Capítulo 7

Flujo de fluidos en tuberías

INTRODUCCION

Se va a aplicar el principio de la energía a la solución de problemas prácticos de flujos en t que frecuentemente se presentan en las diversas ramas de la ingeniería. El flujo de un fluido real es más complejo que el de un fluido ideal. Debido a la viscosidad de los fluidos reales, en su mov aparecen fuerzas cortantes entre las partículas fluidas y las paredes del contorno y entre las di capas de fluido. Las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales que resolverían de forma el problema del flujo (ecuaciones de Euler) no admiten, por lo común, una solución. Como cor cia, los problemas de flujos reales se resuelven aprovechando datos experimentales y utilizand dos semiempíricos.

Existen dos tipos de flujos permanentes en el caso de fluidos reales, que es necesario coı y entender. Estos se llaman flujo laminar y flujo turbulento. Ambos tipos de flujos vienen gob por leyes distintas.

FLUJO LAMINAR

En el flujo laminar las partículas fluidas se mueven según trayectorias paralelas, formando junto de ellas capas o láminas. Los módulos de las velocidades de capas adyacentes no tienen el valor. El flujo laminar está gobernado por la ley que relaciona la tensión cortante con la veloc deformación angular, es decir, la tensión cortante es igual al producto de la viscosidad del fluid gradiente de las velocidades o bien $\tau = \mu \, dv/dy$ (véase Capítulo 1). La viscosidad del fluido es l nitud física predominante y su acción amortigua cualquier tendencia a la turbulencia.

VELOCIDAD CRITICA

La velocidad crítica de interés práctico para el ingeniero es aquella velocidad por debajo de toda turbulencia es amortiguada por la acción de la viscosidad del fluido. La experiencia den que un límite superior para el régimen laminar, en tuberías, viene fijado por un valor del núm Reynolds alrededor de 2000, en la mayoría de los casos prácticos.

NUMERO DE REYNOLDS

El número de Reynolds, que es un grupo adimensional, viene dado por el cociente de las f de inercia por las fuerzas debidas a la viscosidad (véase Capítulo 5 sobre semejanza dinámica

Para tuberías circulares, en flujo a tubería llena,

$$\text{Número de Reynolds } R_E = \frac{Vd\rho}{\mu} \quad \text{o} \quad \frac{Vd}{\nu} = \frac{V(2r_o)}{\nu}$$

donde V = velocidad media en m/seg
d = radio de la tubería en m, r_0 = radio de la tubería en m
ν = viscosidad cinemática del fluido en m^2/seg
ρ = densidad del fluido en UTM/m^3 o kg seg^2/m^4
μ = viscosidad absoluta en kg seg/m^2

En el caso de conductos de sección recta no circular se utiliza como longitud característic número de Reynolds el radio hidráulico R, igual al cociente del área de la sección recta por el p tro mojado, expresando el cociente en m. El número de Reynolds es ahora

$$R_E = \frac{V(4R)}{\nu}$$

FLUJO TURBULENTO

En el flujo turbulento las partículas fluidas se mueven de forma desordenada en todas las di nes. Es imposible conocer la trayectoria de una partícula individualmente.

La tensión cortante en el flujo turbulento puede expresarse así

$$\tau = (\mu + \eta)\frac{dv}{dy} \qquad (2a)$$

donde η (eta) = un factor que depende de la densidad del fluido y de las características del movimiento. El primer término entre paréntesis (μ) representa los efectos debidos a la viscosidad y el segundo (η) tiene en cuenta los efectos debidos a la turbulencia.

Mediante los resultados obtenidos experimentalmente puede obtenerse la solución de las tensiones cortantes en el caso de flujos turbulentos. Prandtl ha sugerido la forma

$$\tau = \rho l^2 \left(\frac{dv}{dy}\right)^2 \qquad (2b)$$

para expresar las tensiones cortantes en flujos turbulentos. Esta fórmula tiene el inconveniente de que la longitud de mezcla l es función de y. Cuanto mayor es y, distancia a la pared de la tubería, mayor es el valor de l. Posteriormente, Von Karman ha sugerido la fórmula

$$\tau = \tau_o\left(1 - \frac{y}{r_o}\right) = \rho k^2 \frac{(dv/dy)^4}{(d^2v/dy^2)^2} \qquad (2c)$$

Aunque k no es una constante, este número adimensional se mantiene aproximadamente igual a 0,40. La integración de esta expresión conduce a fórmulas del tipo de la (*7b*), que se da más adelante.

TENSION CORTANTE EN LA PARED DE UNA TUBERIA

La tensión cortante en la pared de una tubería, como se desarrollará en el Problema 5, es

$$\tau_o = f\rho V^2/8 \quad \text{en kg/m}^2 \qquad (3)$$

donde f es el coeficiente de fricción, adimensional, que se describe más adelante.

Se demostrará en el Problema 4 que la tensión cortante varía linealmente a lo largo de la sección recta y que

$$\tau = \frac{(p_1 - p_2)}{2L} r \quad \text{o} \quad \tau = \left(\frac{wh_L}{2L}\right) r \qquad (4)$$

El término $\sqrt{\tau_0/\rho}$ se llama velocidad de corte o de fricción y se representa por el símbolo v_*. A partir de la expresión (*3*) se obtiene

$$v_* = \sqrt{\tau_o/\rho} = V\sqrt{f/8} \qquad (5)$$

DISTRIBUCION DE VELOCIDADES

La distribución de velocidades en una sección recta seguirá una ley de variación parabólica en el flujo *laminar*. La velocidad máxima tiene lugar en el eje de la tubería y es igual al doble de la velocidad media. La ecuación que da el perfil de velocidades en el flujo laminar (véase Problema 6) puede expresarse como sigue

$$v = v_c - \left(\frac{wh_L}{4\mu L}\right) r^2 \qquad (6)$$

En los flujos *turbulentos* resulta una distribución de velocidades más uniforme. A partir de los datos experimentales de Nikuradse y otros investigadores, se dan a continuación las ecuaciones de los perfiles de velocidades en función de la velocidad en el eje de la tubería v_c o en función de la velocidad de corte v_*.

(*a*) Una fórmula experimental es

$$v = v_c(y/r_o)^n \qquad (7a)$$

donde $n = \frac{1}{7}$, para tuberías lisas, hasta $R_E = 100.000$

$n = \frac{1}{8}$, para tuberías lisas y R_E de 100.000 a 400.000

(*b*) Para tuberías *lisas*,

$$v = v_*(5{,}5 + 5{,}75 \log yv_*/\nu) \tag{7b}$$

Para el término yv_*/ν, véase la parte (*e*) del Problema 8

(*c*) Para tuberías *lisas* (y $5000 < R_E < 3.000.000$) y para tuberías rugosas en la zona de exclusiva influencia de la rugosidad,

$$(v_c - v) = -2{,}5\sqrt{\tau_o/\rho}\,\ln y/r_o = -2{,}5\,v_*\ln y/r_o \tag{7c}$$

En función de la velocidad media V, Vennard ha sugerido que V/v_c puede escribirse en la forma

$$\frac{V}{v_c} = \frac{1}{1 + 4{,}07\sqrt{f/8}} \tag{8}$$

(*d*) Para tuberías *rugosas*,

$$v = v_*(8{,}5 + 5{,}75 \log y/\epsilon) \tag{9a}$$

donde ϵ es la rugosidad absoluta de la pared de la tubería.

(*e*) Para contornos *rugosos o lisos*,

$$\frac{v - V}{V\sqrt{f}} = 2 \log y/r_o + 1{,}32 \tag{9b}$$

También

$$v_c/V = 1{,}43\sqrt{f} + 1 \tag{9c}$$

PERDIDA DE CARGA EN FLUJO LAMINAR

En el flujo laminar la pérdida de carga viene dada por la fórmula de Hagen-Poiseuille, que se deducirá en el Problema 6. Su expresión es

$$\text{Pérdida de carga (m)} = \frac{32\ (\text{viscosidad } \mu)(\text{longitud } L \text{ m})(\text{velocidad media } V)}{(\text{peso específico } w)(\text{diámetro } d \text{ m})^2}$$

$$= \frac{32\,\mu L V}{w\, d^2} \tag{10a}$$

En función de la viscosidad cinemática, como $\mu/w = \nu/g$, se obtiene

$$\text{Pérdida de carga} = \frac{32\nu L V}{g d^2} \tag{10b}$$

FORMULA DE DARCY-WEISBACH

La fórmula de Darcy-Weisbach, desarrollada en el Problema 5 del Capítulo 5, es la fórmula básica para el cálculo de las pérdidas de carga en las tuberías y conductos. La ecuación es la siguiente:

$$\text{Pérdida de carga (m)} = \text{coeficiente de fricción } f \times \frac{\text{longitud } L \text{ (m)}}{\text{diámetro } d \text{ (m)}} \times \text{altura de velocidad } \frac{V^2}{2g} \text{ (m)}$$

$$= f\,\frac{L}{d}\,\frac{V^2}{2g} \tag{11}$$

Como ya se señaló en el Capítulo 6, la altura de velocidad exacta, en una sección recta, se obtiene dividiendo el cuadrado de la velocidad media $(Q/A)^2$ por $2g$ y multiplicando el resultado por un coeficiente α. En régimen turbulento en tuberías y conductos α puede considerarse igual a la unidad sin apreciable error en el resultado.

COEFICIENTE DE FRICCION

El factor o coeficiente de fricción f puede deducirse matemáticamente en el caso de régimen laminar, mas en el caso de flujo turbulento no se dispone de relaciones matemáticas sencillas para obtener la variación de f con el número de Reynolds. Todavía más, Nikuradse y otros investigadores han encontrado que sobre el valor de f también influye la rugosidad relativa de la tubería (igual a la relación de la altura de las imperfecciones superficiales ϵ al diámetro interior de la tubería).

(*a*) Para flujo *laminar* la ecuación (*10b*), dada anteriormente, puede ordenarse como sigue:

$$\text{Pérdida de carga} = 64\frac{\nu}{Vd}\frac{L}{d}\frac{V^2}{2g} = \frac{64}{R_E}\frac{L}{d}\frac{V^2}{2g} \qquad (12a)$$

Por tanto, *para régimen laminar en todas las tuberías y para cualquier fluido*, el valor de f viene dado por

$$f = 64/R_E \qquad (12b)$$

R_E tiene un valor práctico máximo de 2000 para que el flujo sea laminar.

(*b*) Para *flujo turbulento*, muchos ingenieros hidráulicos e investigadores se han esforzado en el cálculo de f, tanto a partir de sus propios resultados como de los resultados obtenidos por otros investigadores.

(*1*) Para flujo turbulento en *tuberías rugosas o lisas* las leyes de resistencia universales pueden deducirse a partir de

$$f = 8\tau_0/\rho V^2 = 8V_*^2/V^2 \qquad (13)$$

(*2*) Para tuberías *lisas*, Blasius ha sugerido, con el número de Reynolds comprendido entre 3000 y 100.000,

$$f = 0{,}316/R_E^{0{,}25} \qquad (14)$$

Para valores de R_E hasta 3.000.000, aproximadamente, la ecuación de Von Karman, modificada por Prandtl, es

$$1/\sqrt{f} = 2\log(R_E\sqrt{f}) - 0{,}8 \qquad (15)$$

(*3*) Para tuberías *rugosas*,

$$1/\sqrt{f} = 2\log r_0/\epsilon + 1{,}74 \qquad (16)$$

(*4*) Para *todas* las tuberías, el Hydraulic Institute de los Estados Unidos de Norteamérica y la mayoría de los ingenieros consideran la ecuación de Colebrook como la más aceptable para calcular f. La ecuación es

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log\left[\frac{\epsilon}{3{,}7d} + \frac{2{,}51}{R_E\sqrt{f}}\right] \qquad (17)$$

Aunque la ecuación (*17*) es de resolución muy engorrosa, se dispone de diagramas que dan las relaciones existentes entre el coeficiente de fricción f, el número de Reynolds R_E y la rugosidad relativa ϵ/d. De estos diagramas se incluyen dos en el Apéndice. El Diagrama A-1 (Diagrama de Moody, publicado por cortesía de la American Society of Mechanical Engineers) se utiliza normalmente cuando se conoce Q, y el Diagrama A-2 se utiliza cuando se desea calcular el caudal. La última forma fue sugerida primeramente por S. P. Johnson y por Hunter Rouse.

Se observa que para tuberías lisas, en las que el valor de ϵ/d es muy pequeño, puede despreciarse el primer término entre corchetes de (*17*); en este caso las (*17*) y (*15*) son análogas. Del mismo modo, para números de Reynolds R_E muy elevados, el segundo término entre corchetes de la (*17*) es despreciable; en tales casos la viscosidad no influye prácticamente y f depende tan solo de la rugosidad relativa de la tubería. Este hecho se pone de manifiesto en el Diagrama A-1 ya que las curvas se vuelven horizontales para números de Reynolds elevados.

Antes de utilizar los diagramas, el ingeniero ha de poder estimar la rugosidad relativa de la tubería a partir de su propia experiencia y/o de la de los demás. Los valores sugeridos para el tamaño de las imperfecciones superficiales ϵ, en el caso de tuberías nuevas, se incluyen los Diagramas A-1 y A-2.

OTRAS PERDIDAS DE CARGA

Otras pérdidas de carga, tales como las que tienen lugar en los accesorios de tuberías, se dan generalmente en la forma

$$\text{Pérdida de carga (m)} = K(V^2/2g) \tag{18}$$

En las Tablas 4 y 5 del Apéndice se da una serie de valores de las pérdidas de carga en los accesorios más comúnmente utilizados.

Problemas resueltos

1. Determinar la velocidad crítica para (*a*) un fuel-oil medio que fluye a 15° C a través de una tubería de 15 cm de diámetro y (*b*) el agua a 15° C que circula por una tubería de 15 cm.

Solución:

(*a*) Para que el flujo sea laminar, el máximo número de Reynolds es 2000. De la Tabla 2 del Apéndice, la viscosidad cinemática a 15° C es $4{,}42 \times 10^{-6}$ m²/seg.

$$2000 = R_E = V_C d/\nu = V_C(0{,}15)/(4{,}42 \times 10^{-6}) \qquad V_C = 0{,}059 \text{ m/seg}$$

(*b*) De la Tabla 2, $\nu = 1{,}13 \times 10^{-6}$ m²/seg, para el agua a 15° C.

$$2000 = V_C(0{,}15)/(1{,}13 \times 10^{-6}) \qquad V_C = 0{,}015 \text{ m/seg}$$

2. Determinar el tipo de flujo que tiene lugar en una tubería de 30 cm cuando (*a*) fluye agua a 15° C a una velocidad de 1,00 m/seg y (*b*) fluye un fuel-oil pesado a 15° C y a la misma velocidad.

Solución:

(*a*) $R_E = Vd/\nu = 1{,}00(0{,}3)/(1{,}13 \times 10^{-6}) = 265.000 > 2000$. El flujo es turbulento.

(*b*) De la Tabla 2 del Apéndice, $\nu = 2{,}06 \times 10^{-4}$ m²/seg.
$R_E = Vd/\nu = 1{,}00(0{,}3)/(2{,}06 \times 10^{-4}) = 1450 < 2000$. El flujo es laminar.

3. Para un flujo en régimen laminar, ¿qué diámetro de tubería será necesario para transportar 350 l/min de un fuel-oil medio a 4,5° C? ($\nu = 7{,}00 \times 10^{-6}$ m²/seg).

Solución:

$Q = 0{,}350/60 = 5{,}83 \times 10^{-3}$ m³/seg. $V = Q/A = 4Q/\pi d^2 = 23{,}33 \times 10^{-3}/\pi d^2$ m/seg.

$R_E = \dfrac{Vd}{\nu}$, $2000 = \dfrac{23{,}33 \times 10^{-3}}{\pi d^2}\left(\dfrac{d}{7{,}00 \times 10^{-6}}\right)$, $d = 0{,}530$ m. Se utilizará la tubería normalizada de diámetro inmediato superior.

4. Determinar la distribución de las tensiones cortantes a lo largo de una sección recta de una tubería circular, horizontal y el flujo en régimen permanente.

Solución:

(*a*) Para el cuerpo libre de la Fig. 7-1(*a*), como el flujo es permanente, cada una de las partículas se mueve hacia la derecha sin aceleración. Por tanto, la suma de todas las fuerzas en la dirección x debe ser nula.

$$p_1(\pi r^2) - p_2(\pi r^2) - \tau(2\pi r L) = 0 \qquad \text{o} \qquad \tau = \frac{(p_1 - p_2)r}{2L} \tag{A}$$

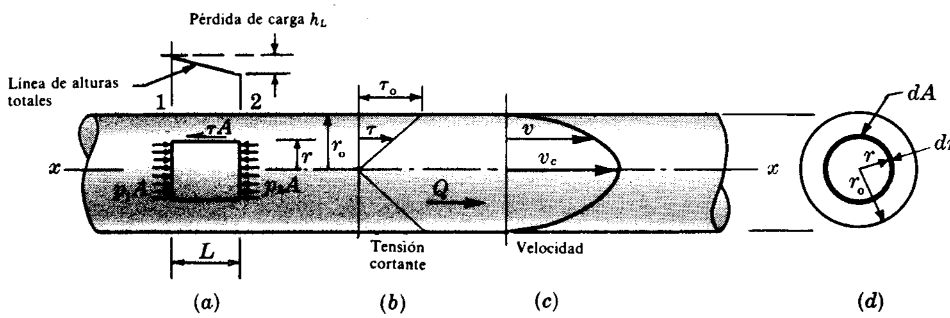

Fig. 7-1

Cuando $r = 0$, la tensión cortante τ se anula; cuando $r = r_0$, la tensión sobre la pared coincide con el máximo de la tensión. La variación es lineal, tal como se ha representado en la Fig. 7-1(*b*). La ecuación (*A*) es válida tanto para flujo laminar como turbulento ya que en la deducción de la misma no se ha impuesto limitación alguna respecto al tipo de flujo.

Como $(p_1 - p_2)/w$ representa la caída de la línea de alturas totales, o pérdida de carga h_L, multiplicando la ecuación (*A*) por w/w, se obtiene

$$\tau = \frac{wr}{2L}\left(\frac{p_1 - p_2}{w}\right) \quad \text{o} \quad \tau = \frac{wh_L}{2L}r \qquad (B)$$

5. Desarrollar una expresión que dé la tensión cortante en la pared de una tubería.

Solución:

Del Problema 4, $h_L = \dfrac{2\tau_o L}{wr_o} = \dfrac{4\tau_o L}{wd}$. La fórmula de Darcy-Weisbach es $h_L = f\dfrac{L}{d}\dfrac{V^2}{2g}$.

Igualando estas expresiones, $\dfrac{4\tau_o L}{wd} = f\dfrac{L}{d}\dfrac{V^2}{2g}$ y $\tau_o = f\dfrac{w}{g}\dfrac{V^2}{8} = f\rho V^2/8$ en kg/m².

6. Para un flujo laminar y permanente (*a*) ¿cuál es la relación entre la velocidad en un punto de la sección recta y la velocidad en el eje de la tubería? y (*b*) ¿cuál es la ecuación de la distribución de las velocidades?

Solución:

(*a*) En el caso de flujo laminar la tensión cortante (véase Cap. 1) es $\tau = -\mu(dv/dr)$. Igualando éste con el valor dado para τ por la ecuación (*A*) del Problema 4, se obtiene

$$-\mu\frac{dv}{dr} = \frac{(p_1 - p_2)r}{2L}$$

Como $(p_1 - p_2)/L$ no es función de r,

$$-\int_{v_c}^{v} dv = \frac{p_1 - p_2}{2\mu L}\int_0^r r\,dr \quad \text{y} \quad -(v - v_c) = \frac{(p_1 - p_2)r^2}{4\mu L}$$

o

$$v = v_c - \frac{(p_1 - p_2)r^2}{4\mu L} \qquad (A)$$

Pero la pérdida de carga en L m de tubería es $h_L = (p_1 - p_2)/w$; por tanto,

$$v = v_c - \frac{wh_L r^2}{4\mu L} \qquad (B) \text{ y } (6)$$

(*b*) Como la velocidad en el contorno es cero, cuando $r = r_0$, $v = 0$ en (*A*), y se tiene

$$v_c = \frac{(p_1 - p_2)r_o^2}{4\mu L} \quad \text{(en el eje)} \qquad (C)$$

Por tanto, en general,

$$v = \frac{p_1 - p_2}{4\mu L}(r_o^2 - r^2) \qquad (D)$$

7. Desarrollar una expresión para la pérdida de carga en una tubería para el caso de flujo laminar permanente y fluido incompresible. Referirse a la Fig. 7-1(*d*) del Problema 4.

Solución:

$$V_{av} = \frac{Q}{A} = \frac{\int v\,dA}{\int dA} = \frac{\int_0^{r_o} v(2\pi r\,dr)}{\pi r_o^2} = \frac{2\pi(p_1 - p_2)}{\pi r_o^2(4\mu L)}\int_0^{r_o}(r_o^2 - r^2)r\,dr$$

de la cual

$$V_{av} = \frac{(p_1 - p_2)r_o^2}{8\mu L} \qquad (A)$$

Por tanto, para un flujo laminar la velocidad media es la mitad de la velocidad máxima v_c, dada por la ecuación (*C*) del Problema 6. Volviendo a ordenar (*A*), se obtiene

$$\frac{p_1 - p_2}{w} = \text{pérdida de carga} = \frac{8\mu L V_{av}}{w r_o^2} = \frac{32\mu L V_{av}}{w d^2} \qquad (B)$$

Estas expresiones son aplicables al caso de *flujo laminar de cualquier fluido y para todas las tuberías y conductos.*
Como ya se estableció al principio de este capítulo, la expresión de la pérdida de carga para flujo laminar en la forma de Darcy es

$$\text{pérdida de carga} = \frac{64}{R_E}\frac{L}{d}\frac{V^2}{2g} = f\frac{L}{d}\frac{V^2}{2g}$$

8. Determinar (*a*) la tensión cortante en la pared de una tubería de 30 cm de diámetro si el líquido que fluye es agua y la pérdida de carga medida en 100 m de tubería es de 5,0 m, (*b*) la tensión cortante a 5 cm del eje de la tubería, (*c*) la velocidad de corte, (*d*) la velocidad media para un valor de f igual a 0,050, (*e*) la relación v/v_*.

Solución:

(*a*) Utilizando la ecuación (*B*) del Problema 4, para $r = r_o$, la tensión cortante en la pared será

$$\tau_o = wh_L r_o/2L = 1000(5)(0{,}15)/200 = 3{,}75 \text{ kg/m}^2 = 3{,}75 \times 10^{-4} \text{ kg/cm}^2$$

(*b*) Como τ varía linealmente desde el eje a la pared, $\tau = \frac{5}{15}(3{,}75 \times 10^{-4}) = 1{,}25 \times 10^{-4}$ kg/cm^2.

(*c*) Por la ecuación (*5*), $v_* = \sqrt{\tau_o/\rho} = \sqrt{3{,}75/102} = 0{,}191$ m/seg.

(*d*) Mediante $h_L = f\dfrac{L}{d}\dfrac{V^2}{2g}$, se tiene $5 = 0{,}050\dfrac{100}{0{,}30}\dfrac{V^2}{2g}$, de donde $V = 2{,}93$ m/seg.

De otra forma: De la ecuación (*3*), $\tau_o = f\rho V^2/8$, $3{,}75 = 0{,}050(102)V^2/8$, de donde $V = 2{,}93$ m/seg.

(*e*) De $\tau_o = \mu(v/y)$ y $\nu = \mu/\rho$ se obtiene $\tau_o = \rho\nu(v/y)$ o $\tau_o/\rho = \nu(v/y)$.

Como $\tau_o/\rho = v_*^2$, se tiene $v_*^2 = \nu(v/y)$, $v/v_*^2 = y/\nu$ y $v/v_* = v_* y/\nu$.

9. Si en el problema precedente el agua circula a través de un conducto rectangular de 90 cm por 120 cm de la misma longitud y con la misma pérdida de carga, ¿cuál es la tensión cortante entre el agua y la pared del conducto?

Solución:

En el caso de conductos no circulares se utiliza como dimensión lineal conveniente el radio hidráulico. Para una tubería circular,

$$\text{Radio hidráulico } R = \frac{\text{área de la sección recta}}{\text{perímetro mojado}} = \frac{\pi d^2/4}{\pi d} = \frac{d}{4} = \frac{r_o}{2}$$

Sustituyendo $r = 2R$ en la ecuación (*B*) del Problema 4,

$$\tau = \frac{wh_L}{L}R = \frac{1000(5)}{100}\cdot\frac{(0{,}9 \times 1{,}2)}{2(0{,}9 + 1{,}2)} = 12{,}85 \text{ kg/m}^2 = 1{,}285 \times 10^{-3} \text{ kg/cm}^2$$

10. Un aceite lubricante medio, de densidad relativa 0,860, es bombeado a través de una tubería horizontal de 5,0 cm de diámetro y 300 m de longitud. El caudal bombeado es de 1,20 l/seg. Si la caída de presión es de 2,10 kg/cm^2, ¿cuál es la viscosidad absoluta del aceite?

Solución:

Suponiendo el flujo laminar y utilizando la expresión (B) del Problema 7, se obtiene

$$(p_1 - p_2) = \frac{32\mu L V_{av}}{d^2}, \quad \text{donde} \quad V_{av} = \frac{Q}{A} = \frac{1,2 \times 10^{-3}}{\frac{1}{4}\pi(0,05)^2} = 0,61 \text{ m/seg}$$

Por tanto, $2,1 \times 10^4 = 32\mu(300)(0,61)/(0,05)^2$ y $\mu = 0,00896$ kg seg/m^2

Para comprobar la hipótesis hecha al principio de flujo laminar es necesario calcular el valor del número de Reynolds para las condiciones en que se desarrolla el flujo. Así

$$R_E = \frac{Vd}{\nu} = \frac{Vdw}{\mu g} = \frac{0,61 \times 0,05 \times 0,860 \times 1000}{0,00896 \times 9,8} = 300$$

Como el número de Reynolds es menor de 2000, el flujo es laminar y el valor hallado de μ es correcto.

11. Un caudal de 44 l/seg de un aceite de viscosidad absoluta 0,0103 kg seg/m^2 y densidad relativa 0,850 está circulando por una tubería de 30 cm de diámetro y 3000 m de longitud. ¿Cuál es la pérdida de carga en la tubería?

Solución:

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{44 \times 10^{-3}}{\frac{1}{4}\pi(0,3)^2} = 0,62 \text{ m/seg y } R_E = \frac{Vdw}{\mu g} = \frac{0,62 \times 0,3 \times 0,850 \times 1000}{0,0103 \times 9,8} = 1565, \text{ lo que significa}$$

que el flujo es laminar. De aquí

$$f = \frac{64}{R_E} = 0,0409 \quad \text{y} \quad \text{pérdida de carga} = f\frac{L}{d}\frac{V^2}{2g} = 0,0409 \times \frac{3000}{0,3} \times \frac{(0,62)^2}{2g} = 8,02 \text{ m}$$

12. Del punto A al B está fluyendo un fuel-oil pesado a través de una tubería de acero horizontal de 900 m de longitud y 15 cm de diámetro. La presión en A es de 11,0 kg/cm^2 y en B de 0,35 kg/cm^2. La viscosidad cinemática es $4,13 \times 10^{-4}$ m^2/seg y la densidad relativa 0,918. ¿Cuál es el caudal en l/seg?

Solución:

La ecuación de Bernoulli entre A y B, plano de referencia el horizontal que pasa por A, es

$$\left(\frac{11,0 \times 10^4}{0,918 \times 1000} + \frac{V_{15}^2}{2g} + 0\right) - f\frac{900}{0,15}\frac{V_{15}^2}{2g} = \left(\frac{0,35 \times 10^4}{0,918 \times 1000} + \frac{V_{15}^2}{2g} + 0\right)$$

o bien $$116 = f(6000)(V_{15}^2/2g)$$

Tanto V como f son incógnitas que dependen una de otra. Si el flujo es laminar, por la ecuación (B) del Problema 7,

$$V_{av} = \frac{(p_1 - p_2)d^2}{32\mu L} = \frac{(11,0 - 0,35)(10^4) \times (0,15)^2}{32(4,13 \times 10^{-4} \times 0,918 \times 1000/9,8)(900)} = 2,16 \text{ m/seg}$$

y $R_E = 2,16(0,15)/(4,13 \times 10^{-4}) = 785$, por lo que el flujo es laminar. Por tanto, $Q = A_{15}V_{15} = \frac{1}{4}\pi(0,15)^2 \times 2,16 = 3,8 \times 10^{-2}$ m^3/seg = 38 l/seg.

Si el flujo hubiera sido turbulento no podría aplicarse la ecuación (B) del Problema 7. En el Problema 15 se utilizará otro método. Todavía más, si entre los puntos A y B existiera una diferencia de cota topográfica o elevación habría que sustituir el término $(p_1 - p_2)$ de la ecuación (B) por la caída en la línea de alturas piezométricas, medida en kg/m^2.

13. ¿Qué diámetro de tubería será necesario utilizar para transportar 22,0 l/seg de un fuel-oil pesado a 15° C si la pérdida de carga de que se dispone en 1000 m de longitud de tubería horizontal es de 22,0 m?

Solución:

Para el fuel-oil, $\nu = 2,05 \times 10^{-4}$ m^2/seg y la densidad relativa = 0,912. Como el valor de la viscosidad cinemática es muy elevado, se supondrá que el flujo es laminar. Entonces,

$$\text{Pérdida de carga} = \frac{V_{av} \times 32\mu L}{wd^2} \quad \text{y} \quad V_{av} = \frac{Q}{A} = \frac{22 \times 10^{-3}}{\frac{1}{4}\pi d^2} = \frac{0{,}028}{d^2}$$

Sustituyendo, $22{,}0 = \dfrac{(0{,}028/d^2)(32)(2{,}05 \times 10^{-4} \times 0{,}912 \times 1000/9{,}8)(1000)}{(0{,}912 \times 1000)d^2}$, $d = 0{,}17$ m.

Se comprueba ahora la hipótesis de flujo laminar utilizando $d = 0{,}17$ m.

$$R_E = \frac{Vd}{\nu} = \frac{(0{,}028/d^2)d}{\nu} = \frac{0{,}028}{0{,}17 \times 2{,}05 \times 10^{-4}} = 804, \text{ luego el flujo es laminar.}$$

Se utilizará tubería normalizada de 8 pulgadas o de 20 cm.

14. Determinar la pérdida de carga en un tramo de tubería nueva de fundición sin recubrimiento de 30 cm de diámetro interior y 1000 m de longitud, cuando (*a*) fluye agua a 15° C y a una velocidad de 1,50 m/seg, y (*b*) cuando circula un fuel-oil medio a 15° C y a la misma velocidad.

Solución:

(*a*) Para utilizar el Diagrama A-1 es necesario conocer la rugosidad relativa y calcular el valor del número de Reynolds. A partir de la tabla dada en el Diagrama A-1 se ve que los valores de las rugosidades, para tuberías de fundición sin recubrimiento, van de 0,012 cm a 0,060 cm. Para un diámetro interior de 30 cm tomando como valor del diseño $\epsilon = 0{,}024$ cm, la rugosidad relativa será $\epsilon/d = 0{,}024/30 = 0{,}0008$.

Tomando el valor de la viscosidad cinemática de la Tabla 2 del Apéndice,

$$R_E = Vd/\nu = 1{,}50(0{,}3)/(1{,}13 \times 10^{-6}) = 3{,}98 \times 10^5 \quad \text{(flujo turbulento)}$$

En el Diagrama A-1, para $\epsilon/d = 0{,}0008$ y $R_E = 3{,}98 \times 10^5$, $f = 0.0194$ y

$$\text{Pérdida de carga} = 0{,}0194(1000/0{,}3)(2{,}25/2g) = 7{,}40 \text{ m}$$

O, mediante la Tabla 3 del Apéndice (aplicable al agua solamente), $f = 0{,}0200$ y

$$\text{Pérdida de carga} = f(L/d)(V^2/2g) = 0{,}0200(1000/0{,}3)(2{,}25/2g) = 7{,}65 \text{ m}$$

(*b*) Para el fuel-oil, mediante la Tabla 2, $R_E = 1{,}5(0{,}3)/(4{,}42 \times 10^{-6}) = 1{,}02 \times 10^5$. Para flujo turbulento del Diagrama A-1, $f = 0{,}0215$ y pérdida de carga $= 0{,}0215(1000/0{,}3)(2{,}25/2g) = 8{,}20$ m.

En general, el valor de la rugosidad de las tuberías *en servicio* no puede estimarse con gran precisión y, por tanto, en estos casos no es necesario un valor de f muy preciso. Por las razones dichas, cuando se utilicen los Diagramas A-1 y A-2 y la Tabla 3 para superficies que no sean nuevas, se sugiere que la tercera cifra significativa del valor de f se lea o interpole solo tomando los valores *cero o cinco*, ya que no puede garantizarse una precisión mayor en la mayoría de los casos prácticos.

Para flujo laminar, y cualquier tubería o fluido, debe utilizarse $f = 64/R_E$.

15. Los puntos A y B están unidos por una tubería nueva de acero de 15 cm de diámetro interior y 1200 m de longitud. El punto B está situado 15,0 m por encima del A y las presiones en A y B son respectivamente, 8,60 kg/cm² y 3,40 kg/cm². ¿Qué caudal de un fuel-oil medio a 21° C circulará entre A y B? (Del Diagrama A-1, $\epsilon = 0{,}006$ cm.)

Solución:

El valor del número de Reynolds no puede calcularse directamente. Al establecer la ecuación de Bernoulli entre A y B, tomando como plano de referencia el horizontal que pasa por A,

$$\left(\frac{8{,}6 \times 10^4}{0{,}854 \times 1000} + \frac{V_{15}^2}{2g} + 0\right) - f\left(\frac{1200}{0{,}15}\right)\frac{V_{15}^2}{2g} = \left(\frac{3{,}4 \times 10^4}{0{,}854 \times 1000} + \frac{V_{15}^2}{2g} + 15{,}0\right) \quad \text{y} \quad \frac{V_{15}^2}{2g} = \frac{45{,}8}{8000f}$$

Además, $R_E = Vd/\nu$. Sustituyendo V por el valor anterior,

$$R_E = \frac{d}{\nu}\sqrt{\frac{2g(45{,}8)}{8000f}} \quad \text{o} \quad R_E\sqrt{f} = \frac{d}{\nu}\sqrt{\frac{2g(45{,}8)}{8000}} \qquad (A)$$

Como el término 45,8 es h_L o descenso de la línea de alturas piezométricas, y 8000 representa L/d, la expresión general que ha de utilizarse *cuando se quiere determinar Q* es

$$R_E\sqrt{f} = \frac{d}{\nu}\sqrt{\frac{2g(d)(h_L)}{L}} \quad \text{(véase también Diagrama A-2)} \qquad (B)$$

Por tanto, $$R_E\sqrt{f} = \frac{0{,}15}{3{,}83 \times 10^{-6}}\sqrt{\frac{19{,}6 \times 45{,}8}{8000}} = 1{,}314 \times 10^4$$

La observación del Diagrama A-2 indica que el flujo es turbulento. Entonces, del Diagrama A-2, $f = 0{,}020$ para $\epsilon/d = 0{,}006/15 = 0{,}0004$. Se completa la solución mediante la ecuación de Bernoulli anterior

$$\frac{V_{15}^2}{2g} = \frac{45{,}8}{8000(0{,}020)} = 0{,}286, \quad V_{15} = 2{,}37 \text{ m/seg} \quad \text{y}$$
$$Q = A_{15}V_{15} = \tfrac{1}{4}\pi(0{,}15)^2 \times 2{,}37 = 0{,}042 \text{ m}^3\text{/seg de fuel-oil}$$

El lector puede comprobar el resultado calculando el valor del número de Reynolds y determinando el valor de f a partir del Diagrama A-1.

Cuando el flujo es laminar, se seguirá el método desarrollado en el Problema 12.

16. ¿Qué caudal de agua (a 15° C) circularía en las condiciones del Problema 15? Utilizar la Tabla 3.

Solución:

La ecuación de Bernoulli conduce a $(86 - 49) = 8000f\dfrac{V_{15}^2}{2g}$, $\dfrac{V_{15}^2}{2g} = \dfrac{37}{8000f}$.

La solución más directa es suponer, en este caso, un valor de f. De la Tabla 3, para tubería nueva de 15 cm, f varía entre 0,0275 y 0,0175. Se ensaya el valor $f = 0{,}0225$. Entonces,

$$V_{15}^2/2g = 37/(8000 \times 0{,}0225) = 0{,}206 \text{ m} \quad \text{y} \quad V_{15} = 2{,}01 \text{ m/seg}$$

Se comprueba ahora tanto el tipo de flujo como el valor de f en la Tabla 3:

$$R_E = 2{,}01(0{,}15)/(1{,}13 \times 10^{-6}) = 266.000, \quad \text{luego el flujo es turbulento}$$

Ahora, por interpolación en la Tabla 3, $f = 0{,}0210$. Al repetir los cálculos

$$V_{15}^2/2g = 37/(8000 \times 0{,}0210) = 0{,}221 \text{ m} \quad \text{y} \quad V_{15} = 2{,}08 \text{ m/seg}$$

De la Tabla 3, y con una precisión razonable, $f = 0{,}0210$ (comprobación). De aquí

$$Q = A_{15}V_{15} = \tfrac{1}{4}\pi(0{,}15)^2 \times 2{,}08 = 37 \times 10^{-3} \text{ m}^3\text{/seg de agua}$$

Este procedimiento puede utilizarse también con el Diagrama A-1, pero se prefiere el método utilizado en el Problema 15.

17. ¿Qué caudal de aire a 20° C puede transportarse mediante una tubería de acero nueva y horizontal de 5 cm de diámetro interior a una presión absoluta de 3 atmósferas y con una pérdida de presión de $3{,}50 \times 10^{-2}$ kg/cm² en 100 m de tubería? Utilizar $\epsilon = 0{,}0075$ cm.

Solución:

Del Apéndice, para una temperatura de 20° C, $w = 1{,}20$ kg/m³ y $\nu = 1{,}49 \times 10^{-5}$ m²/seg a la presión atmosférica normal. A 3 atmósferas, $w = 3 \times 1{,}20 = 3{,}60$ kg/m³ y $\nu = \frac{1}{3} \times 1{,}49 \times 10^{-5} = 4{,}97 \times 10^{-6}$ m²/seg. Esta viscosidad cinemática podría haberse obtenido también de la siguiente forma

$$\mu = \frac{w}{g}\nu = \frac{1{,}20 \times 1{,}49 \times 10^{-5}}{9{,}8} = 1{,}82 \times 10^{-6}\,\frac{\text{kg seg}}{\text{m}^2} \text{ a } 20^\circ \text{ C y } 1{,}033 \text{ kg/cm}^2 \text{ de presión absoluta}$$

Además, a $3 \times 1{,}033$ kg/cm² de presión absoluta, $w_{\text{aire}} = 3{,}60$ kg/m³ y

$$\nu \text{ a 3 at} = \mu\frac{g}{w} = 1{,}82 \times 10^{-6} \times \frac{9{,}8}{3{,}6} = 4{,}97 \times 10^{-6} \text{ m}^2\text{/seg}$$

Para determinar el caudal puede considerarse el aire como incompresible. Por tanto,

$$\frac{p_1 - p_2}{w} = \text{pérdida de carga} = f\frac{L}{d}\frac{V^2}{2g}, \quad \frac{0{,}035 \times 10^4}{3{,}60} = 97{,}3 = f\frac{100}{0{,}05}\frac{V^2}{2g} \quad \text{y} \quad \frac{V^2}{2g} = \frac{0{,}0487}{f}$$

También, del Problema 15, $R_E\sqrt{f} = \dfrac{d}{\nu}\sqrt{\dfrac{2g(d)(h_L)}{L}} = \dfrac{0{,}05}{4{,}97 \times 10^{-6}}\sqrt{\dfrac{19{,}6(0{,}05)(97{,}3)}{100}} = 10.400$ (turbulento).

Del Diagrama A-2, $f = 0{,}025$ para $\epsilon/d = 0{,}0075/5 = 0{,}0015$. De aquí,

$V^2/2g = 0{,}0487/f = 1{,}948$ m, $V_5 = 6{,}18$ m/seg, y $Q = A_5V_5 = \frac{1}{4}\pi(0{,}05)^2 \times 6{,}18 = 12{,}15 \times 10^{-3}$ m³/seg

18. ¿Qué diámetro debe de tener una tubería nueva de fundición de 2400 m de longitud para transportar 1,0 m³/seg de agua con una caída en la línea de alturas piezométricas de 64 m? Utilizar en los cálculos la Tabla 3.

Solución: El teorema de Bernoulli da $\left(\frac{p_A}{w} + \frac{V_A^2}{2g} + z_A\right) - f\frac{2400}{d}\frac{V^2}{2g} = \left(\frac{p_B}{w} + \frac{V_B^2}{2g} + z_B\right)$

o

$$\left[\left(\frac{p_A}{w} + z_A\right) - \left(\frac{p_B}{w} + z_B\right)\right] = f\frac{2400}{d}\frac{V^2}{2g}$$

El miembro de la izquierda, entre corchetes, representa la caída de la línea de alturas piezométricas. Sustituyendo $V = Q/A$ y suponiendo el flujo turbulento

$$64 = f\frac{2400}{d}\frac{(1{,}0/\frac{1}{4}\pi d^2)^2}{2g}, \quad \text{que simplificada da} \quad d^5 = 3{,}10f$$

Suponiendo $f = 0{,}020$ (como tanto d como V son desconocidos, es necesaria una hipótesis). De aquí,

$$d^5 = f(3{,}10) = 0{,}020(3{,}10) = 0{,}062, \quad d = 0{,}573 \text{ m}$$

De la Tabla 3, para $V = \dfrac{1{,}0}{\pi(0{,}573)^2/4} = 3{,}87$ m/seg, $f = 0{,}0165$.

Para este valor de la velocidad del agua el flujo es turbulento en la mayoría de las tuberías. Repitiendo los cálculos,

$$d^5 = 0{,}0165(3{,}10) = 0{,}0511, \quad d = 0{,}552 \text{ m}$$

Se comprueba el valor de f, $V = 4{,}17$ m/seg y la Tabla 3 da $f = 0{,}0165$ (correcto).

Se seleccionará el diámetro normal inmediato superior: 60 cm o 24 pulgadas, para la tubería. (Es necesario comprobar el valor de R_E, utilizando el valor de ν para el agua a 21° C.)

19. Los puntos C y D, con la misma elevación, están unidos por una tubería de 150 m de longitud y 20 cm de diámetro y conectados a un manómetro diferencial mediante dos tubos de pequeño diámetro. Cuando el caudal de agua que circula es de 178 l/seg, la lectura en el manómetro de mercurio es de 193 cm. Determinar el factor o coeficiente de fricción f.

Solución:

$$\left(\frac{p_C}{w} + \frac{V_{20}^2}{2g} + 0\right) - f\frac{150}{0{,}20}\frac{V_{20}^2}{2g} = \left(\frac{p_D}{w} + \frac{V_{20}^2}{2g} + 0\right) \quad \text{o} \quad \left(\frac{p_C}{w} - \frac{p_D}{w}\right) = f(750)\frac{V_{20}^2}{2g} \qquad (1)$$

Del manómetro diferencial (véase Capítulo 1), $p_L = p_R$ o

$$p_C/w + 1{,}93 = p_D/w + 13{,}57(1{,}93), \quad \text{y} \quad (p_C/w - p_D/w) = 24{,}3 \text{ m} \qquad (2)$$

Igualando (*1*) y (*2*), $24{,}3 = f(750)(5{,}66)^2/2g$ de la cual $f = 0{,}0198$.

20. Un fuel-oil medio a 15° C se bombea al depósito C (véase Fig. 7-2) a través de 1800 m de una tubería nueva de acero roblonado de 40 cm de diámetro interior. La presión en A es de 0,14 kg/cm², cuando el caudal es de 197 l/seg. (*a*) ¿Qué potencia debe suministrar la bomba a la corriente de fuel-oil? y (*b*) ¿qué presión debe mantenerse en B? Dibujar la línea de alturas piezométricas.

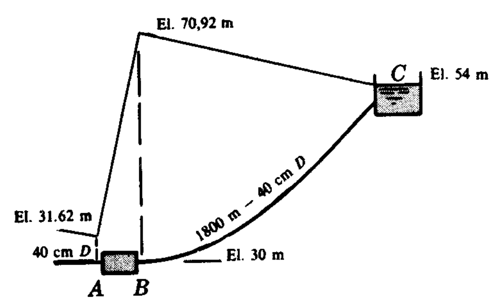

Fig. 7-2

Solución:

$$V_{40} = \frac{Q}{A} = \frac{0{,}197}{\pi(0{,}4)^2/4} = 1{,}565 \text{ m/seg} \quad \text{y} \quad R_E = \frac{1{,}565 \times 0{,}4}{5{,}16} \times 10^6 = 121.000$$

Del Diagrama A-1, para $\epsilon/d = 0,18/40 = 0,0045$, $f = 0,030$.

(*a*) La ecuación de Bernoulli entre A y C, con plano de referencia el horizontal que pasa por A, da

$$\left(\frac{0,14 \times 10^4}{0,861 \times 1000} + \frac{(1,565)^2}{2g} + 0\right) + H_p - 0,03\left(\frac{1800}{0,40}\right)\frac{(1,565)^2}{2g} - \frac{(1,565)^2}{2g} = (0 + 0 + 24)$$

De donde, $H_p = 39,3$ m y potencia (CV) $= \dfrac{wQH_p}{75} = \dfrac{0,861 \times 1000 \times 0,197 \times 39,3}{75} = 88$ CV.

El último término del primer miembro de la ecuación de la energía representa la pérdida de carga en la sección de desagüe de la tubería en el depósito (véase Tabla 4 del Apéndice). En la práctica, cuando la relación de longitud a diámetro (L/d) es superior a 2000 se desprecian las alturas de velocidad y las pérdidas menores en la ecuación de la energía (en el caso presente se eliminan entre sí). La precisión de los resultados obtenidos al tener en cuenta las pérdidas menores es ficticia ya que f no se conoce con ese grado de precisión.

(*b*) La altura de presión en B puede determinarse estableciendo la ecuación de la energía entre A y B o entre B y C. En el primer caso los cálculos son más reducidos; así

$$\left(1,62 + \frac{V_{40}^2}{2g} + 0\right) + 39,3 = \left(\frac{p_B}{w} + \frac{V_{40}^2}{2g} + 0\right)$$

Por tanto, $p_B/w = 40,92$ m y $p'_B = wh/10^4 = (0,861 \times 1000)(40,92)/10^4 = 3,52$ kg/cm^2.

La línea de alturas piezométricas aparece dibujada en la Figura 7-2.

En A, $(30,0 + 1,62)$ m $= 31,62$ m
En B, $(30,0 + 40,92)$ m $= 70,92$ m (o $31,62 + 39,3$)
En C, elevación $= 54$ m

21. En el punto A de una tubería horizontal de 30 cm ($f = 0,020$) la altura de presión es de 60 m. A una distancia de 60 m de A, la tubería de 30 cm sufre una contracción brusca hasta un diámetro de 15 cm de la nueva tubería. A una distancia de esta contracción brusca de 30 m la tubería de 15 cm ($f = 0,015$) sufre un ensanchamiento brusco, conectándose con una tubería de 30 cm. El punto F está 30 m aguas abajo de este cambio de sección. Para una velocidad de 2,41 m/seg en las tuberías de 30 cm, dibujar la línea de alturas piezométricas. Referirse a la Figura 7-3.

Solución:

Las alturas de velocidad son $V_{30}^2/2g = (2,41)^2/2g = 0,30$ m y $V_{15}^2/2g = 4,80$ m.

La línea de alturas totales cae en la dirección del flujo en cantidades iguales a las pérdidas de carga. La línea de alturas piezométricas está por debajo de la de alturas totales en una cantidad igual a la altura de velocidad correspondiente a cada sección. Obsérvese en la Fig. 7-3 que la *línea de alturas piezométricas* puede elevarse cuando tiene lugar un ensanchamiento brusco.

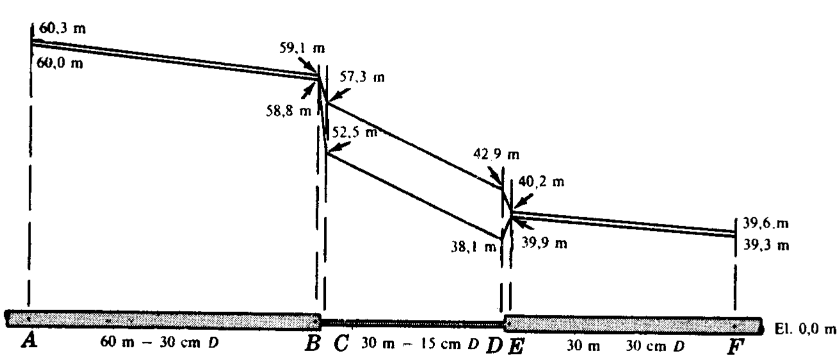

Fig. 7-3

Tabulando los resultados con una aproximación de 0,1 m,

Pérdidas de carga en m			Alturas totales, m	$\frac{V^2}{2g}$ m	Alturas piezométricas, m
En	**Desde**	**Cálculos**			
A	(Elev. 0,0)		60,3	0,3	60,0
B	A a B	$0{,}020 \times 60/0{,}3 \times 0{,}3 = 1{,}2$	59,1	0,3	58,8
C	B a C	$K_C{}^* \times 4{,}8 = 0{,}37 \times 4{,}8 = 1{,}8$	57,3	4,8	52,5
D	C a D	$0{,}015 \times 30/0{,}15 \times 4{,}8 = 14{,}4$	42,9	4,8	38,1
E	D a E	$\frac{(V_{15} - V_{30})^2}{2g} = \frac{(9{,}6 - 2{,}4)^2}{19{,}6} = 2{,}7$	40,2	0,3	39,9
F	E a F	$0{,}020 \times 30/0{,}3 \times 0{,}3 = 0{,}6$	39,6	0,3	39,3

* [K_C se ha obtenido de la Tabla 5; el término correspondiente al ensanchamiento brusco (de D a E) se ha tc mado de la Tabla 4.]

22. Está fluyendo un aceite desde el depósito A a través de una tubería nueva de fundición asfaltada de 15 cm y 150 m de longitud hasta el punto B, a una elevación de 30,0 m, como se muestra en la Fig. 7-4. ¿Qué presión, en kg/cm², tendrá que actuar sobre A para que circulen 13,0 l/seg de aceite? (Dr = 0,840 y $\nu = 2{,}10 \times 10^{-6}$ m²/seg.) Utilizar $\epsilon =$ 0,012 cm.

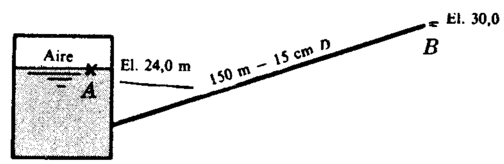

Fig. 7-4

Solución:

$$V_{15} = \frac{Q}{A} = \frac{13{,}0 \times 10^{-3}}{1{,}77 \times 10^{-2}} = 0{,}735 \text{ m/seg} \quad \text{y} \quad R_E = \frac{Vd}{\nu} = \frac{0{,}735 \times 0{,}15}{2{,}10} \times 10^6 = 52.500.$$

Del Diagrama A-1, $f = 0{,}0235$ y aplicando la ecuación de Bernoulli entre A y B, con plano de referencia el horizontal que pasa por A, se obtiene

$$\left(\frac{p_A}{w} + 0 + 0\right) - 0{,}50\frac{(0{,}735)^2}{2g} - 0{,}0235\frac{150}{0{,}15}\frac{(0{,}735)^2}{2g} = \left(0 + \frac{(0{,}735)^2}{2g} + 6\right)$$

Despejando, $p_A/w = 6{,}7$ m de aceite y $p'_A = wh/10^4 = (0{,}840 \times 1000)(6{,}7)/10^4 = 0{,}56$ kg/cm².

23. La presión en el punto A de una tubería nueva horizontal de fundición, de 10 cm de diámetro interior, es de 3,50 kg/cm² (ab), cuando el caudal que circula es de 0,34 kg/seg de aire en condiciones isotérmicas. Calcular la presión que reina en el interior de la tubería en la sección B, situada 540 m aguas abajo de la sección A. (Viscosidad absoluta $= 1{,}90 \times 10^{-6}$ kg seg/m² y $t = 32°$ C.) Utilizar $\epsilon = 0{,}009$ cm.

Solución:

La densidad del aire varía a lo largo del flujo al ir variando la presión.

En el Capítulo 6 se aplicó el teorema de Bernoulli a fluidos compresibles cuando las condiciones no implicaban pérdidas de carga (flujo ideal). La ecuación de la energía, teniendo en cuenta la pérdida de carga, para una longitud de tubería dL y cuando $z_1 = z_2$ será

$$\frac{dp}{w} + \frac{V\,dV}{g} + f\frac{dL}{d}\frac{V^2}{2g} = 0$$

Dividiendo por $\frac{V^2}{2g}$

$$\frac{2g}{V^2}\frac{dp}{w} + \frac{2\,dV}{V} + \frac{f}{d}dL = 0$$

Para un flujo permanente, el número de kg/seg que están fluyendo es constante; por tanto, $W = wQ = wAV$ y puede sustituirse V por W/wA en el término que da la altura de presión, obteniéndose

$$\frac{2gw^2A^2}{W^2w}dp + \frac{2\,dV}{V} + \frac{f}{d}dL = 0$$

Como las condiciones son isotérmicas, $p_1/w_1 = p_2/w_2 = RT$ o bien $w = p/RT$. Sustituyendo el valor de w,

$$\frac{2gA^2}{W^2RT}\int_{p_1}^{p_2} p\,dp + 2\int_{V_1}^{V_2}\frac{dV}{V} + \frac{f}{d}\int_0^L dL = 0$$

en la que f puede considerarse constante, como se verá más abajo. Integrando y sustituyendo límites,

$$\frac{gA^2}{W^2RT}(p_2^2 - p_1^2) + 2(\ln V_2 - \ln V_1) + f(L/d) = 0 \qquad (A)$$

Para compararla con la forma más común (con $z_1 = z_2$) se pone en la forma

$$(Kp_1^2 + 2 \ln V_1) - f(L/d) = (Kp_2^2 + 2 \ln V_2) \qquad (B)$$

donde $K = \dfrac{gA^2}{W^2RT}$. Ordenando términos,

$$p_1^2 - p_2^2 = \frac{W^2RT}{gA^2}\left[2 \ln \frac{V_2}{V_1} + f\frac{L}{d}\right] \qquad (C)$$

Ahora bien, $W^2/A^2 = w_1^2A_1^2V_1^2/A_1^2 = w_1^2V_1^2$ y $RT = p_1/w_1$; de aquí

$$\frac{W^2RT}{gA^2} = \frac{w_1V_1^2p_1}{g} \qquad (D)$$

Entonces (C) se puede poner $\quad (p_1 - p_2)(p_1 + p_2) = \dfrac{w_1p_1V_1^2}{g}\left[2 \ln \dfrac{V_2}{V_1} + f\dfrac{L}{d}\right]$

$$\frac{(p_1 - p_2)}{w_1} = \frac{2\left[2 \ln \frac{V_2}{V_1} + f\frac{L}{d}\right]\frac{V_1^2}{2g}}{(1 + p_2/p_1)} = \text{Pérdida de carga} \qquad (E)$$

Los límites de las presiones y las velocidades se estudiarán en el Capítulo 11.

Antes de sustituir valores en esta expresión es importante estudiar la posible variación de f ya que la velocidad V no se mantiene constante en los gases cuando su densidad varía.

$$R_E = \frac{Vd}{\mu/\rho} = \frac{Vd\rho}{\mu} = \frac{Wd\rho}{wA\mu}. \qquad \text{Como } g = \frac{w}{\rho}, \text{ luego } R_E = \frac{Wd}{Ag\mu} \qquad (F)$$

Se observará que el número de Reynolds es constante para el flujo permanente ya que μ solo varía cuando lo hace la temperatura. De aquí, el coeficiente de rozamiento f es constante en este problema a pesar de que la velocidad aumentará al disminuir la presión. Sustituyendo valores en (F), utilizando la viscosidad absoluta dada,

$R_E = \dfrac{0{,}34 \times 0{,}10 \times 10^6}{(\pi/4)(0{,}10)^2 \times 9{,}8 \times 1{,}90} = 232.000$. Del Diagrama A-1, para $\epsilon/d = 0{,}0009$, $f = 0{,}0205$.

Mediante la (C) anterior, despreciando $2 \ln V_2/V_1$, que es muy pequeño comparado al término $f(L/d)$,

$$(3{,}50 \times 10^4)^2 - p_2^2 = \frac{(0{,}34)^2 \times 29{,}3(32 + 273)}{9{,}8[(\pi/4)(0{,}10)^2]^2}\left[\text{desp.} + (0{,}0205)\frac{540}{0{,}10}\right]$$

de la cual $p_2 = 3{,}22 \times 10^4$ kg/m² y $p_2' = 3{,}22$ kg/cm² (ab).

En B: $w_2 = \dfrac{3{,}22 \times 10^4}{29{,}3(32 + 273)} = 3{,}61$ kg/m³, $V_2 = \dfrac{W}{w_2A} = \dfrac{0{,}34}{3{,}61 \times 7{,}87 \times 10^{-3}} = 12{,}0$ m/seg.

En A: $w_1 = \dfrac{3{,}50 \times 10^4}{29{,}3(32 + 273)} = 3{,}92$ kg/m³, $V_1 = \dfrac{0{,}34}{3{,}92 \times 7{,}87 \times 10^{-3}} = 11{,}0$ m/seg.

De aquí, $2 \ln V_2/V_1 = 2 \ln (12{,}0/11{,}0) = 2 \times 0{,}077 = 0{,}157$, que es despreciable frente al término $f(L/d) = 111$. Por tanto, la presión en la sección B es $p_2' = 3{,}22$ kg/cm².

Si el aire se supone incompresible, se tiene

$$\frac{p_1 - p_2}{w_1} = f\frac{L}{d}\frac{V^2}{2g} = 0{,}0205 \times \frac{540}{0{,}10} \times \frac{(11{,}0)^2}{2g} = 687 \text{ m/seg}$$

$$\Delta p = w_1h = 3{,}92 \times 687 = 2680 \text{ kg/m}^2 = 0{,}268 \text{ kg/cm}^2$$

y $p_2' = 3{,}50 - 0{,}27 = 3{,}23$ kg/cm², acuerdo poco frecuente.

24. Una tubería horizontal de hierro forjado, de 15 cm de diámetro interior y algo corroída, tran: porta 2,00 kg de aire por segundo desde A a B. En A la presión absoluta es 4,90 kg/cm² y en . debe mantenerse una presión absoluta de 4,60 kg/cm². El flujo es isotérmico a 20° C. ¿Cuál es l longitud de la tubería que une A con B? Utilizar $\epsilon = 0{,}039$ cm.

Solución:

Se calculan los valores de partida (véase Apéndice para 20° C y 1,033 kg/cm²),

$$w_1 = 1{,}205(4{,}90/1{,}033) = 5{,}70 \text{ kg/m}^3, \qquad w_2 = 1{,}205(4{,}60/1{,}033) = 5{,}35 \text{ kg/m}^3$$

$$V_1 = \frac{W}{w_1 A} = \frac{2{,}00}{5{,}70 \times \frac{1}{4}\pi(0{,}15)^2} = 19{,}8 \text{ m/seg}, \qquad V_2 = \frac{2{,}00}{5{,}35 \times \frac{1}{4}\pi(0{,}15)^2} = 21{,}2 \text{ m/seg}$$

$$R_E = \frac{19{,}8 \times 0{,}15}{(1{,}033/4{,}90)(1{,}499 \times 10^{-5})} = 943.000. \text{ Del Diagrama A-1, } f = 0{,}025, \text{ para } \epsilon/d = 0{,}0026.$$

Mediante la ecuación (E) del Problema 23,

$$\frac{(4{,}90 - 4{,}60)10^4}{5{,}70} = \frac{2[2 \ln 21{,}2/19{,}8 + 0{,}025(L/0{,}15)](19{,}8)^2/2g}{(1 + 4{,}60/4{,}90)} \quad \text{y} \quad L = 152 \text{ m}$$

Nota: Para el flujo de gases en tuberías, cuando el valor de p_2 no es menor del 10 % que el valor de p_1, se comete un error menor del 5 % en la pérdida de presión al utilizar la ecuación de Bernoulli en su forma habitual, suponiendo el fluido como incompresible.

25. Las elevaciones de las líneas de alturas totales y de alturas piezométricas en el punto G son, respectivamente, 13,0 m y 12,4 m. Para el sistema mostrado en la Fig. 7-5 calcular (a) la potencia extraída entre G y H, si la altura total en H es de 1,0 m y (b) las alturas de presión en E y F, cuya elevación es de 6,0 m. (c) Dibujar, con aproximación de 0,1 m, las líneas de alturas totales y de alturas piezométricas, suponiendo para la válvula CD $K = 0{,}40$ y $f = 0{,}010$ para las tuberías de 15 cm.

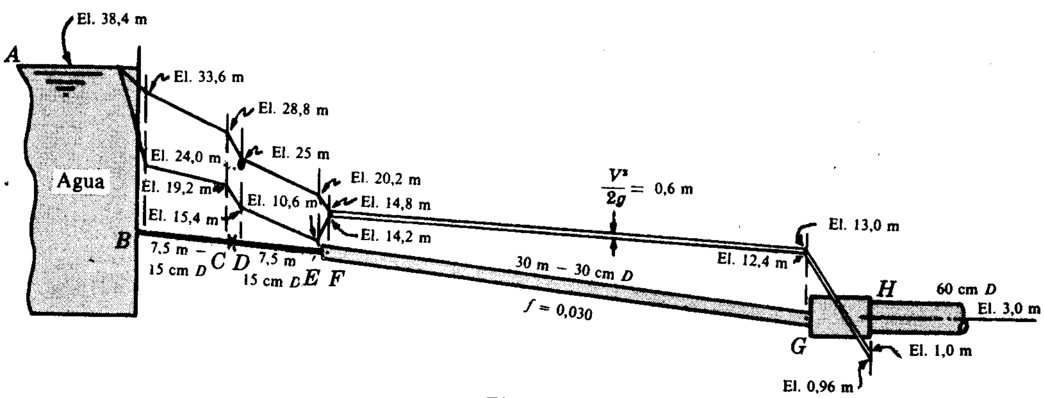

Fig. 7-5

Solución:

La corriente debe de circular hacia G, desde el depósito, ya que la línea de alturas totales en G está por debajo de la superficie libre del depósito. GH es una turbina. Antes de poder determinar la potencia extraída es necesario calcular el caudal Q y la pérdida de altura en la turbina.

(a) En G, $V_{30}^2/2g = 0{,}6$ m (diferencia entre las líneas de alturas totales y piezométricas).

Además $V_{15}^2/2g = 16 \times 0{,}6 = 9{,}6$ m y $V_{60}^2/2g = \frac{1}{16}(0{,}6) = 0{,}04$ m. Para obtener Q,

$$V_{30} = 3{,}43 \text{ m/seg} \quad \text{y} \quad Q = \tfrac{1}{4}\pi(0{,}3)^2 \times 3{,}43 = 0{,}242 \text{ m}^3\text{/seg}$$

$$\text{Potencia (CV)} = wQH_T/75 = 1000(0{,}242)(13{,}0 - 1{,}0)/75 = 38{,}8 \text{ CV extraídos}$$

(b) De F a G, cota cero: (Energía en F) $- 0{,}030(30/0{,}3)(0{,}6) =$ (Energía en $G = 13{,}0$)

$$\text{Energía en } F = 13{,}0 + 1{,}8 = 14{,}8 \text{ m}$$

De E a F, cota cero: (Energía en E) $-$ $(13{,}72 - 3{,}43)^2/2g$ = (Energía en F = 14,8)

Energía en $E = 14{,}8 + 5{,}4 = 20{,}2$ m

$z + V^2/2g$

Altura de presión en $E = 20{,}2 - (6{,}0 + 9{,}6) = 4{,}6$ m de agua.
Altura de presión en $F = 14{,}8 - (6{,}0 + 0{,}6) = 8{,}2$ m de agua.

(c) Yendo hacia atrás desde E:

Pérdida de altura total de D a $E = 0{,}010(7{,}5/0{,}15)(9{,}6) = 4{,}8$ m
Pérdida de altura total de C a $D = 0{,}40(9{,}6) = 3{,}8$ m
Pérdida de altura total de B a C = pérdida de D a $E = 4{,}8$ m
Pérdida de altura total de A a $B = 0{,}50(9{,}6) = 4{,}8$ m

(Elev. en $D - 4{,}8$) = Elev. en $E = 20{,}2$, Elev. $D = 25{,}0$ m
(Elev. en $C - 3{,}8$) = Elev. en $D = 25{,}0$, Elev. $C = 28{,}8$ m
(Elev. en $B - 4{,}8$) = Elev. en $C = 28{,}8$, Elev. $B = 33{,}6$ m
(Elev. en $A - 4{,}8$) = Elev. en $B = 33{,}6$, Elev. $A = 38{,}4$ m

La línea de alturas piezométricas está situada por debajo de la línea de alturas totales una cantidad igual a $V^2/2g$: 9,6 m en la tubería de 15 cm, 0,6 m en la de 30 cm y 0,04 m en la de 60 cm. Estos valores se han representado en la figura.

. Un conducto rectangular usado, de 30 cm × 45 cm de sección, y 450 m de longitud transporta aire a 20° C y a una presión en la sección de entrada de 1,07 kg/cm² (ab) con una velocidad media de 2,90 m/seg. Determinar la pérdida de carga y la caída de presión, suponiendo el conducto horizontal y las imperfecciones superficiales de un tamaño igual a 0,054 cm.

Solución:

La fórmula que da la pérdida de carga debe escribirse de forma conveniente para poderla aplicar a conductos de sección recta, no circular. La ecuación resultante se aplica a flujos turbulentos con una precisión razonable. Se sustituye el diámetro, en la fórmula, por el cuádruplo del *radio hidráulico*, que se define por el cociente del área de la sección recta por el perímetro mojado, es decir, $R = a/p$.

Para una tubería circular, $R = \frac{1}{4}\pi d^2/\pi d = d/4$, y la fórmula de Darcy puede escribirse en la forma

$$\text{Pérdida de carga} = \frac{f}{4}\frac{L}{R}\frac{V^2}{2g}$$

Para f en relación con la rugosidad del conducto y el número de Reynolds se emplea en lugar de d el valor $4R$, así

$$R_E = Vd/\nu = V(4R)/\nu$$

Para el conducto de 30 cm × 45 cm, $R = \dfrac{a}{p} = \dfrac{0{,}30 \times 0{,}45}{2(0{,}30 + 0{,}45)} = 0{,}09$ m , y

$$R_E = \frac{4VR}{\nu} = \frac{4 \times 2{,}90 \times 0{,}09}{(1{,}033/1{,}070)(1{,}499)} \times 10^5 = 72.600$$

Del Diagrama A-1, $f = 0{,}024$ para $\epsilon/d = \epsilon/4R = 0{,}054/(4 \times 9) = 0{,}0015$. Por tanto,

$$\text{Pérdida de carga} = \frac{0{,}024}{4} \times \frac{450}{0{,}09} \times \frac{(2{,}90)^2}{2g} = 12{,}9 \text{ m de aire}$$

y la caída de presión $= wh/10^4 = (1{,}070/1{,}033)(1{,}205)(12{,}9)/10^4 = 1{,}60 \times 10^{-3}$ kg/cm².

Puede observarse que la hipótesis de densidad constante en el aire es satisfactoria.

Problemas propuestos

27. Si la tensión cortante en la pared de una tubería de 30 cm es de 5,0 kg/m^2 y $f = 0{,}040$, ¿cuál es la velocidad media (*a*) si fluye agua a 21° C, (*b*) si fluye un líquido de densidad relativa 0,70?
Sol. 3,13 m/seg, 3,74 m/seg

28. ¿Cuáles son las velocidades de corte en el problema precedente? *Sol.* 0,221 m/seg, 0,264 m/seg

29. A través de una tubería de 15 cm y 60 m de longitud está fluyendo agua y la tensión cortante en las paredes es 4,60 kg/m^2. Determinar la pérdida de carga. *Sol.* 7,36 m

30. ¿Qué radio ha de tener una tubería para que la tensión cortante en la pared sea de 3,12 kg/m^2 cuando al fluir agua a lo largo de 100 m de tubería produce una pérdida de carga de 6 m? *Sol.* $r = 10{,}4$ cm

31. Calcular la velocidad crítica (inferior) para una tubería de 10 cm que transporta agua a 27° C.
Sol. $1{,}730 \times 10^{-2}$ m/seg

32. Calcular la velocidad crítica (inferior) para una tubería de 10 cm que transporta un fuel-oil pesado a 43° C.
Sol. 0,892 m/seg

33. ¿Cuál será la caída de la altura de presión en 100 m de una tubería nueva de fundición, horizontal, de 10 cm de diámetro, que transporta un fuel-oil medio a 10° C, si la velocidad es de 7,5 cm/seg? *Sol.* $1{,}26 \times 10^{-2}$ m

34. ¿Cuál será la caída de la altura de presión en el Problema 33 si la velocidad del fuel-oil es de 1,20 m/seg?
Sol. 2,20 m

35. Considerando únicamente las pérdidas en la tubería, ¿qué altura de carga se necesita para transportar 220 l/seg de un fuel-oil pesado a 38° C a través de 1000 m de una tubería nueva de fundición de 30 cm de diámetro interior? Utilizar $\epsilon = 0{,}024$ cm. *Sol.* 47,70 m

36. En el Problema 35, ¿qué valor mínimo de la viscosidad cinemática del fuel-oil producirá un flujo laminar?
Sol. $4{,}67 \times 10^{-4}$ m^2/seg

37. Al considerar las pérdidas en la tubería únicamente, ¿qué diferencia en la elevación de dos depósitos, que distan 250 m, dará un caudal de 30 l/seg de un aceite lubricante medio a 10° C, a través de una tubería de 15 cm de diámetro? *Sol.* 16,60 m

38. Un aceite de densidad relativa 0,802 y viscosidad cinemática $1{,}86 \times 10^{-4}$ m^2/seg fluye desde el depósito *A* al depósito *B* a través de 300 m de tubería nueva, siendo el caudal de 88 l/seg. La altura disponible es de 16 cm. ¿Qué tamaño de tubería deberá utilizarse? *Sol.* 60 cm

39. Mediante una bomba se transporta fuel-oil pesado, a 15° C, a través de 1000 m de tubería de 5 cm de diámetro hasta un depósito 10 m más elevado que el depósito de alimentación. Despreciando las pérdidas menores, determinar la potencia de la bomba en CV si su rendimiento es del 80 % para un caudal de 3,5 l/seg. *Sol.* 78,4 CV

40. Agua a 38° C está fluyendo entre *A* y *B* a través de 250 m de tubería de fundición ($\epsilon = 0{,}06$ cm) de 30 cm de diámetro interior. El punto *B* está 10 m por encima de *A* y la presión en *B* debe mantenerse a 1,4 kg/cm^2. Si por la tubería circulan 220 l/seg, ¿qué presión ha de existir en *A*? *Sol.* 3,38 kg/cm^2

41. Una tubería comercial usada de 100 cm de diámetro interior y 2500 m de longitud, situada horizontalmente, transporta 1,20 m^3/seg de fuel-oil pesado, de densidad relativa 0,912, con una pérdida de carga de 22,0 m. ¿Qué presión debe mantenerse en la sección de entrada *A* para que la presión en *B* sea de 1,4 kg/cm^2? Utilizar $\epsilon = 1{,}37$ cm.
Sol. 3,41 kg/cm^2

42. Una tubería vieja, de 60 cm de diámetro interior y 1200 m de longitud, transporta un fuel-oil medio a 27° C desde *A* a *B*. Las presiones en *A* y *B* son, respectivamente, 4,0 kg/cm^2 y 1,4 kg/cm^2, y el punto *B* está situado 20 m por encima de *A*. Calcular el caudal en m^3/seg utilizando $\epsilon = 0{,}048$ cm. *Sol.* 0,65 m^3/seg

43. Desde un depósito *A*, cuya superficie libre está a una cota de 25 m, fluye agua hacia otro depósito *B*, cuya superficie está a una cota de 18 m. Los depósitos están conectados por una tubería de 30 cm de diámetro y 30 m de longitud ($f = 0{,}020$) seguida por otros 30 m de tubería de 15 cm ($f = 0{,}015$). Existen dos codos de 90° en cada tubería ($K = 0{,}50$ para cada uno de ellos), *K* para la contracción es igual a 0,75 y la tubería de 30 cm es entrante en el depósito *A*. Si la cota de la contracción brusca es de 16 m, determinar la altura de presión en las tuberías de 30 y 15 cm en el cambio de sección. *Sol.* 8,51 m, 5,90 m

44. En la Fig. 7-6 el punto B dista 180 m del recipiente. Si circulan 15 l/seg de agua, calcular (a) la pérdida de carga debida a la obstrucción parcial C y (b) la presión absoluta en B.
Sol. 1,68 m, 0,98 kg/cm^2 (ab)

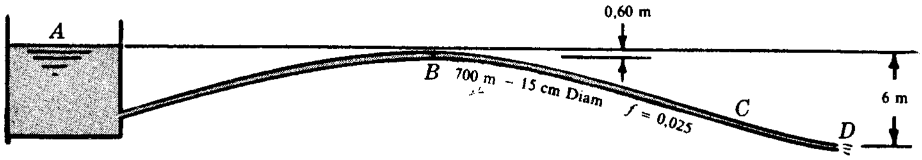

Fig. 7-6

45. Un disolvente comercial a 21° C fluye desde un depósito A a otro B a través de 150 m de una tubería nueva de fundición asfaltada de 15 cm de diámetro. La diferencia de elevación entre las superficies libres es de 7 m. La tubería es entrante en el depósito A y dos codos en la línea producen una pérdida de carga igual a dos veces la altura de velocidad. ¿Cuál es el caudal que tiene lugar? Utilizar ϵ = 0,0135 cm. *Sol.* 41,6 l/seg

46. Un conducto de acero de sección rectangular de 5 cm × 10 cm transporta 18 l/seg de agua a una temperatura media de 15° C y a presión constante al hacer que la línea de alturas piezométricas sea paralela al eje del conducto. ¿Qué altura ha de descender el conducto en 100 m al suponer la rugosidad absoluta de la superficie del conducto igual a 0,025 cm? (Utilizar $\nu = 1{,}132 \times 10^{-6}$ m^2/seg.) *Sol.* 27,8 m

47. Cuando circulan 40 l/seg de un fuel-oil medio a 15° C entre A y B a través de 1000 m de una tubería nueva de fundición de 15 cm de diámetro, la pérdida de carga es de 40 cm. Las secciones A y B tienen cotas de 0,0 m y 18,0 m, respectivamente, siendo la presión en B de 3,50 kg/cm^2. ¿Qué presión debe mantenerse en A para que tenga lugar el caudal establecido? *Sol.* 8,48 kg/cm^2

48. (a) Determinar el caudal de agua que circula a través de las tuberías nuevas de fundición mostradas en la Fig. 7-7. (b) ¿Cuál es la presión en B si está a 30 m del depósito A? (Utilizar la Tabla 3.) *Sol.* 98 l/seg, 703 kg/m^2

49. A través del sistema mostrado en la Fig. 7-8 fluye agua a 38° C. Las tuberías son nuevas de fundición asfaltada y sus longitudes 50 m la de 7,5 cm y 30 m la de 15 cm. Los coeficientes de pérdida de los accesorios y válvulas son: Codos de 7,5 cm, K = 0,40 cada uno; codo de 15 cm, K = 0,60 y válvula de 15 cm, K = 3,0. Determinar el caudal. *Sol.* 13,6 l/seg

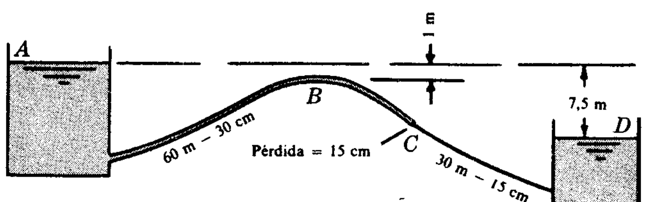

Fig. 7-7

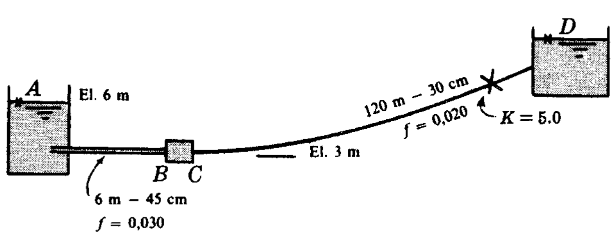

Fig. 7-9

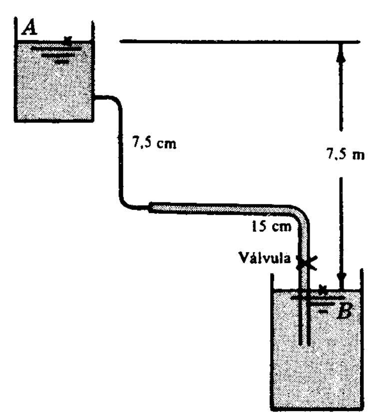

Fig. 7-8

50. Si la bomba B de la Fig. 7-9 transfiere al fluido 70 CV cuando el caudal de agua es de 220 l/seg, ¿a qué elevación puede situarse el depósito D? *Sol.* 21,0 m

51. Una bomba situada a una cota topográfica de 3 m mueve 210 l/seg de agua a través de un sistema de tuberías horizontales hasta un depósito cerrado, cuya superficie libre está a una cota de 6,0 m. La altura de presión en la sección de succión, de 30 cm de diámetro, de la bomba es de $-1{,}20$ m y en la sección de descarga, de 15 cm de diámetro, de 58,0 m. La tubería de 15 cm ($f = 0{,}030$) tiene 30 m de longitud, sufre un ensanchamiento brusco hasta 30 cm, continuando con una tubería de este diámetro ($f = 0{,}020$) y una longitud de 180 m hasta el depósito. Una válvula de 30 cm, $K = 1{,}0$, está situada a 30 m del depósito. Determinar la presión sobre la superficie libre del agua del depósito. Dibujar las líneas de alturas totales y piezométricas. *Sol.* 0,88 kg/cm²

52. ¿Qué diámetro debe de tener una tubería medio nueva de fundición para transportar 30 l/seg de agua a 21° C a través de 1200 m con una pérdida de altura piezométrica de 20 m? (Utilizar la Tabla 3.) *Sol.* 16,5 m

53. La bomba *BC* transporta agua hasta el depósito *F* y en la Fig. 7-10 se muestra la línea de alturas piezométricas. Determinar (*a*) la potencia suministrada al agua por la bomba *BC*, (*b*) la potencia extraída por la turbina *DE* y (*c*) la cota de la superficie libre mantenida en el depósito *F*. *Sol.* 950 CV, 67,3 CV, 89,6 m

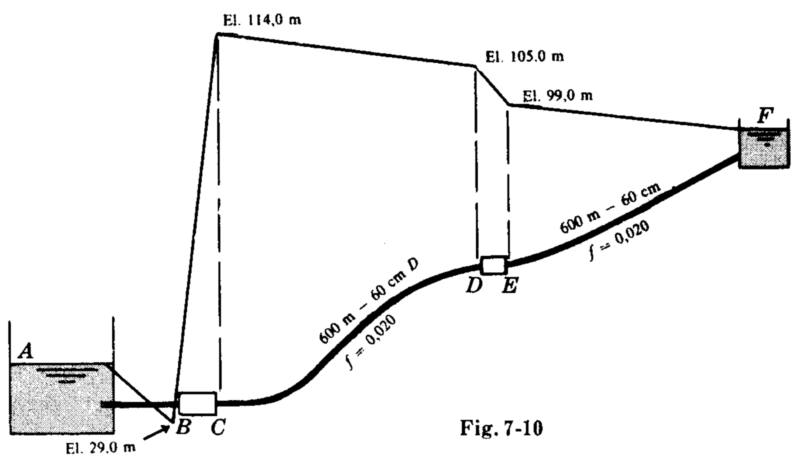

Fig. 7-10

54. A través de una tubería de 5 cm de diámetro circulan 68 g/seg de aire a la temperatura constante de 20° C. La tubería es usada y el material de fundición. En la sección *A* la presión absoluta es de 3,80 kg/cm². ¿Cuál será la presión absoluta 150 m aguas abajo de *A* si la tubería es horizontal? Utilizar $\epsilon = 0{,}0249$ cm.
Sol. 3,68 kg/cm² (ab)

55. A través de un tramo horizontal de 60 m de longitud de una tubería nueva de hierro forjado de 10 cm de diámetro fluye anhídrido carbónico a 38° C. La presión manométrica en la sección *A* de aguas arriba es de 8,40 kg/cm² y la velocidad media de 12 m/seg. Suponiendo las variaciones de densidad despreciables, ¿cuál es la caída de presión en los 60 m de tubería? (La viscosidad absoluta del CO_2 a 38° C es $\mu = 16 \times 10^{-7}$ kg seg/m².)
Sol. 0,123 kg/cm²

56. A través de un conducto de sección rectangular de 20 cm de altura tiene lugar un flujo en régimen laminar. Suponiendo que la distribución de velocidades viene dada por la ecuación $v = 48y(1 - 5y)$, calcular (*a*) el caudal por metro de anchura, (*b*) el coeficiente de corrección de la energía cinética y (*c*) la relación de la velocidad media a la máxima. *Sol.* 320 l/(seg m), $\alpha = 1{,}543$, 0,67

57. En un ensayo de laboratorio se utiliza una tubería de plástico de 25 cm de diámetro interior para demostrar el flujo en régimen laminar. Si la velocidad crítica inferior resultó ser 3,0 m/seg, ¿qué valor tendrá la viscosidad cinemática del líquido utilizado? *Sol.* $3{,}75 \times 10^{-5}$ m²/seg

58. Para el flujo laminar en tuberías $f = 64/R_E$. Mediante esta información, desarrollar una expresión de la velocidad media en función de la pérdida de carga, diámetro y otras magnitudes oportunas.
Sol. $V = gd^2h_L/32\nu L$

59. Determinar el caudal en una tubería de 30 cm de diámetro si la ecuación de la distribución de velocidades es $v^2 = 70(y - y^2)$, con el origen de distancias en la pared de la tubería. *Sol.* 126 l/seg