórmula de Darcy y (b) utilizando la fórmula de Hazen-Williams?

Solución:

(a) $V_{30} = 0,100 / [\frac{1}{4}\pi(0,30)^2] = 1,413$ m/seg. De la Tabla 3 del Apéndice, $f = 0,0260$.

$$\text{Pérdida de carga} = f \frac{L}{d} \frac{V^2}{2g} = 0,0260 \frac{1200}{0,30} \frac{(1,413)^2}{2g} = 10,6 \text{ m}$$

(b) $Q = 100$ l/seg y $C_1 = 110$. $Q_{100} = (100/110)100 = 82,8$ l/seg.

Del Diagrama B, $S = 8,4$ m/1000 m y pérdida de carga = $8,4 \times 1,2 = 10,1$ m.
 La coincidencia de resultados es notoria.

La experiencia y buen juicio en la elección de C_1 conducirán a resultados satisfactorios para el caso en que circula agua o bien líquidos de viscosidad parecida.

4. Para una pérdida de carga de 5,0 m/1000 m y utilizando $C_1 = 100$ para todas las conducciones, ¿cuántas tuberías de 20 cm son equivalentes a una de 40 cm?, ¿y a una de 60 cm?

Solución:

Mediante el Diagrama B, para $S = 5,0$ m/1000 m: Q para tubería de 20 cm = 22 l/seg
 Q para tubería de 40 cm = 140 l/seg
 Q para tubería de 60 cm = 380 l/seg

Por tanto, tomamos 140/22 o bien 6,4 tuberías de 20 cm, equivalentes hidráulicamente, a una de 40 cm de la misma rugosidad relativa. Del mismo modo, 380/22 ó 17,3 tuberías de 20 cm son equivalentes a una de 60 cm para una pérdida de carga de 5,0 m/1000 m o para cualesquiera otras condiciones de pérdida de carga.

5. Un sistema de tuberías en serie está constituido por un tramo de 1800 m de tubería de 50 cm, otro de 1200 m de 40 cm y 600 m de 30 cm. Todas las tuberías son nuevas de fundición. Hallar a partir del sistema (a) la longitud equivalente de una tubería de 40 cm y (b) el diámetro equivalente si la longitud de la tubería fuera de 3600 m.

Solución:

Utilícese $C_1 = 130$ para tubería nueva de fundición.

(a) Como la magnitud hidráulica común para un sistema de tuberías en serie es el caudal, supóngase que éste es de 130 l/seg (cualquier otro valor serviría). Para utilizar el Diagrama B, se cambia Q_{130} en Q_{100} , es decir,

$$Q_{100} = (100/130)(130) = 100 \text{ l/seg}$$

$$S_{50} = 0,93 \text{ m/1000 m y la pérdida de carga} = 0,93 \times 1,8 = 1,675 \text{ m (15,0 \%)}$$

$$S_{40} = 2,62 \text{ m/1000 m pérdida de carga} = 2,62 \times 1,2 = 3,141 \text{ m (28,2 \%)}$$

$$S_{30} = 10,60 \text{ m/1000 m pérdida de carga} = 10,60 \times 0,6 = 6,360 \text{ m (56,8 \%)}$$

$$\text{Para } Q = 130 \text{ l/seg: Pérdida de carga total} = 11,176 \text{ m (100,0 \%)}$$

La tubería equivalente de 40 cm debe transportar 130 l/seg con una pérdida de carga de 11,176 m ($C = 130$).

$$S_{40} = 2,62 \text{ m/1000 m} = \frac{\text{pérdida de carga en m}}{\text{longitud equivalente en m}} = \frac{11,176}{L_E}$$

y $L_E = 4260$ m.

(b) Los 3600 m de tubería, ($C_1 = 130$), deben transportar 130 l/seg con una pérdida de carga de 11,176 m.

$$S_E = \frac{\text{pérdida de carga en m}}{\text{longitud en m}} = \frac{11,176}{3600} = 3,10 \text{ m/1000 m}$$

Y en el Diagrama B, utilizando $Q_{100} = 100$ l/seg, $D = 38$ cm (aproximadamente).

6. Hallar la longitud equivalente, en tubería de 15 cm, del sistema mostrado en la Figura 8-1.

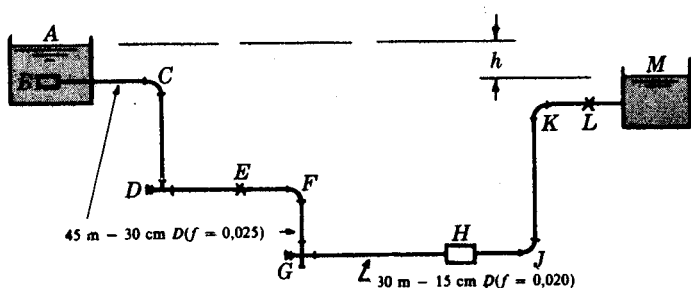


Fig. 8-1

Coefficientes K

Filtro o alcahofa B	= 8,0
Codos C, F, de 30 cm (cada uno)	= 0,5
Te D de 30 cm	= 0,7
Válvula E de 30 cm	= 1,0
Cruz G de 30 cm x 15 cm ($\times V_{15}^2/2g$)	= 0,7
Aparato de medida H de 15 cm	= 6,0
Codos J, K, de 15 cm (cada uno)	= 0,5
Válvula L de 15 cm	= 3,0

Solución:

Este problema se resolverá aplicando la ecuación de Bernoulli entre A y M, tomando como plano de referencia de cotas el horizontal que pasa por M, como sigue

$$(0 + 0 + h) - (8,0 + 2 \times 0,5 + 0,7 + 1,0 + 0,025 \times \frac{45}{0,30}) \frac{V_{30}^2}{2g} - (0,7 + 6,0 + 2 \times 0,5 + 3,0 + 1,0 + 0,020 \times \frac{30}{0,15}) \frac{V_{15}^2}{2g} = (0 + 0 + 0)$$

De aquí, $h = 14,45 \frac{V_{30}^2}{2g} + 15,7 \frac{V_{15}^2}{2g} = (14,45 \times \frac{1}{16} + 15,7) \frac{V_{15}^2}{2g} = 16,6 \frac{V_{15}^2}{2g}$.

Para cualquier valor de h, la pérdida de carga es $16,6(V_{15}^2/2g)$. La pérdida de carga en L_E m de tubería de 15 cm es $f(L_E/d)(V_{15}^2/2g)$. Igualando los dos valores,

$$16,6 \frac{V_{15}^2}{2g} = 0,020 \frac{L_E}{0,15} \frac{V_{15}^2}{2g} \quad \text{y} \quad L_E = 124,5 \text{ m}$$

La altura de velocidad puede suprimirse en esta igualdad. Debe recordarse que una equivalencia hidráulica exacta depende de f, que no se mantiene constante para grandes intervalos de velocidades.

7. Para el sistema de tuberías en serie del Problema 5, ¿cuál será el caudal que circula para una pérdida de carga total de 21,0 m, (a) utilizando el método de la tubería equivalente y (b) mediante el método del porcentaje?

Solución:

(a) Según el Problema 5, 4260 m de tubería de 40 cm son equivalentes al sistema de tuberías en serie. Para una pérdida de carga de 21,0 m

$$S_{40} = 21/4260 = 4,93 \text{ m/1000 m} \quad \text{y del Diagrama B,} \quad Q_{100} = 140 \text{ l/seg}$$

De aquí, $Q_{130} = (130/100)140 = 182 \text{ l/seg}$

(b) El método del porcentaje requiere el cálculo de las pérdidas de carga para un caudal supuesto Q. Aunque se dispone de estos valores por el Problema 5, se van a calcular de nuevo, lo que servirá para comprobar la solución. Suponiendo $Q_{130} = 65$ l/seg, $Q_{100} = (100/130)65 = 50$ l/seg, y a partir del Diagrama B,

$$\begin{aligned}
 S_{50} &= 0,27 \text{ m/1000 m y pérdida de carga} = 0,27 \times 1,8 = 0,512 \text{ m (15,7 \%)} \\
 S_{40} &= 0,77 \text{ m/1000 m y pérdida de carga} = 0,77 \times 1,2 = 0,922 \text{ m (28,5 \%)} \\
 S_{30} &= 10,70 \text{ m/1000 m y pérdida de carga} = 10,70 \times 0,6 = 1,800 \text{ m (55,8 \%)} \\
 \text{Para } Q &= 65 \text{ l/seg: Pérdida de carga total} = 3,234 \text{ m (100,0 \%)}
 \end{aligned}$$

Los porcentajes son del mismo orden que los obtenidos en el Problema 5. Aplicando estos porcentajes a la pérdida total de carga dada de 21,0 m, se obtiene

$$\begin{aligned}
 H_{L50} &= 21 \times 15,7 \% = 3,30 \text{ m, } S = 3,30/1800 = 1,83 \text{ m/1000 m, } Q = 130/100 \times 142 = 185 \text{ l/seg} \\
 H_{L40} &= 21 \times 28,5 \% = 6,00 \text{ m, } S = 6,00/1200 = 5,00 \text{ m/1000 m, } Q = 130/100 \times 140 = 182 \text{ l/seg} \\
 H_{L30} &= 21 \times 55,8 \% = 11,70 \text{ m, } S = 11,70/600 = 19,50 \text{ m/1000 m, } Q = 130/100 \times 139 = 181 \text{ l/seg}
 \end{aligned}$$

El cálculo con uno de los diámetros es suficiente para calcular el caudal Q , pero los demás sirven de comprobación y dan la seguridad de que no se han cometido equivocaciones.

3. En el sistema mostrado en la Fig. 8-2, cuando el caudal desde el depósito A al nudo principal D es de 140 l/seg, la presión en D es 1,40 kg/cm². Se quiere aumentar el caudal hasta 184 l/seg, con una presión en D de 2,80 kg/cm². ¿Qué diámetro debe de tener la tubería de 1500 m de longitud, que ha de ponerse entre B y C en paralelo (dibujada a trazos en la figura), con la existente de 30 cm de diámetro para satisfacer las condiciones exigidas?

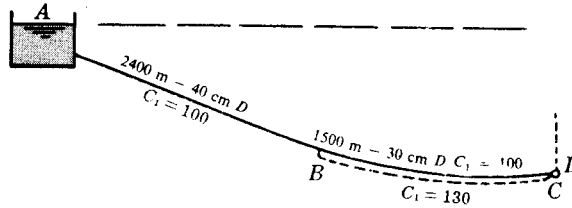


Fig. 8-2

Solución:

La elevación del depósito A puede determinarse a partir de las condiciones iniciales. Del Diagrama B ,

$$\begin{aligned}
 \text{para } Q &= 140 \text{ l/seg, } S_{40} = 4,8 \text{ m/1000 m, pérdida de carga} = 4,8 \times 2,4 = 11,5 \text{ m} \\
 S_{30} &= 20,0 \text{ m/1000 m, pérdida de carga} = 20,0 \times 1,5 = 30,0 \text{ m} \\
 \text{Pérdida de carga total} &= 41,5 \text{ m}
 \end{aligned}$$

La línea de alturas piezométricas cae desde 41,5 m hasta una elevación de 14,0 m por encima de D (equivalentes a 1,40 kg/cm²). Por tanto, el depósito A está a $(41,5 + 14,0) = 55,5$ m por encima de D .

Para una presión de 2,80 kg/cm², la elevación de la línea de alturas piezométricas sobre D será de 28,0 m, de forma que la altura de carga disponible para el caudal de 184 l/seg es de $(55,5 - 28,0) = 27,5$ m.

En la tubería de 40 cm, $Q = 184$ l/seg, $S = 8,2$ m/1000 m, pérdida de carga = $8,2 \times 2,4 = 19,7$ m. De aquí,

$$\text{Pérdida de carga entre } B \text{ y } C = 27,5 - 19,7 = 7,8 \text{ m}$$

Para la tubería existente de 30 cm, $S = 7,8/1500 = 5,2$ m/1000 m, $Q = 68,0$ l/seg y el caudal en la tubería nueva, puesta en paralelo, será $(184,0 - 68,0) = 116,0$ l/seg con una altura de carga disponible (caída de la línea de alturas piezométricas) de 7,8 m entre B y C .

$$S = 7,8/1500 = 5,2 \text{ m/1000 m y } Q_{100} = (100/130)116 = 89,3 \text{ l/seg}$$

El Diagrama B da $D = 34$ cm aproximadamente (se toma la tubería de diámetro normalizado inmediato superior).

- En el sistema de tuberías en paralelo de la Figura 8-3 la altura de presión en A es de 36,0 m de agua y la altura de presión en E de 22,0 m de agua. Suponiendo que las tuberías están en un plano horizontal, ¿qué caudal circula por cada una de las ramas en paralelo?

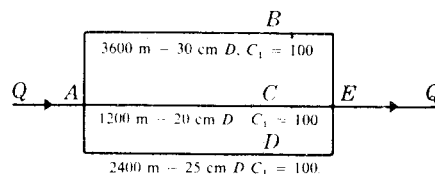


Fig. 8-3

Solución:

La caída de la línea de las alturas piezométricas entre A y E es $(36 - 22) = 14$ m, despreciando los pequeños valores de las diferencias de las alturas de velocidad. Los caudales pueden conocerse, sin más, a partir de las pendientes de las líneas de las alturas piezométricas, que se determinan fácilmente. Así, mediante el Diagrama B ,

$$\begin{aligned} S_{30} &= 14/3600 = 3,90 \text{ m/1000 m}, & Q_{30} &= 58 \text{ l/seg}, & (42,0 \%) \\ S_{20} &= 14/1200 = 11,70 \text{ m/1000 m}, & Q_{20} &= 35 \text{ l/seg}, & (25,4 \%) \\ S_{25} &= 14/2400 = 5,85 \text{ m/1000 m}, & Q_{25} &= 45 \text{ l/seg}, & (32,6 \%) \\ Q_{\text{total}} &= 138 \text{ l/seg}, & & & (100,0 \%) \end{aligned}$$

10. Si en el Problema 9 el caudal total Q fuera de 280 l/seg, ¿qué pérdida de carga tiene lugar entre A y E y cómo se reparte el caudal en las ramas del circuito? Utilizar dos métodos, el del porcentaje y el de la tubería equivalente.

Solución:

En un sistema de tuberías en paralelo la magnitud hidráulica común es la pérdida de carga entre los nudos (AE). La resolución se llevará a cabo como si no se hubiera resuelto el Problema 9.

Al suponer una pérdida de carga entre A y E de 8,0 m, los caudales para la pérdida de carga supuesta pueden obtenerse a partir del Diagrama B .

$$\begin{aligned} S_{30} &= 8/3600 = 2,22 \text{ m/1000 m}, & Q_{30} &= 45 \text{ l/seg}, & (42,8 \%) \\ S_{20} &= 8/1200 = 6,67 \text{ m/1000 m}, & Q_{20} &= 27 \text{ l/seg}, & (25,7 \%) \\ S_{25} &= 8/2400 = 3,33 \text{ m/1000 m}, & Q_{25} &= 33 \text{ l/seg}, & (31,5 \%) \\ Q_{\text{total}} &= 105 \text{ l/seg}, & & & (100,0 \%) \end{aligned}$$

(a) Método del porcentaje.

El caudal en cada rama del circuito será un porcentaje constante del caudal total a través del circuito para un intervalo razonable de las pérdidas de carga entre los nudos. Los porcentajes encontrados coinciden razonablemente con los tabulados en el Problema 9 (dentro de la precisión obtenida en el Diagrama B y con la regla de cálculo). Aplicando los porcentajes al caudal dado de 280 l/seg,

$$\begin{aligned} Q_{30} &= 42,8 \% \times 280 = 120,0 \text{ l/seg}, & S_{30} &= 15,0 \text{ m/1000 m}, & (H_L)_{A-E} &= 54 \text{ m} \\ Q_{20} &= 25,7 \% \times 280 = 72,0 \text{ l/seg}, & S_{20} &= 43,0 \text{ m/1000 m}, & (H_L)_{A-E} &= 52 \text{ m} \\ Q_{25} &= 31,5 \% \times 280 = 88,0 \text{ l/seg}, & S_{25} &= 22,0 \text{ m/1000 m}, & (H_L)_{A-E} &= 53 \text{ m} \\ Q &= 280,0 \text{ l/seg} \end{aligned}$$

Este método da una comprobación de los cálculos, como se deduce de los tres valores de la pérdida de carga obtenidos. Es el método de cálculo recomendado.

(b) Método de la tubería equivalente (utilizar el diámetro de 30 cm).

Deben calcularse los caudales para una pérdida de carga supuesta, como en el método anterior. Empleando los mismos valores, para una pérdida de carga de 8,0 m, el caudal total a través del sistema de tuberías en paralelo es de 105 l/seg. Una tubería equivalente daría el mismo caudal para una pérdida de carga de 8,0 m, es decir,

$$Q = 105 \text{ l/seg}, \quad H_L = 8,0 \text{ m} \quad \text{y} \quad S_{30} = 11,8 \text{ m/1000 m}, \text{ obtenida del Diagrama } B.$$

De $S = h/L$, $11,8 = 8,0 / L_E$ m, y $L_E = 678$ m (de tubería de 30 cm, $C_1 = 100$).

Para el caudal dado de 280 l/seg, $S_{30} = 80 \text{ m/1000 m}$ y la pérdida de carga entre $A-E = 80 \times 678/1000 = 54$ m. Con esta pérdida de carga pueden obtenerse los valores de los tres caudales.

11. Para el sistema mostrado en la Fig. 8-4, (a) ¿cuál es el caudal si la caída de la línea de alturas piezométricas entre A y B es de 60 cm? (b) ¿Qué longitud de una tubería de 50 cm ($C_1 = 120$) es equivalente al sistema AB ?

Solución:

(a) La solución más directa puede obtenerse suponiendo una caída de la línea de alturas piezométricas (pérdida de carga) entre *W* y *Z* y sacar de esta hipótesis una conclusión lógica.

Por ejemplo, suponiendo una pérdida de carga entre *W* y *Z* de 9 m, a partir del Diagrama *B*,

$$S_{30} = 9/1500 = 6,0 \text{ m/1000 m} \text{ y } Q_{30} = (120/100)72 = 86,4 \text{ l/seg, (26,4 \%)}$$

$$S_{40} = 9/900 = 10,0 \text{ m/1000 m} \text{ y } Q_{40} = (120/100)200 = 240,0 \text{ l/seg, (73,6 \%)}$$

$$Q \text{ total} = 326,4 \text{ l/seg, (100,0 \%)}$$

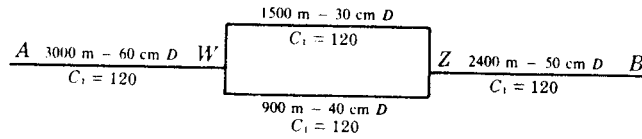


Fig. 8-4

Ahora puede calcularse la pérdida de carga entre *A* y *B* para el caudal total de 326,4 l/seg. Al emplear el Diagrama *B*, se utiliza $Q_{100} = (100/120)326,4 = 272,0 \text{ l/seg}$.

De *A* a *W*, $S_{60} = 2,6 \text{ m/1000 m}$, $H_L = 2,6 \frac{3000}{1000} = 7,8 \text{ m, (24,0 \%)}$
 De *W* a *Z*, (el supuesto) $= 9,0 \text{ m, (28,0 \%)}$
 De *Z* a *B*, $S_{50} = 6,5 \text{ m/1000 m}$, $H_L = 6,5 \frac{2400}{1000} = 15,6 \text{ m, (48,0 \%)}$
 Pérdida de carga total (para $Q = 326,4 \text{ l/seg}$) $= 32,4 \text{ m, (100,0 \%)}$

Aplicando estos porcentajes a la pérdida de carga dada de 60 m, se obtiene:

$$(H_L)_{A-W} \text{ (real)} = 60 \times 24 \% = 14,4 \text{ m, } S_{60} = \frac{14,4}{3000} = 4,8 \text{ m/1000 m;}$$

$$(H_L)_{W-Z} \text{ (real)} = 60 \times 28 \% = 16,8 \text{ m;}$$

$$(H_L)_{Z-B} \text{ (real)} = 60 \times 48 \% = 28,8 \text{ m, } S_{50} = \frac{28,8}{2400} = 12 \text{ m/1000 m.}$$

Del Diagrama *B*, el caudal en la tubería de 60 cm será $(120/100)(380) = 456 \text{ l/seg}$.

Como comprobación, en la tubería de 50 cm el caudal será $Q = (120/100)(380) = 456 \text{ l/seg}$.

Este caudal se divide en el circuito *WZ* en los porcentajes calculados antes, es decir, 26,4 % y 73,6 %.

(b) Utilizando la información anterior para el sistema entre *A* y *B*, un caudal de 326,4 l/seg produce una caída en la línea de alturas piezométricas de 32,4 m. Para este caudal de 326,4 l/seg y en una tubería de 50 cm, $C_1 = 120$

$$S_{50} = 6,0 \text{ m/1000 m} = 32,4/L_E \text{ o bien } L_E = 5400 \text{ m}$$

12. En el sistema de la Fig. 8-5, determinar las alturas de presión en *A* y *B* cuando la bomba manda un caudal de 140 l/seg. Dibujar la línea de alturas piezométricas.

Solución:

Se determina la tubería equivalente al sistema en paralelo entre *BC*, en tubería de 40 cm de diámetro, $C_1 = 100$. Una vez determinada, se tiene únicamente una tubería de la misma rugosidad relativa, con la que los cálculos son sencillos para cualquier condición de flujo. Suponiendo una caída en la línea de alturas piezométricas de 7 m entre *B* y *C*, se obtienen los siguientes valores, mediante el Diagrama *B*,

$$S_{25} = 7/3000 = 2,23 \text{ m/1000 m, } Q_{25} = 27,0 \text{ l/seg}$$

$$S_{20} = 7/3300 = 2,12 \text{ m/1000 m, } Q_{20} = 14,0 \text{ l/seg}$$

$$Q \text{ total} = 41,0 \text{ l/seg}$$

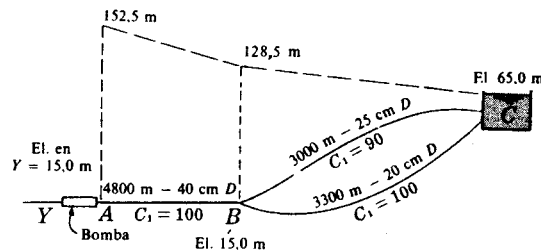


Fig. 8-5

Para $Q = 41,0$ l/seg y $D = 40$ cm ($C_1 = 100$), $S_{40} = 0,55$ m/1000 m = $7,0/L_E$ y $L_E = 12.700$ m.

El caudal enviado por la bomba al depósito es de 140 l/seg. Para una longitud de $(12.700 + 4800) = 17.500$ m de tubería equivalente de 40 cm, la pérdida de carga entre A y C será

$$S_{40} = 5,00 \text{ m/1000 m}, \quad H_L = 5,00(17.500/1000) = 87,5 \text{ m}$$

Por tanto, la altura piezométrica en A será $(65,0 + 87,5) = 152,5$ m, según se muestra en la figura. La caída de A a $B = 5,00(4800/1000) = 24,0$ m y la elevación en B será $(152,5 - 24,0) = 128,5$ m.

$$\text{Altura de presión en } A = 152,5 - 15,0 = 137,5 \text{ m}$$

$$\text{Altura de presión en } B = 128,5 - 15,0 = 113,5 \text{ m}$$

13. En la Fig. 8-6, ¿qué sistema tiene más capacidad, el $ABCD$ o el $EFGH$? ($C_1 = 120$ para todas las tuberías.)

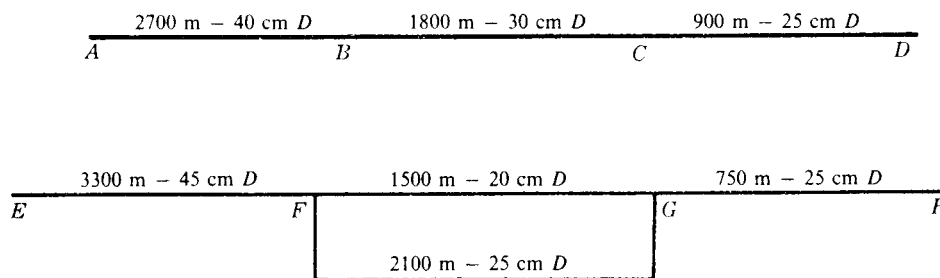


Fig. 8-6

Solución:

Suponiendo $Q = 90$ l/seg en $ABCD$, mediante el Diagrama B , con $Q_{100} = (100/120)90 = 75$ l/seg,

$$S_{40} = 1,6 \text{ m/1000 m}, \quad H_L = 1,6(2700/1000) = 4,3 \text{ m}$$

$$S_{30} = 6,5 \text{ m/1000 m}, \quad H_L = 6,5(1800/1000) = 11,7 \text{ m}$$

$$S_{25} = 15,0 \text{ m/1000 m}, \quad H_L = 15,0(900/1000) = 13,5 \text{ m}$$

$$\text{Para } Q = 90 \text{ l/seg, Pérd. Carga total} = 29,5 \text{ m}$$

Para hallar el porcentaje de un caudal cualquiera Q , que circula por cada una de las ramas del circuito FG , en el sistema $EFGH$, se supone una pérdida de carga entre F y G de 8,0 m. Entonces,

$$S_{20} = 8/1500 = 5,33 \text{ m/1000 m} \quad \text{y} \quad Q_{20} = 24,0 \text{ l/seg, (40,7 \%)}$$

$$S_{25} = 8/2100 = 3,81 \text{ m/1000 m} \quad \text{y} \quad Q_{25} = 35,0 \text{ l/seg, (59,3 \%)}$$

$$Q_{100} \text{ total} = 59,0 \text{ l/seg, (100,0 \%)}$$

Para dictaminar sobre la capacidad de cada uno de los sistemas pueden seguirse varios caminos. Mejor que utilizar tuberías equivalentes se podrían calcular las pérdidas de carga producidas por un caudal de 90 l/seg, por ejemplo, a través de cada uno de los sistemas. El sistema que dé lugar a una pérdida de carga menor sería el de mayor capacidad. O bien podría determinarse el caudal Q que circula por cada uno de los sistemas para la misma pérdida de carga. El sistema por el que circule un caudal mayor sería el de mayor capacidad. En el caso presente, se va a comparar la pérdida de carga de 29,5 m, que tiene lugar en $ABCD$, para $Q = 90$ l/seg ($Q_{100} = 75$ l/seg), con el valor de la pérdida de carga obtenido en el sistema $EFGH$, para el mismo caudal.

(a) Para $Q_{45} = 75$ l/seg, $S_{45} = 0,90$ m/1000 m, $(H_L)_{EF} = 3,0$ m.

(b) Para $Q_{20} = 40,7\% \times 75 = 30,5$ l/seg, $S_{20} = 8,7$ m/1000 m, $(H_L)_{FG} = 13,1$ m,

o para $Q_{25} = 59,3\% \times 75 = 44,5$ l/seg, $S_{25} = 6,2$ m/1000 m, $(H_L)_{FG} = 13,0$ m.

(c) Para $Q_{25} = 75$ l/seg, $S_{25} = 15,5$ m/1000 m, $(H_L)_{GH} = 11,6$ m.

Luego la pérdida de carga total de E a $H = 27,7$ m.

Por tanto, el sistema $EFGH$ tiene mayor capacidad.

14. En la Fig. 8-7 el caudal que sale del depósito A es de 430 l/seg. Determinar la potencia extraída por la turbina DE si la altura de presión en E es de -3,0 m. Dibujar las líneas de alturas piezométricas.

Solución:

El análisis del sistema ramificado debe concentrarse sobre el punto C. En primer lugar la suma de caudales que llegan a C ha de ser igual a la suma de caudales que salen de C. En segundo lugar, la elevación de la línea de alturas piezométricas en C es, por lo general, la clave de la solución.

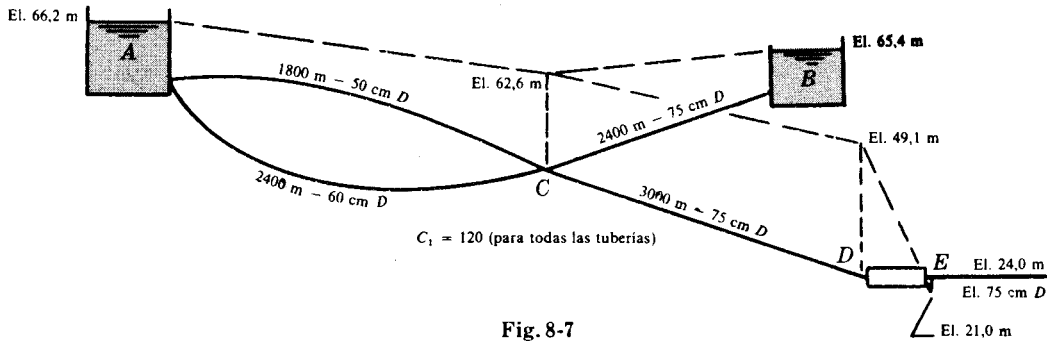


Fig. 8-7

Para calcular la altura de la línea de alturas piezométricas en C se supone que la pérdida de carga de A a C es de 7,0 m. Entonces,

$$\begin{aligned} S_{50} &= 7/1800 = 3,90 \text{ m/1000 m}, & Q_{50} &= 216 \text{ l/seg}, & (42,6 \%) \\ S_{60} &= 7/2400 = 2,92 \text{ m/1000 m}, & Q_{60} &= 290 \text{ l/seg}, & (57,4 \%) \\ Q_{\text{total}} &= 506 \text{ l/seg}, & & & (100,0 \%) \end{aligned}$$

Aplicando estos porcentajes al caudal dado de 430 l/seg de A a C, teniendo en cuenta que para $C_1 = 100$, $Q = (100/120)430 = 358 \text{ l/seg}$,

$$\begin{aligned} Q_{50} &= 151 \text{ l/seg}, & S_{50} &= 2,00 \text{ m/1000 m}, & H_L &= 3,6 \text{ m} \\ Q_{60} &= 207 \text{ l/seg}, & S_{60} &= 1,50 \text{ m/1000 m}, & H_L &= 3,6 \text{ m (comprobación)} \end{aligned}$$

Así, la elevación de la línea de alturas piezométricas en C = $66,2 - 3,6 = 62,6 \text{ m}$. Con esta información, la línea de alturas piezométricas cae 2,8 m de B a C y el flujo circulará desde B hacia C. De aquí,

$$S_{75} = 2,8/2400 = 1,17 \text{ m/1000 m}, \quad Q_{(100)} = 340 \text{ l/seg}, \quad Q_{(120)} = (120/100)340 = 408 \text{ l/seg}$$

Además, caudal que sale de C = caudal que entra en C
 $Q_{C-D} = 430 + 408 = 838 \text{ l/seg}$

para $C_1 = 120$, y para $C_1 = 100$, $Q = 698 \text{ l/seg}$.

Por tanto, $S_{75} = 4,5 \text{ m/1000 m}$, $(H_L)_{C-D} = 13,5 \text{ m}$, y la elevación de la línea de alturas piezométricas en D = $62,6 - 13,5 = 49,1 \text{ m}$.

$$\text{Potencia extraída (CV)} = \frac{1000(0,838)(49,1 - 21,0)}{75} = 314 \text{ CV.}$$

15. En la Fig. 8-8 la válvula F está parcialmente cerrada, lo que produce una pérdida de carga de 1,00 m cuando el caudal que circula a través de ella es de 28 l/seg. ¿Cuál es la longitud de la tubería de 25 cm que parte del depósito A?

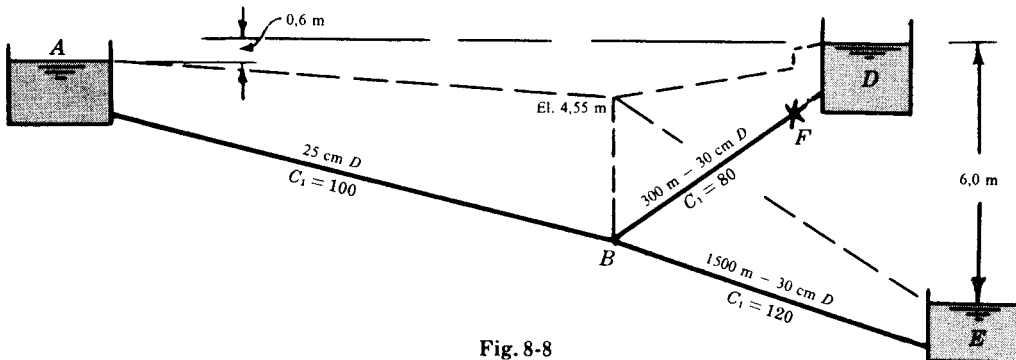


Fig. 8-8

Solución:

Para *DB* el caudal $Q = 28$ l/seg ($C_1 = 80$) y para $C_1 = 100$, $Q = (100/80)28 = 35,0$ l/seg, y $S_{30} = 1,5$ m/1000 m.

Pérdida total de carga de *D* a *B* = $1,50(300/1000) + 1,00 = 1,45$ m, lo que da una elevación de la línea de alturas piezométricas en *B* de 4,55 m (tomando elevación en *E* = 0).

Para *BE*, $S_{30} = (4,55 - 0,0)/1500 = 3,03$ m/1000 m y $Q = 52$ l/seg ($C_1 = 100$), para $C_1 = 120$, $Q = 62,4$ l/seg.

Para *AB*, el caudal $Q = 62,4 - 28,0 = 34,4$ l/seg y $S_{25} = 3,50$ m/1000 m (por el Diagrama *B*).
Por tanto, de $S = h/L$, $L = h/S = (0,85/3,50)1000 = 243$ m.

16. Se han de bombear 55 l/seg de agua a través de 1200 m de una tubería nueva de fundición hasta un recipiente, cuya superficie libre está 36 m sobre el nivel del agua que se bombea. El coste anual del bombeo de 55 l/seg es de 16,40\$ por m de carga contra la que se bombea, y el coste anual de la tubería es el 10 % de su precio inicial. Suponiendo que el precio de la tubería de fundición en el lugar de emplazamiento es de 140,00\$ por tonelada, para el tipo *B* (50 m de carga) de tubería que tiene los siguientes pesos por metro de longitud: de 15 cm, 49,5 kg; de 20 cm, 71,0 kg; de 25 cm, 95,0 kg; de 30 cm, 122,0 kg y de 40 cm, 186,0 kg. Determinar el diámetro de tubería más económico para esta instalación.

Solución:

Se hacen con detalle los cálculos para la tubería de 30 cm y los resultados para todas las tuberías se resumen en la tabla que se da más abajo. La pérdida de carga en la tubería de 30 cm, por el Diagrama *B*, teniendo en cuenta que para $C_1 = 100$, $Q = (100/130)55 = 42,3$ l/seg, será 2,10 m/1000 m.

De aquí, altura total contra la que se bombea = $36 + 1200(2,10/1000) = 38,5$ m.

Coste de bombeo = $38,5 \times 16,40\$ = 631\$$ por año

Coste de la tubería a pie de obra = $140\$ \times 1200 \times 122/1000 = 20.500\$$

Coste anual de la tubería = $10\% \times 20.500\$ = 2050\$$

Tabulando estos resultados para su comparación con los costes de las tuberías de los otros diámetros considerados, se obtiene la siguiente tabla:

<i>D</i> cm	<i>S</i> m/1000 m	Pérd. Carga en m	Altura total de bombeo = $36 + H_L$	Coste anual para 55 l/seg Bombeo + Coste tubería = Total		
15	65,0	78,0	114,0 m	1870 \$	830 \$	2700 \$
20	16,2	19,5	55,5 m	910	1190	2100
25	5,3	6,4	42,4 m	694	1600	2294
30	2,1	2,5	38,5 m	631	2050	2681
40	0,6	0,7	36,7 m	602	3130	3732

El diámetro más económico es el de 20 cm.

17. Cuando las superficies libres de los depósitos que se muestran en la Fig. 8-9(a) se mantienen a una elevación constante, ¿qué caudales tienen lugar?

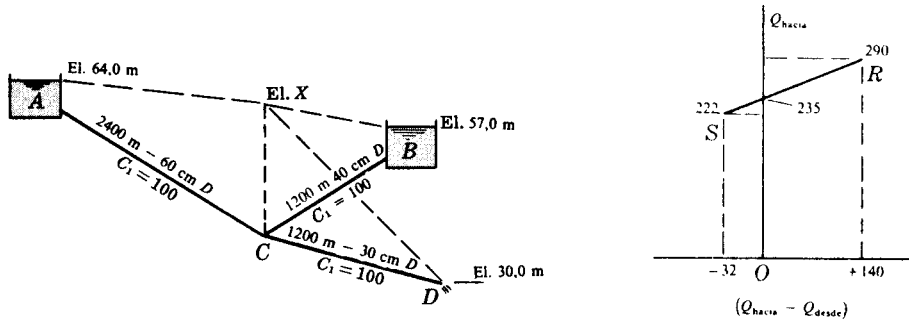


Fig. 8-9(a)

Fig. 8-9(b)

Solución:

Como la elevación de la línea de alturas piezométricas en *C* no puede determinarse, por ser desconocidos todos los caudales, el problema se resolverá por tanteos. En el primero es conveniente elegir como altura piezométrica en *C*, 57 m. Con esto, el caudal que sale o entra en el recipiente *B* será nulo, lo que reduce el número de cálculos.

Para una altura piezométrica en *C* = 57,0 m,

$$S_{60} = (64 - 57)/2400 = 2,91 \text{ m}/1000 \text{ m} \text{ y } Q = 290 \text{ l/seg hacia } C$$

$$S_{30} = (57 - 30)/1200 = 22,5 \text{ m}/1000 \text{ m} \text{ y } Q = 150 \text{ l/seg desde } C$$

De los valores de estos caudales se infiere que la altura piezométrica en *C* debe ser mayor, de forma que se reduzca el caudal desde *A*, aumente el que va a *D* y circule cierto caudal hacia *B*. Con el fin de «horquillar» la verdadera altura piezométrica de *C*, se supone ahora igual a 60 m. Así, para una elevación en *C* = 60,0 m,

$$S_{60} = (64 - 60)/2400 = 1,67 \text{ m}/1000 \text{ m} \text{ y } Q = 222 \text{ l/seg hacia } C$$

$$S_{40} = (60 - 57)/1200 = 2,50 \text{ m}/1000 \text{ m} \text{ y } Q = 98 \text{ l/seg desde } C$$

$$S_{30} = (60 - 30)/1200 = 25,0 \text{ m}/1000 \text{ m} \text{ y } Q = 156 \text{ l/seg desde } C$$

El caudal que sale de *C* es de 254 l/seg, mientras que el caudal que llega a *C* es de 222 l/seg. Mediante la Fig. 8-9(b) puede obtenerse una tercera aproximación mucho más cercana a la verdadera, uniendo mediante una recta los puntos *R* y *S*. La recta así dibujada corta al eje vertical, trazado por $(Q_{\text{hacia}} - Q_{\text{desde}}) = 0$, en $Q_{\text{hacia}} = 235 \text{ l/seg}$ (apreciado por el dibujo a escala). Como, además, los valores representados no varían en realidad linealmente, puede utilizarse para el caudal que va hacia *C* un valor ligeramente mayor, por ejemplo, 245 l/seg.

Para $Q = 245 \text{ l/seg}$ (hacia *C*), $S_{60} = 2,00 \text{ m}/1000 \text{ m}$ y $(H_L)_{A-C} = 2,00 \times 2400/1000 = 4,8 \text{ m}$ y la altura piezométrica en *C* = $(64,0 - 4,8) = 59,2 \text{ m}$. De aquí,

$$S_{40} = 2,20/1200 = 1,83 \text{ m}/1000 \text{ m}, \quad Q = 80 \text{ l/seg desde } C$$

$$S_{30} = 29,2/1200 = 24,30 \text{ m}/1000 \text{ m}, \quad Q = 155 \text{ l/seg desde } C$$

$$Q \text{ total desde } C = 235 \text{ l/seg}$$

Estos dos caudales son lo suficiente parecidos para no requerir cálculos posteriores. (Para una altura piezométrica en *C* de 59,5 m, da para los caudales que entran y salen de *C* valores iguales aproximadamente a 238 l/seg.)

- Desarrollar la expresión empleada en el estudio de los caudales en redes de tuberías.

Solución:

El método de cálculo, desarrollado por el profesor Hardy Cross, consiste en suponer unos caudales en todas las ramas de la red y a continuación hacer un balance de las pérdidas de carga calculadas. En el lazo o circuito único, mostrado en la Fig. 8-10, para que los caudales en cada rama del lazo sean los correctos se habrá de verificar

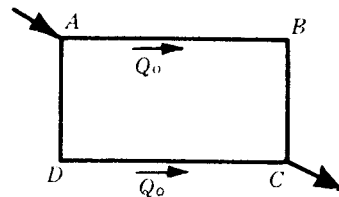


Fig. 8-10

$$(H_L)_{ABC} = (H_L)_{ADC} \quad \text{o} \quad (H_L)_{ABC} - (H_L)_{ADC} = 0 \quad (I)$$

Para aplicar esta expresión, la pérdida de carga en función del caudal ha de ponerse en la forma $H_L = kQ^n$. En el caso de utilizar la fórmula de Hazen-Williams, la expresión anterior toma la forma $H_L = kQ^{1,85}$.

Como se suponen unos caudales Q_0 , el caudal verdadero Q en una tubería cualquiera de la red puede expresarse $Q = Q_0 + \Delta$, donde Δ es la corrección que ha de aplicarse a Q_0 . Entonces, mediante el desarrollo del binomio,

$$kQ^{1,85} = k(Q_0 + \Delta)^{1,85} = k(Q_0^{1,85} + 1,85 Q_0^{0,85-1} \Delta + \dots)$$

Se desprecian los términos a partir del segundo por ser pequeño Δ comparado con Q_0 .

Para el lazo o circuito mostrado en la figura, al sustituir en la ecuación (I) se obtiene

$$k(Q_0^{1,85} + 1,85 Q_0^{0,85} \Delta) - k(Q_0^{1,85} + 1,85 Q_0^{0,85} \Delta) = 0$$

$$k(Q_0^{1,85} - Q_0^{1,85}) + 1,85k(Q_0^{0,85} - Q_0^{0,85})\Delta = 0$$

Despejando Δ ,

$$\Delta = - \frac{k(Q_0^{1,85} - Q_0^{1,85})}{1,85k(Q_0^{0,85} - Q_0^{0,85})}$$

En general, para un circuito más complicado, se tiene

$$\Delta = - \frac{\Sigma k Q_0^{1,85}}{1,85 \Sigma k Q_0^{0,85}} \tag{3}$$

Pero $k Q_0^{1,85} = H_L$ y $k Q_0^{0,85} = H_L/Q_0$. Por tanto,

$$\Delta = - \frac{\Sigma (H_L)}{1,85 \Sigma (H_L/Q_0)} \quad \text{para cada lazo de la red} \tag{4}$$

Al utilizar la fórmula (4) debe ponerse cuidado en el signo del numerador. La expresión (1) pone de manifiesto que los caudales que coinciden con el giro de las agujas de un reloj producen pérdidas de carga en el mismo sentido, y que los caudales no coincidentes con el giro de las agujas de un reloj producen caídas de carga también en sentido contrario. Es decir, el signo menos se asigna a todas las magnitudes hidráulicas cuyo sentido sea contrario al de las agujas de un reloj, o, lo que es lo mismo, al caudal Q y a las pérdidas de carga H_L . Para evitar errores en los cálculos debe observarse siempre este convenio de signos. Por otra parte, el denominador de (4) tiene siempre signo positivo.

En los dos problemas siguientes se ilustra el procedimiento de aplicación de la ecuación (4)

19. El sistema de tuberías en paralelo, mostrado en la Fig. 8-11, es el mismo que aparece como parte del sistema del Problema 11. Determinar, para $Q = 456$ l/seg (caudal total), los caudales en las dos ramas del circuito utilizando el método de Hardy Cross.

Solución:

Se supone que los caudales Q_{30} y Q_{40} son iguales, respectivamente, a 150 l/seg y 306 l/seg. Los cálculos se realizan en la tabla que sigue (obsérvese que se ha puesto -306 l/seg), procediendo así: se calculan los valores de S mediante el Diagrama B, o por cualquier otro procedimiento, luego $H_L = S \times L$ y a continuación se determinan H_L/Q_0 . Se notará que cuanto mayor sea ΣH_L más alejados de los correctos estarán los caudales Q . (Los valores de Q se han elegido deliberadamente distintos de los correctos para que den lugar a valores grandes de ΣH_L y así ilustrar el procedimiento.)

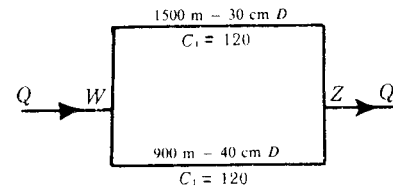


Fig. 8-11

D cm	L m	Q ₀ supuesto l/seg	S m/1000 m	H _L , m	H _L /Q ₀	Δ	Q ₁
30	1500	150	17,0	25,5	0,170	-27,8	122,2
40	900	-306	-16,0	-14,4	0,046	-27,8	-333,8
Σ = 456				Σ = +11,1	0,216		456,0

$$\Delta = - \frac{\Sigma H_L}{1,85 \Sigma (H_L/Q)} = - \frac{+11,1}{1,85(0,216)} = -27,8 \text{ l/seg}$$

Entonces, los valores de Q_1 serán $(150,0 - 27,8) = 122,2$ l/seg y $(-306,0 - 27,8) = -333,8$ l/seg. Repitiendo, de nuevo el proceso de cálculo

S	H _L	H _L /Q ₁	Δ	Q ₂
11,0	16,5	0,135	+3,2	125,4
-19,0	-17,1	0,051	+3,2	330,6
Σ = -0,6		0,186		456,0

No es necesario hacer una nueva aproximación ya que en el Diagrama B no puede conseguirse una mayor precisión de 3,0 l/seg aproximadamente. Teóricamente, ΣH_L debería ser igual a cero, pero esta condición se obtiene muy raramente.

Se observará que en el Problema 11 el caudal que fluye por la tubería de 30 cm era el 26,4 % de 456 l/seg, es decir, 120,4 l/seg, lo que constituye una comprobación satisfactoria.

20. El agua fluye a través del sistema de tuberías mostrado en la Fig. 8-12, en el que se conocen ciertos caudales, como se indica en la figura. En el punto *A*, la elevación es de 60,0 m y la altura de presión de 45,0 m. La elevación en *I* es de 30,0 m. Determinar (a) los caudales a través de la red de tuberías y (b) la altura de presión en *I*. (Utilizar $C_1 = 100$).

Solución:

(a) El método de cálculo puede resumirse como sigue:

- (1) Se suponen una serie de caudales iniciales, procediendo circuito por circuito —en este caso los lazos o circuitos son el I, II, III y IV—. Hay que poner cuidado en que los caudales que llegan a cada nudo sean igual en valor a la suma de los caudales salientes del mismo (principio de continuidad).
- (2) Para cada lazo se calcula la pérdida de carga en cada una de las tuberías del circuito (analíticamente, por el Diagrama *B* o bien mediante una regla de cálculo hidráulica).
- (3) Se suman las pérdidas de carga en cada circuito en el sentido de las agujas de un reloj, teniendo en cuenta la colocación correcta de los signos (si la suma de las pérdidas de carga fuera nula, los caudales Q_1 supuestos serían los correctos).
- (4) Se suman los valores de H_L/Q_1 , calculando a continuación el término Δ de corrección de los caudales en cada lazo.
- (5) Se corrige el caudal en cada una de las tuberías en Δ , con lo que se aumenta o disminuye en esa cantidad cada caudal Q supuesto. Para los casos en que una tubería pertenece a dos circuitos, debe aplicarse como corrección al caudal supuesto en esta tubería la diferencia entre los dos Δ (véase la aplicación siguiente).
- (6) Se continúa de forma análoga hasta que los valores de los Δ sean despreciables.

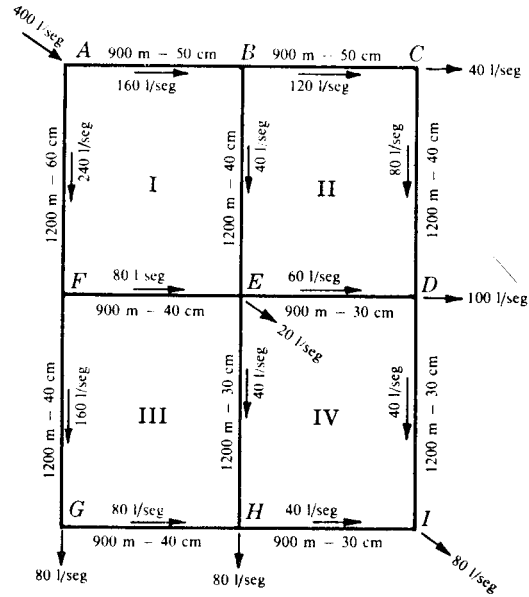


Fig. 8-12

Tramo	D, cm	L, m	Q_1 , l/seg (supuesto)	S , m/1000 m	H_L , m	$\frac{H_L}{Q_1}$	Δ	Q_2
AB	50	900	160	2,20	1,980	0,0124	+ 13,3	173,3
BE	40	1200	40	0,50	0,600	0,0150	+ 13,3 - (5,3) = + 8,0	48,0
EF	40	900	- 80	- 1,90	- 1,710	0,0214	+ 13,3 - (24,2) = - 10,9	- 90,9
FA	60	1200	- 240	- 1,92	- 2,304	0,0096	+ 13,3	- 226,7
					$\Sigma = - 1,434$	0,0584		
BC	50	900	120	1,30	1,170	0,0098	+ 5,3	125,3
CD	40	1200	80	1,90	2,160	0,0270	+ 5,3	85,3
DE	30	900	- 60	- 4,30	- 3,870	0,0645	+ 5,3 - (- 4,9) = + 10,2	- 49,8
EB	40	1200	- 40	- 0,50	- 0,600	0,0150	+ 5,3 - (13,3) = - 8,0	- 48,0
					$\Sigma = - 1,140$	0,1163		
FE	40	900	80	1,90	1,710	0,0214	+ 24,2 - (13,3) = + 10,9	90,9
EH	30	1200	40	2,00	2,400	0,0600	+ 24,2 - (- 4,9) = + 29,1	69,1
HG	40	900	- 80	- 1,80	- 1,620	0,0203	+ 24,2	- 55,8
GF	40	1200	- 160	- 6,50	- 9,800	0,0613	+ 24,2	- 135,8
					$\Sigma = - 7,310$	0,1630		
ED	30	900	60	4,30	3,870	0,0645	- 4,9 - (5,3) = - 10,2	49,8
DI	30	1200	40	2,00	2,400	0,0600	- 4,9	35,1
IH	30	900	- 40	- 2,00	- 1,800	0,0450	- 4,9	- 44,9
HE	30	1200	- 40	- 2,00	- 2,400	0,0600	- 4,9 - (24,2) = - 29,1	- 69,1
					$\Sigma = + 2,070$	0,2295		

Los pasos de los cálculos resumidos se han desarrollado en forma tabular, utilizando el Diagrama *B* para obtener las pérdidas de cargas en metros por mil metros (*S*). Los valores de H_L se obtienen por multiplicación de *S* por la longitud de la tubería que se considere. También se han tabulado los valores del cociente de H_L por el *Q* correspondiente.

Los términos Δ se calculan [expresión (4), Problema 18] como sigue:

$$\begin{aligned}\Delta_I &= \frac{-(-1,434)}{1,85(0,0584)} = +13,3 & \Delta_{III} &= \frac{-(-7,310)}{1,85(0,1630)} = +24,2 \\ \Delta_{II} &= \frac{-(-1,140)}{1,85(0,1163)} = +5,3 & \Delta_{IV} &= \frac{-(+2,070)}{1,85(0,2295)} = -4,9\end{aligned}$$

Para la tubería *EF* y el lazo I, el término Δ neto es ($\Delta_I - \Delta_{III}$), es decir, $[+13,3 - (+24,2)] = -10,9$. Se observa que el Δ para el circuito I se combina con el Δ del circuito III ya que la tubería *EF* pertenece a los dos lazos. En forma análoga, la tubería *EF* como perteneciente al lazo III, el término Δ neto es ($\Delta_{III} - \Delta_I$), es decir, $[+24,2 - (+13,3)] = +10,9$. Obsérvese que los valores Δ netos tienen el mismo valor absoluto, pero *signo opuesto*. Esto se comprende fácilmente ya que el flujo en la tubería *EF* es contrario al de las agujas de un reloj en el circuito I, mientras que en el lazo III es del sentido de las agujas de un reloj.

Los valores de los Q_2 para la segunda aproximación se calculan así:

$$Q_{AB} = (160,0 + 13,3) = 173,3 \text{ l/seg}$$

mientras que

$$Q_{EF} = (-80,0 - 10,9) = -90,9 \text{ l/seg} \quad \text{y} \quad Q_{FA} = (-240,0 + 13,3) = -226,7 \text{ l/seg}$$

El método consiste en continuar las aproximaciones hasta que los términos Δ sean lo suficientemente pequeños, de acuerdo con la precisión que se busque, recordando siempre que los valores de C_1 tienen una precisión limitada. En referencia con la columna de la derecha de la última de las tablas, se hace notar que dan los valores finales de *Q* en las diversas tuberías.

Como las sumas de las pérdidas de carga son pequeñas para todos los circuitos pueden considerarse los valores de los caudales que figuran en la columna de la derecha de la última tabla como los valores correctos, dentro de la precisión esperada. El lector puede practicar, calculando los nuevos valores de Δ , a continuación los Q_3 , etc.

- (b) La altura piezométrica en *A* es $(60,0 + 45,0) = 105,0$ m. La pérdida de carga de *A* a *I* puede calcularse por cualquiera de las rutas que unen *A* con *I*, sumando las pérdidas de la forma usual, es decir, en la dirección

Tramo	Q_2	<i>S</i>	H_L	H_L/Q	Δ
<i>AB</i>	173,3	2,70	2,430	0,0140	+7,2
<i>BE</i>	48,0	0,70	0,840	0,0175	+7,2 - (-1,2) = +8,4
<i>EF</i>	-90,9	-2,30	-2,070	0,0228	+7,2 - (-6,4) = +13,6
<i>FA</i>	-226,7	-1,70	-2,040	0,0090	+7,2
			$\Sigma = -0,840$	0,0633	
<i>BC</i>	125,3	1,40	1,260	0,0101	-1,2
<i>CD</i>	85,3	2,10	2,520	0,0295	-1,2
<i>DE</i>	-49,8	-3,00	-2,700	0,0542	-1,2 - 8,9 = -10,1
<i>EB</i>	-48,0	-0,70	-0,840	0,0175	-1,2 - 7,2 = -8,4
			$\Sigma = +0,240$	0,1113	
<i>FE</i>	90,9	2,30	2,070	0,0228	-6,4 - 7,2 = -13,6
<i>EH</i>	69,1	5,50	6,600	0,0955	-6,4 - 8,9 = -15,3
<i>HG</i>	-55,8	-0,91	-0,819	0,0147	-6,4
<i>GF</i>	-135,8	-4,80	-5,760	0,0424	-6,4
			$\Sigma = +2,091$	0,1754	
<i>ED</i>	49,8	3,00	2,700	0,0542	+8,9 - (-1,2) = +10,1
<i>DI</i>	35,1	1,61	1,932	0,0550	+8,9
<i>IH</i>	-44,9	-2,50	-2,250	0,0501	+8,9
<i>HE</i>	-69,1	-5,50	-6,600	0,0955	+8,9 - (-6,4) = +15,3
			$\Sigma = -4,218$	0,2548	

del flujo. Utilizando el camino *ABEHI* se obtiene $(H_L)_{A-I} = (2,520 + 1,116 + 4,200 + 1,440) = 9,276$ m. Como comprobación, al utilizar la ruta *ABEDI*, $H_L = (2,520 + 1,116 + 3,780 + 3,000) = 10,416$ m. Utilizando el valor 9,8 m, la altura piezométrica en *I* será $(105,0 - 9,8) = 95,2$ m. De aquí, la altura de presión en *I* $= (95,2 - 30,0) = 65,2$ m.

Tramo	Q_3	S	H_L	H_L/Q	Δ	Q_4
<i>AB</i>	180,5	2,80	2,520	0,0140	-1,1	179,4
<i>BE</i>	56,4	0,93	1,116	0,0198	-1,1 - 4,9 = -6,0	50,4
<i>EF</i>	-77,3	-1,76	-1,584	0,0205	-1,1 - 4,8 = -5,9	-83,2
<i>FA</i>	-219,5	-1,60	-1,920	0,0087	-1,1	-220,6
			$\Sigma = +0,132$	0,0630		
<i>BC</i>	124,1	1,41	1,269	0,0102	+4,9	129,0
<i>CD</i>	84,1	2,10	2,520	0,0300	+4,9	89,0
<i>DE</i>	-59,9	-4,20	-3,780	0,0631	+4,9 - (-2,5) = +7,4	-52,5
<i>EB</i>	-56,4	-0,93	-1,116	0,0198	+4,9 - (-1,1) = +6,0	-50,4
			$\Sigma = -1,107$	0,1231		
<i>FE</i>	77,3	1,76	1,584	0,0205	+4,8 - (-1,1) = +5,9	83,2
<i>EH</i>	53,8	3,50	4,200	0,0781	+4,8 - (-2,5) = +7,3	61,1
<i>HG</i>	-62,2	-1,20	-1,080	0,0174	+4,8	-57,4
<i>GF</i>	-142,2	-5,10	-6,120	0,0430	+4,8	-137,4
			$\Sigma = -1,416$	0,1590		
<i>ED</i>	59,9	4,20	3,780	0,0631	-2,5 - 4,9 = -7,4	52,5
<i>DI</i>	44,0	2,50	3,000	0,0682	-2,5	41,5
<i>IH</i>	-35,1	-1,60	-1,440	0,0410	-2,5	-37,6
<i>HE</i>	-53,8	-3,50	-4,200	0,0781	-2,5 - 4,8 = -7,3	-61,1
			$\Sigma = +1,140$	0,2504		

Problemas propuestos

- 21 Mediante el Diagrama *B*, calcular el caudal esperado en una tubería de 40 cm si la línea de alturas piezométricas cae 1,10 m en 1 kilómetro. (Utilizar $C_1 = 100$.) Sol. 62 l/seg
- 22 Si la tubería del Problema 21 fuera de fundición nueva, ¿cuál sería el caudal? Sol. 80,6 l/seg
- 23 En el ensayo de una tubería de fundición de 50 cm, el caudal en flujo permanente fue de 175 l/seg y la línea de alturas piezométricas cayó 1,20 m en un tramo de tubería de 600 m. ¿Cuál es el valor de C_1 ? Sol. 116
- 24 ¿Qué diámetro debe de tener una tubería nueva de fundición para transportar, en régimen permanente, 550 l/seg de agua a través de una longitud de 1800 m con una pérdida de carga de 9 m? Sol. 62 cm
- 25 Se quieren transportar 520 l/seg a través de una tubería de fundición vieja ($C_1 = 100$) con una pendiente de la línea de alturas piezométricas de 1,0 m/1000 m. Teóricamente, ¿qué número de tuberías de 40 cm serán necesarias?, ¿y de 50 cm?, ¿y de 60 cm?, ¿y de 90 cm? Sol. 8,97, 5,07, 3,06, 1
- 26 Comprobar las relaciones del Problema 25 cuando se transportan 520 l/seg para una pendiente cualquiera de la línea de alturas piezométricas.
- 27 ¿Qué pérdida de carga producirá en una tubería nueva de fundición de 40 cm un caudal que, en una tubería de fundición de 50 cm, también nueva, da lugar a una caída de la línea de alturas piezométricas de 1,0 m/1000 m? Sol. 2,90 m/1000 m

28. La tubería compuesta (sistema de tuberías en serie) $ABCD$ está constituida por 6000 m de tubería de 40 cm y 3000 m de 30 cm y 1500 m de 20 cm ($C_1 = 100$). (a) Calcular el caudal cuando la pérdida de carga entre A y E es de 60 m. (b) ¿Qué diámetro ha de tener una tubería de 1500 m de longitud, colocada en paralelo con la existente de 20 cm y con nudos en C y D , para que la nueva sección $C-D$ sea equivalente a la sección ABC (utiliza: $C_1 = 100$). (c) Si entre los puntos C y D se pone en paralelo con la tubería de 20 cm CD otra de 30 cm 2400 m de longitud, ¿cuál será la pérdida de carga total entre A y D para $Q = 80$ l/seg?
 Sol. 58 l/seg, 16,5 cm, 42,8 m
29. Un sistema de tuberías en serie $ABCD$ está formado por una tubería de 50 cm y 3000 m de longitud, una de 40 cm y 2400 m y otra de 30 cm y L m ($C_1 = 120$). ¿Qué longitud L hará que el sistema $ABCD$ sea equivalente a una tubería de 37,5 cm de diámetro, 4900 m de longitud y $C_1 = 100$? Si la longitud de la tubería de 30 cm que va de C a D fuera de 900 m, ¿qué caudal circulará para una pérdida de carga entre A y D de 40 m?
 Sol. 1320 m, 180 l/seg
30. Hallar la longitud de una tubería de 20 cm equivalente al sistema de tuberías en serie constituido por una tubería de 25 cm y 900 m de longitud, una de 20 cm y 450 m y otra de 15 cm y 150 m de longitud (para todas las tuberías $C_1 = 120$). Sol. 1320 m
31. Los depósitos A y D están conectados por el siguiente sistema de tuberías en serie: la tubería ($A-B$) de 50 cm y 2400 m de longitud, la ($B-C$) de 40 cm y 1800 m y la ($C-D$) de diámetro desconocido y 600 m de longitud. La diferencia de elevación entre las superficies libres de los depósitos es de 25 m. (a) Determinar el diámetro de la tubería CD para que el caudal que circula entre A y D sea de 180 l/seg si $C_1 = 120$ para todas las tuberías (b) ¿Qué caudal circulará entre A y D si la tubería CD es de 35 cm de diámetro y si, además, conectada entre B y D existe otra tubería en paralelo con BCD de 2700 m de longitud y 30 cm de diámetro?
 Sol. 32 cm, 258 l/seg
32. Un sistema de tuberías ($C_1 = 120$) está constituido por una tubería de 75 cm y 3000 m (AB), otra de 60 cm y 2400 m (BC) y de C a D dos tuberías en paralelo de 40 cm y 1800 m de longitud cada una. (a) Para un caudal entre A y D de 360 l/seg, ¿cuál es la pérdida de carga? (b) Si se cierra la llave en una de las tuberías de 40 cm, ¿qué variación se producirá en la pérdida de carga para el mismo caudal anterior?
 Sol. 21,2 m, variación = 31,1 m
33. En la Fig. 8-13, para una altura de presión en D igual a 30 m (a) calcular la potencia comunicada a la turbina DE . (b) Si se instala la tubería dibujada a trazos en la figura (60 cm y 900 m de longitud), ¿qué potencia podrá comunicarse a la turbina si el caudal es de 540 l/seg? ($C_1 = 120$). Sol. 144 CV, 207 CV

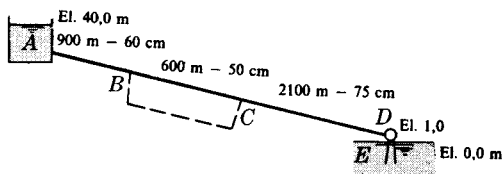


Fig. 8-13

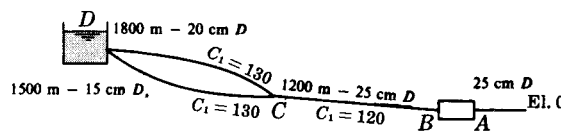


Fig. 8-14

34. En la Fig. 8-14, cuando las alturas de presión en A y B son de 3,0 m y 90,0 m, respectivamente, la bomba AB está comunicando al sistema una potencia de 100 CV. ¿Qué elevación puede mantenerse en el depósito D ?
 Sol. 46,8 m
35. En el sistema de tuberías mostrado en la Fig. 8-15 es necesario transportar 600 l/seg hasta D , con una presión en este punto de 2,80 kg/cm². Determinar la presión en A en kg/cm². Sol. 3,40 kg/cm²

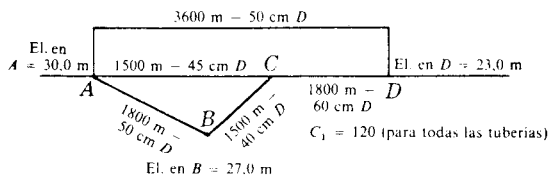


Fig. 8-15

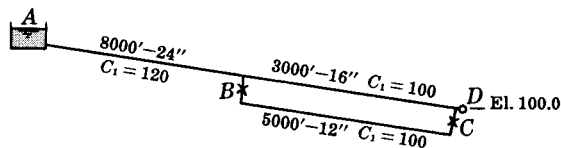


Fig. 8-16

36. (a) En la Fig. 8-16, la presión en D es de 2,10 kg/cm², cuando el caudal suministrado desde el depósito A es de 250 l/seg. Las válvulas B y C están cerradas. Determinar la elevación de la superficie libre del depósito A . (b) El caudal y la presión dados en (a) no se cambian, pero la válvula C está totalmente abierta y la B solo parcialmente.

te abierta. Si la nueva elevación del depósito A es de 64 m, ¿cuál es la pérdida de carga a través de la válvula B?
 Sol. El. 68 m, 5,8 m

37. Determinar el caudal que circula a través de cada una de las tuberías del sistema mostrado en la Figura 8-17.
 Sol. 190 l/seg, 140 l/seg, 50 l/seg

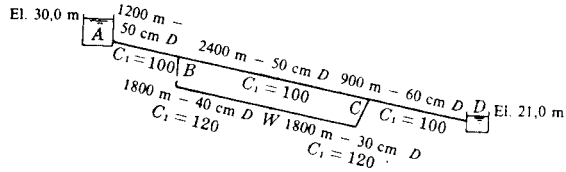


Fig. 8-17

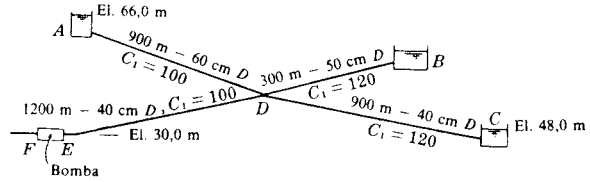


Fig. 8-18

38. La bomba XY, a una elevación de 6,0 m, hace circular 120 l/seg a través de una tubería nueva de fundición YW de 40 cm y 1800 m de longitud. La presión de descarga en Y es de 2,70 kg/cm². En el extremo W de la tubería de 40 cm están conectadas dos tuberías, una de 30 cm y 750 m de longitud (C₁ = 100), que termina en el depósito A, a una elevación de 30,0 m, y otra de 25 cm y 600 m (C₁ = 130), que termina en el depósito B. Determinar la elevación de B y el caudal que llega o sale de cada uno de los depósitos.
 Sol. El. 7,1 m, 35 l/seg, 155 l/seg
39. En la Fig. 8-18, cuando Q_{ED} = Q_{DC} = 280 l/seg, determinar la presión manométrica en E, en kg/cm², y la elevación del depósito B. Sol. 5,26 kg/cm², 53,9 m
40. En el sistema mostrado en la Fig. 8-19, a través de la tubería de 90 cm, circulan 900 l/seg. Determinar la potencia en CV de la bomba XA (rendimiento igual al 78,5 %) que da lugar a los caudales y elevaciones mostrados en la figura si la altura de presión en X es nula. (Dibujar las líneas de alturas piezométricas.) Sol. 272 CV

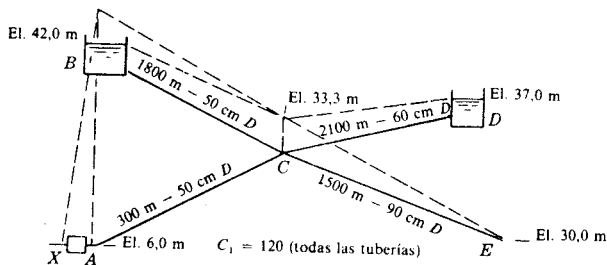


Fig. 8-19

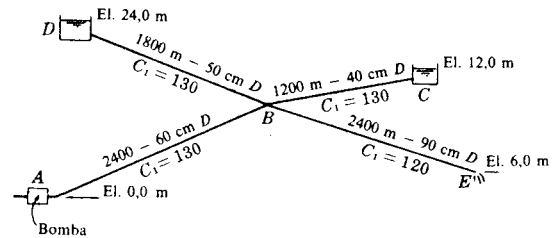


Fig. 8-20

41. ¿Qué caudal debe suministrar la bomba de la Fig. 8-20 cuando el caudal a través de la tubería de 90 cm es de 1200 l/seg y cuál es la altura de presión en A? Sol. 984 l/seg, 56,6 m
42. La altura de presión en A, sección de descarga de la bomba AB, es 36,0 m debido a la acción de dicha bomba, de una potencia de 140 CV (véase Fig. 8-21). La pérdida de carga en la válvula Z es de 3,0 m. Determinar todos los caudales y la elevación del depósito T. Dibujar las líneas de alturas piezométricas.
 Sol. Q_{AW} = Q_{SB} = 360 l/seg, Q_{SR} = 64 l/seg, Q_{TS} = 424 l/seg, El. en T 27,0 m

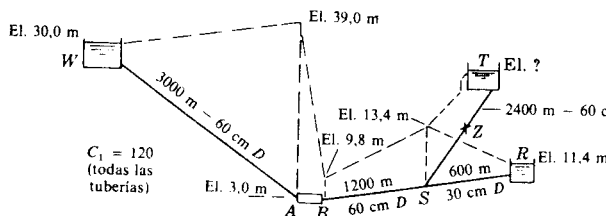


Fig. 8-21

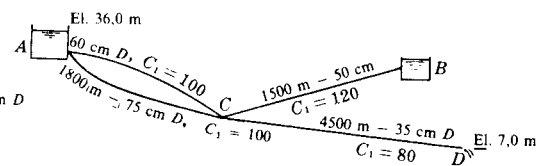


Fig. 8-22

43. El caudal total que sale de A, véase Fig. 8-22, es de 380 l/seg y el caudal que llega a B es de 295 l/seg. Determinar (a) la elevación de B y (b) la longitud de la tubería de 60 cm. Sol. 26,5 m, 7700 m

44. ¿Cuáles son los caudales que llegan o parten de cada uno de los depósitos de la Figura 8-23?
 Sol. $Q_{AE} = 140$ l/seg, $Q_{BE} = 3$ l/seg, $Q_{EC} = 79$ l/seg, $Q_{ED} = 64$ l/seg

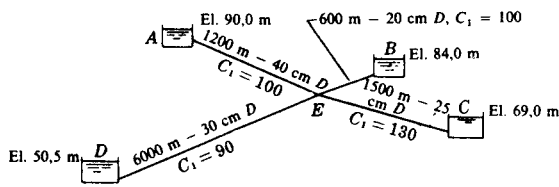


Fig. 8-23

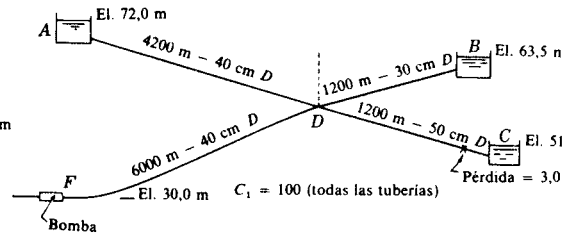


Fig. 8-24

45. Si la altura de presión en F es de 45,0 m, determinar los caudales que circulan a través del sistema mostrado en la Figura 8-24. Sol. $Q_{FD} = 98$ l/seg, $Q_{AD} = 104$ l/seg, $Q_{BD} = 48$ l/seg, $Q_{DC} = 250$ l/seg
46. Si en el sistema de tuberías del Problema 9, $Q = 200$ l/seg, ¿qué caudal circula por cada rama y cuál es la pérdida de carga? Utilizar el método de Hardy Cross.
 Sol. 28,0 m, $Q_{30} = 82$ l/seg, $Q_{20} = 53$ l/seg, $Q_{25} = 65$ l/seg
47. Resolver el Problema 35 mediante el método de Hardy Cross.
48. Se están estudiando tres sistemas de tuberías A , B y C . ¿Cuál es el sistema de mayor capacidad? Utilizar $C_1 = 100$ para todas las tuberías del dibujo. Sol. B

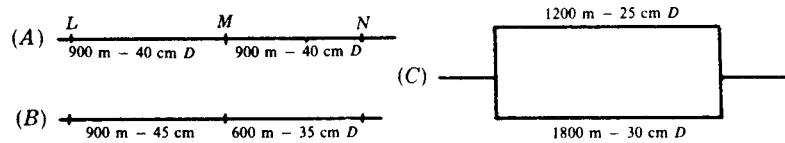


Fig. 8-25

49. En el problema precedente, ¿qué diámetro debe tener una tubería de 900 m de longitud para que puesta en paralelo entre M y N , en el sistema A (de manera que se forme un lazo o circuito de M a N), haga que el sistema A modificado tenga el 50% más de capacidad que el sistema C ? Sol. 38 cm